STANOVOVÁNÍ IBNR REZERVY S VYUŽITÍM ZOBECNĚNÉHO LINEÁRNÍHO MODELU[1]

Miroslav Otáhal

Úvod

Důležitou součástí ekonomiky každé země je finanční sektor. Ten je kromě burz, bank a jim podobných institucí tvořen také pojišťovnami. Pojišťovnictví má ve finančním sektoru svoji nezastupitelnou úlohu zejména jako instituce, která snižuje rizika spojená s každodenním životem tím, že v případě vzniku pojistných událostí (PU) vyplácí svým klientům pojistné plnění. Nemusí se nutně jednat pouze o škody na zdraví a životě lidí, resp. jejich hmotném nebo nehmotném majetku. Předmětem pojištění mohou být i různá rizika spojená s operacemi na finančním trhu. Pojišťovny operují ve finanční sféře také jako důležití investoři, kteří do aktiv alokují část svého přijatého pojistného.

Výše uvedené příklady podtrhují značný význam pojišťovnictví pro hladké fungování finančního sektoru. Předkládaný text si klade za cíl stručně nastínit problematiku tvorby rezerv v pojišťovnictví. Snahou autora bylo kombinací dosavadních přístupů navrhnout novou alternativní metodu tvorby IBNR rezervy, která je založena na aplikaci zobecněného lineárního modelu (Generalized Linear Model - GLM) pro modelování náhodných veličin tvořících run-off trojúhelník. Představovaná metoda je rozšířením metod odvozených v 0. Vychází z podobného pohledu na zkoumaná data, ale díky GLM je ji možné aplikovat na větší počet pojistných kmenů. GLM je svou univerzálností schopen zvládnout specifika jednotlivých typů pojištění a je schopen se vyrovnat s reálnými podmínkami dané pojišťovny. Je však důležité zkoumat splnění předpokladů metody a aplikovat ji jenom v situaci, kdy nedochází k jejich závažnému porušení. Představovaná metoda tvoří společně s PTF (Probability Trend Family) metodami (viz. 0) ve stanovování IBNR rezerv alternativu ke standardně používaným a rozšířeným metodám typu chain ladder (viz. 0 a 0).

Rezervy v pojišťovnictví

Každá pojišťovna si jako racionální subjekt finančního trhu tvoří rezervy na předpokládané budoucí výdaje. V neživotním pojištění se rozlišují dva typy nároků:

- RBNS (Reported But Not Settled) - nároky vzniklé a již nahlášené, ale dosud nevyřízené.
- IBNR (Incurred But Not Reported) - nároky vzniklé, ale dosud nehlášené.

Celková rezerva na nároky typu RBNS je tvořena součtem rezerv na jednotlivé PU, které jsou stanovovány likvidátorem na základě expertního odhadu. Rezerva na nároky typu IBNR je naopak stanovována pojistně-matematickými metodami na základě historických informací o vývoji škod.

[1] Článek vznikl s podporou výzkumného záměru MSM 0021622418.

Pojistné události

U každé PU lze rozlišit čtyři stavy:

- doposud nevzniklá,
- vzniklá, ale nenahlášená,
- nahlášená, ale nezlikvidovaná,
- zlikvidovaná.

Má smysl analyzovat pouze ty události, které již byly nebo někdy v budoucnu budou vyřízeny.

Matematický model neživotního pojištění

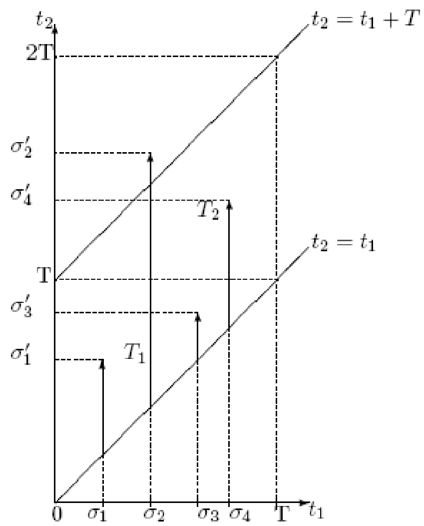
Počátek působení pojišťovny na trhu považujme za čas $t = 0$. Úkolem pojistných matematiků je stanovit rezervu v čase $t = T > 0$. Doba T v praxi představuje zpravidla poslední den v kalendářním kvartálu nebo roku. Stanovená IBNR je pak součástí měsíčních, resp. kvartálních nebo ročních uzávěrek.

Proces generující PU je složen ze tří nedílných součástí:

- procesu generujícího okamžiky vzniku PU,
- procesu generujícího okamžiky hlášení (resp. vyřízení) PU,
- procesu generujícího výše škod.

Proces vzniku PU schématicky znázorňuje obrázek č. 1.

Obrázek č. 1: Proces vzniku a hlášení PU



Tabulka č. 1: Inkrementální run-off trojúhelník

	vývojové kvartály						
pojistné kvartály		1	2	3		I-1	I
	1	$\mathbf{S_{11}}$	$\mathbf{S_{12}}$	$\mathbf{S_{13}}$		$\mathbf{S_{1(I-1)}}$	$\mathbf{S_{1I}}$
	2	$\mathbf{S_{21}}$	$\mathbf{S_{22}}$	$\mathbf{S_{23}}$			
	3	$\mathbf{S_{31}}$	$\mathbf{S_{32}}$	$\mathbf{S_{33}}$			$\vdots$
		$\vdots$			$\ddots$		
	I-1	$\mathbf{S_{(I-1)1}}$				$S_{(I-1)(I-1)}$	$S_{(I-1)I}$
	I	$\mathbf{S_{I1}}$		…		$S_{I(I-1)}$	S_{II}

Osu t_1 je možné označit jako pojistnou osu a vynášíme na ni okamžiky vzniku *i*-té PU (σ_i). Osu t_2 můžeme označit jako vývojovou osu a vynášíme na ní okamžiky nahlášení *i*-té PU (σ_i'). Pokud osy t_1 a t_2 rozdělíme na kvartály, tak o kvartálech na ose t_1 mluvíme jako o pojistných kvartálech a o kvartálech na ose t_2 mluvíme jako o vývojových kvartálech. Označme I jako počet kvartálů, během nichž máme zaznamenané PU.

Run-off trojúhelníky

Než aby pracovaly s konkrétními PU, většina metod stanovujících IBNR pracuje s tzv. run-off trojúhelníkem, který vznikne kumulací výší jednotlivých škod podle kvartálu vzniku a kvartálu hlášení. Rozlišujeme dva typy run-off trojúhelníků:

- nekumulativní (inkrementální). Tento trojúhelník vznikne sumací všech škod podle pojistného a vývojového kvartálu. Prvek S_{ij} na [*i*,*j*]-té pozici (tabulka 1) dostaneme sečtením výší všech škod z *i*-tého pojistného kvartálu hlášených v *j*-tém vývojovém kvartálu;
- kumulativní. Tento trojúhelník vznikne z nekumulativního postupným načítáním, tj. na [*i*,*j*]-té pozici je součet $r = 1,\dots,j$ buněk z i-tého řádku nekumulativního trojúhelníku.

Již hlášené škody tvoří horní trojúhelníkové matice run-off trojúhelníků (viz. tučně zobrazená část na obrázku 1). Úkolem pojistných matematiků je doplnění horních trojúhelníkových matic na čtvercová schémata a z dolních trojúhelníkových matic (tj. z odhadů vzniklých, ale dosud nenahlášených škod) stanovit výši IBNR rezervy.

Náhodná veličina S_{ij} je určena jako náhodný součet náhodných veličin. Určení jejího rozdělení je tedy značně komplikované. Před použitím GLM pro modelování S_{ij} je nutné prokázat, že toto rozdělení je exponenciálního typu. V 0 je odvozeno, že Poissonovský součet veličin s gama rozdělením je náhodná veličina s rozdělením exponenciálního typu.

Jsou-li okamžiky hlášení PU generované Poissonovým procesem (tj. počet hlášených PU má pro každé uvažované období Poissonovo rozdělení) a mají-li jejich výše gama rozdělení, pak rozdělení S_{ij} je exponenciálním typem. Za těchto předpokladů tedy Pro modelování S_{ij} můžeme GLM použít.

Analýza run-off trojúhelníku pomocí zobecněných lineárních modelů

Nejprve zaveďme vektor $\boldsymbol{S} = [S_{11}, S_{21},\dots, S_{I1}, S_{12}, S_{22},\dots, S_{2I}, \dots, S_{II}]$. Tento vektor vznikne přeskládáním sloupečků run-off trojúhelníku pod sebe. Teorie zobecněných lineárních modelů pracuje s pojmem lineární prediktor, který má obecný tvar $\eta = X_1\beta_1+\dots+X_k\beta_k$. $X_1,\dots,X_k$ jsou regresory, pomocí nichž modelujeme vysvětlovanou proměnnou. $\beta_1,\dots,\beta_k$ jsou odhadované regresní parametry. Podstatou zobecněného lineárního modelu je vysvětlit chování zkoumané proměnné Y v závislosti na lineárním prediktoru η.

Zobecněný lineární model vychází z předpokladu, že střední hodnota $\mu = \mathrm{E}\mathbf{Y}$ závisí na η přes linkovací funkci g(.). Platí tedy $\mathrm{E}\mathbf{Y} = \mu = g^{-1}(\eta)$.

Při práci se zobecněným lineárním modelem předpokládáme, že rozdělení každé ze složek vysvětlované proměnné Y je dané hustotou pravděpodobnosti (resp. pravděpodobnostní funkcí) ve tvaru

$$f_Y(y;\theta,\phi) = \exp\{(y\theta - b(\theta))/a(\phi) + c(y,\phi)\} \tag{1}$$

pro dané funkce a(.), b(.) a c(.) a parametry θ a ϕ. Pokud na hustotu pravděpodobnosti $f_Y(y;\theta,\phi)$ pohlížíme jako na funkci parametrů θ a ϕ, tak mluvíme o věrohodnostní funkci proměnné Y, kterou značíme jako $l(\theta,\phi;y)$. Často se místo věrohodnostní funkce pracuje s jejím logaritmem. Mluvíme pak o logaritmické věrohodností funkci.

Odhady parametrů v případě zobecněných lineárních modelů provádíme na rozdíl od klasických modelů lineární regrese metodou maximální věrohodnosti. Podrobné zavedení zobecněného lineárního modelu najdeme ve specializované literatuře. Jednou ze základních knih věnovaných této problematice je práce 0.

Naší snahou je modelovat střední hodnotu $\mathrm{E}\mathbf{S} = \mu_{\mathbf{S}}$ náhodného vektoru **S** pomocí závislosti na řádkovém a sloupcovém indexu v run-off trojúhelníku. Tuto závislost budeme modelovat modelem dvojného třídění bez iterací za použití kovariát. Tato technika je jednou z metod používaných v analýze rozptylu a pro klasický model lineární regrese je popsána v 0. Vektor **S** musí přirozeně splňovat předpoklady kladené na vysvětlovanou proměnnou ve zobecněném lineárním modelu (viz. strana 36).

Pro modelování $\mu_S = \mathrm{E}\boldsymbol{S}$ použijeme model dvojného třídění bez iterací ve tvaru

$$g(\mu_{S_{ij}}) = \mu + \alpha_i + \beta_j, \quad i, j = 1,\dots, I \tag{2}$$

s reparametrizačními podmínkami

$$\sum_i \alpha_i = \sum_j \beta_j = 0$$

Zkoumání reálných run-off trojúhelníků komplikuje skutečnost, že s několikakvartálním zpožděním je nahlášeno již jen velmi malé množství škod. Na základě rozdělení doby do nahlášení PU můžeme s předem danou pravděpodobností určit okamžik, od kterého již dochází k ukončení hlášení škod. Od tohoto okamžiku již příslušné řádky run-off trojúhelníku obsahují pouze nuly. V našem modelu budou tyto řádky ze zkoumání vynechány.

Jako velmi dobrý přístup k potlačení nulových škod z vyšších vývojových kvartálů se ukazuje omezit rozsah sloupcového indexu *j* ve vzorci (2) na nějaké předem dané číslo M < I.

Klíčovým místem při hledání kvalitního modelu je výběr vhodné linkovací funkce. Zpravidla se jedná o kanonickou linkovací funkci, ale v každém konkrétním případě je nutné zvážit, zda použití některé alternativní linkovací funkce nepovede ke kvalitnějšímu proložení zkoumaných dat a k lepším výsledkům.

Vektory parametrů $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_i]$, $i = 1, \ldots, I$ a $\boldsymbol{\beta} = [\beta_j]$, $j = 1, \ldots, M$ modelují lineární trendy v pojistných a vývojových kvartálech, které zavádíme pomocí aditivního přírůstku

$$g(\mu_{Sij}) - g(\mu_{S(i-1)j}), \text{ resp. } g(\mu_{Sij}) - g(\mu_{Si(j-1)}).$$

Jednotlivé složky obou vektorů můžeme ekonomicky interpretovat a na základě jejich odhadů můžeme určit, k čemu ve vlastněném pojistném kmeni dochází.

Redukce počtu parametrů

Model (2) obsahuje 2I+1 (resp. 2I−1 nezávislých) odhadovaných parametrů a je vzhledem k maximálně I(I+1)/2 pozorováním silně přeparametrizovaný. Je tedy nutné vhodným způsobem zavést redukci počtu parametrů. Toho je možné docílit zavedením předpokladu lineárních trendů v pojistných a vývojových kvartálech. Redukce počtu parametrů je založena na předpokladu existence stejného trendu v několika po sobě následujících kvartálech. Vektor $\boldsymbol{\alpha}$ bude po reparametrizaci možné zkonstruovat pouze na základě vektoru **a**, který obsahuje menší množství parametrů (analogicky je možné uvažovat i o vektoru $\boldsymbol{\beta}$). Úkolem analýzy run-off schématu je identifikace okamžiků změn trendů a následný odhad parametrů potřebných pro konstrukci po částech lineárních trendů.

Reparametrizaci lze zavést na základě vztahu:

$$\alpha_k = \alpha_1 + (r_1 - 1)a_1 + (r_2 - r_1)a_1 + \ldots + (r_s - r_{(s-1)})a_s, \; \mathrm{k} = 1, \ldots, I, \; \text{kde } \mathrm{r_s} = \mathrm{k}$$

α_1 je počáteční úroveň trendu, a_i je parametr modelující trend po *i*-té změně trendu, $r_1, \ldots, r_s$ jsou okamžiky změn trendu. Za nultou změnu trendu považujeme počátek pozorování. Za poslední změnu trendu považujeme poslední kvartál, v němž jsou zaznamenána pozorování. Rozdíl $r_v - r_{(v-1)}$ udává délku období po v-té změně trendu, během něhož k žádné další změně trendu nedošlo. Zcela analogicky zavádíme redukci parametrů ve směru vývojových kvartálů.

Okamžiky změn trendu určujeme zejména analýzou reziduálních grafů a uplatněním informací získaných analýzou procesu generujícího PU.

Postup při analýze run-off trojúhelníku pomocí GLM

Při vlastní analýze vyjdeme nejprve z modelu s kanonickou linkovací funkcí, který bude předpokládat pouze neměnné lineární trendy v pojistných a vývojových kvartálech. Po reparametrizaci bude model ve tvaru

$$(3) \qquad g(\mu_{Sij}) = \mu + \alpha_1 + (i-1)a + \beta_1 + (j-1)b, \; i = 1, \ldots, I, \; j = 1, \ldots, M$$

s reparametrizačními podmínkami

(4) $$\sum_i \alpha_i = \alpha_1 + a\sum_i (i-1) = \sum_i \beta_i = \beta_1 + b\sum_i (j-1) = 0$$

Parametry modelu (3) odhadneme metodou maximální věrohodnosti a spočteme rezidua. Tato rezidua vykreslíme postupně proti indexu pojistných a vývojových kvartálů a indexu kvartálů placení. Pokud rezidua v některém směru vykazují nějaký zbytkový trend, je vhodné zavést dodatečný parametr, pomocí něhož budeme schopni modelovat příslušnou změnu trendu. Takto získáme nový model, který opět odhadneme a analyzujeme jeho rezidua. Stejným způsobem postupujeme tak dlouho, až se z reziduí odstraní všechny zbytkové trendy. Pokud se nám ani zavedením většího počtu dodatečných parametrů nedaří ze zkoumaných dat odstranit zbytkové trendy, nabízí se možnost přejít k jinému typu linkovací funkce a celý postup opakovat.

Zaváděním dodatečných regresních parametrů, které modelují identifikované změny trendů, získáváme nové modely pro μ_S. Konstruujeme tak celé posloupnosti modelů, ve kterých platí, že původní modely jsou submodely modelů nových.

Cílem analýzy run-off trojúhelníku je najít vhodnou volbou linkovací funkce a použitím adekvátních regresorů nejlepší z množiny použitelných modelů. Nejjednodušším modelem by byl model s pouze jedním odhadovaným parametrem. Za předpokladu, že máme k dispozici *n* pozorování vysvětlované proměnné Y, lze zkonstruovat tzv. saturovaný model, který má *n* odhadovaných parametrů a přesně vysvětluje zkoumaná data. Jeho odhadované hodnoty se shodují s vektorem pozorovaných hodnot a mají nulovou variabilitu. Saturovaný model ale nemá dobré statistické vlastnosti a v praxi je třeba volit nějaký model, který se pohybuje někde mezi modelem saturovaným modelem a modelem s pouze jedním parametrem. Jedním z kritérií kvality modelu je deviace modelu, jež předpokládá, že neshoda modelu se zkoumanými daty je přímo úměrná dvojnásobku rozdílu logaritmické věrohodnostní funkce zvoleného modelu a logaritmické funkce saturovaného modelu. U každého konstruovaného modelu je možné na základě deviace testovat hypotézu o vhodnosti daného modelu. Je též možno zkoumat statistickou významnost jednotlivých regresních parametrů a v případě zamítnutí hypotézy o statistické významnosti přejít k submodelu s menším počtem regresorů.

Na závěr analýzy je vhodné testovat hypotézu o možnosti redukce výsledného modelu na některý z dílčích submodelů. Popis testování je popsán v 0.

Závěr - příklad analýzy na simulovaných datech

Jako příklad použití modelu nám poslouží simulované portfolio, které vznikne dodržením následujících předpokladů:

- doby vzniku PU jsou generované Poissonovým procesem s konstantní intenzitou a = 6. Tento předpoklad znamená, že očekávaná střední doba mezi nahlášením dvou po sobě nahlášených PU je 1/6 časové jednotky (např. dne), tj. v průměru je hlášeno šest PU denně;
- doba do nahlášení PU, definovaná jako rozdíl okamžiku vzniku a okamžiku hlášení PU, má G(0,00759; 0,07409856). Odpovídající střední hodnota dob do nahlášení škody je zhruba 10 dní;
- výše škody PU má G(0,00002621; 0,58433). Odpovídající střední hodnota výše škody je přibližně 22 300 Kč.

Předpoklady byly na základě zkušeností autora voleny tak, aby výsledky byly názorné a dobře demonstrovaly vlastnosti použití zobecněného lineárního modelu. Zvolené předpoklady současně odpovídají reálné situaci v pojištění motorových vozidel (u malých pojišťoven působících na českém trhu).

Simulovány byly škody v pojistném kmeni starém pět let. Simulace byla opakovaná stokrát a průměrná IBNR rezerva byla ve výši 1 336 025 Kč. Jako zkoumaný run-off trojúhelník byl zvolen trojúhelník z první simulace. Jeho prvních 8 řádků obsahuje tabulka 2. Ostatní sloupečky tohoto trojúhelníku již obsahovaly samé nuly. Netučně vyznačené buňky odpovídají budoucím odhadovaným škodám.

Tabulka č. 2: Simulovaný zkoumaný run-off trojúhelník

11151373	**1029493**	**107054**	**59539**	**18166**	**0**	**0**	**0**
9714656	**365678**	**392983**	**155120**	**45550**	**0**	**0**	**0**
11029204	**825682**	**283885**	**28742**	**0**	**21626**	**0**	**0**
11141467	**589920**	**131058**	**45712**	**29939**	**0**	**0**	0
12822301	**695586**	**251611**	**44454**	**0**	**0**	0	0
9903379	**750306**	**115441**	**1144**	**0**	1764	0	0
11875481	**742966**	**137806**	**36524**	0	0	0	0
11843272	**803075**	**93934**	39866	0	1320	199	0
11139543	**722036**	3881	23226	0	0	0	0
11652703	829289	37415	73869	0	0	22307	0

Pří vlastní analýze byla jako první použita linkovací funkce 1/μ. Tato funkce je kanonickou linkovací funkcí gama rozdělení. Základní model s linkovací funkcí 1/μ označme jako BM_{recip}. Jeho reziduální grafy obsahuje obrázek č. 2. Při použití logaritmické linkovací funkce na základní model (38) nebyl výpočet numericky stabilní.

Rezidua modelu MB_{recip} vykazují ve směru pojistných kvartálu vysokou stabilitu. Neexistence jakéhokoliv trendu v tomto směru je důsledkem konstantní intenzity Poissonova procesu generujícího okamžiky vzniku PU.

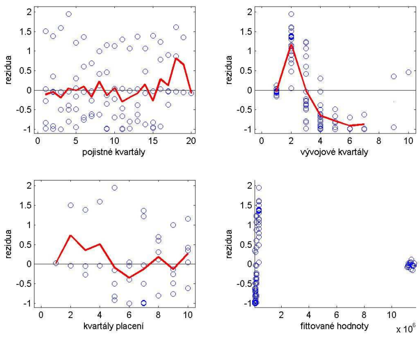
Ve směru vývojových kvartálů je patrná výrazná změna trendu mezi prvním a druhým vývojovým kvartálem. Je třeba přistoupit k modelu $M1_{recip}$, který bude právě tuto změnu předpokládat. Model je tvaru

$$g(\mu_{S_{ij}}) = \begin{cases} \mu + \alpha_1 + (i-1)a + \beta_1 + (j-1)b_1, & i = 1,\dots,I,\ j = 1,2 \\ \mu + \alpha_1 + (i-1)a + \beta_1 + b_1 + (j-1)b_2, & i = 1,\dots,I,\ j = 3,\dots,M \end{cases} \tag{5}$$

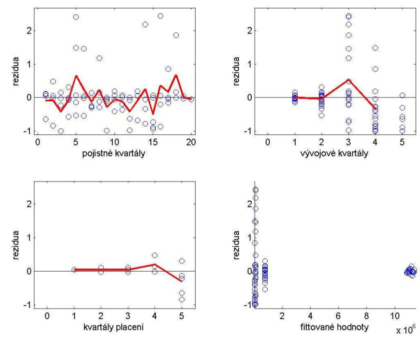
s reparametrizační podmínkou analogickou podmínce (4) a linkovací funkcí 1/μ.

Jeho reziduální grafy zobrazuje obrázek 3.

Obrázek č. 2: Reziduální grafy základního modelu s linkovací funkcí 1/μ.



Obrázek č. 3: Reziduální grafy modelu předpokládajícího jednu změnu trendu ve vývojových kvartálech s linkovací funkcí 1/μ.

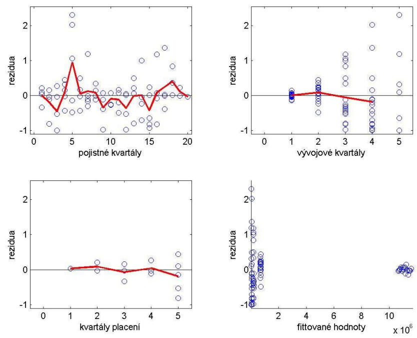


Vidíme, že po zavedení dodatečného parametru došlo k odstranění zbytkového trendu ve směru vývojových kvartálů. Počet parametrů, které bude potřeba na odstranění trendů ve vývojových kvartálech, je určen vlastnostmi rozdělení doby do nahlášení PU. Zavádění dodatečných parametrů do modelu provádíme tak dlouho, dokud se nám nepodaří odstranit všechny zbytkové trendy. Je též možné použít nějakou alternativní linkovací funkci. Reziduální grafy modelu $M1_{log}$, kde byla místo linkovací funkce 1/μ použita logaritmická linkovací funkce, obsahuje obrázek č. 4.. Rezidua opět žádné zbytkové trendy nevykazují. Graf reziduí vykreslený proti indexu vývojových kvartálů ovšem vykazuje značný nárůst variability. Porovnání výsledků modelů $M1_{log}$ a $M1_{recip}$ obsahuje tabulka 3.

Tabulka č. 3: Srovnání výsledků modelů $M1_{recip}$ a $M1_{log}$

	$M1_{recip}$	$M1_{log}$
Odhad IBNR	1 374 879	1 221 456
deviace	73	65
$\chi_{0,95}(75)$	96,2167	96,2167
μ‘	0.00000990	12.42795961
α_1‘	0.00000000	0.04131092
a‘	0.00000000	-0.00434852
β_1‘	0.00000000	3.79436985
b_1‘	0.00000118	-2.77237003
b_2‘	0.00000739	-1.31372819

Obrázek č. 4: Reziduální grafy modelu předpokládajícího jednu změnu trendu ve vývojových kvartálech s logaritmickou linkovací funkcí.



Pro model $M1_{recip}$ ani pro model $M1_{log}$ nezamítáme hypotézu, že tyto modely jsou pro vysvětlovaná data vhodné. Na základě deviace modelu je též možné testovat hypotézu o možnosti redukce výsledného modelu na jeho submodel (v našem případě by se jednalo o redukci modelu $M1_{recip}$, resp. $M1_{log}$ na základní model MB_{recip}, resp. MB_{log}). Příslušná testovací statistika vyšla 67. Odpovídající 95% kvantil $\chi^2(1)$ rozdělení má hodnotu 3,8415. V souladu s očekáváním tedy hypotézu o možnosti redukce modelu $M1_{recip}$ na základní model MB zamítáme a při stanovení IBNR pro zkoumaný run-off trojúhelník bychom vycházeli z jeho výsledků. IBNR by se tedy stanovila ve výši 1 374 879 Kč.

Použitá literatura:

ANDĚL, J.: „*Matematická statistika,*“ SNTL/ALFA, Praha, 1978.

BARNETT, G., ZEHNWIRTH, B.: „Best Estimates for Reserves,“ In *Proceedings of the CAS,* ročník LXXXVII, číslo 166 a 167, 2000.

CIPRA, T.: „*Pojistná matematika - Teorie a praxe,*“ EKOPRESS, s. r. o., Praha, 1999.

DOPSON, J.: „*An Introduction to Generalized Linear Models,*“ Chapman and hall, 2002.

DUPAČ, DUPAČOVÁ,: „*Markovovy procesy I.,*“ Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1975.

HRDLIČKOVÁ, Z.: „*Log-lineární modely s Poissonovskými proměnnými,*“ Diplomová práce MU, 2002.

MACK, T.: „Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates,“ *ASTIN Bulletin*, ročník 23, č. 2, 1993.

MANDL, P.: „*Pravděpodobnostní dynamické modely,*“ Academia, Praha, 1985.

McCULLAGH, P., NELDER, J. A.: „*Generalized Linear Models,*“ Chapman and Hall, London, 1997.

MICHÁLEK, J.: „Lineární a zobecněný lineární model,“ In *Proceedings ANALÝZA DAT 2003/II*, Pardubice, 2004.

OTÁHAL, M.: „Stanovování IBNR rezervy s využitím zobecněného lineárního modelu“, In *Sborník k XVII. letní škole biometriky*, Lednice, 2006.

SMITH, G. K.: „Regression Analysis of Quantity data with exact zeroes“, In *Proceedings of the Second Australia-Japan Workshop on Stochastic Models in Engineering, Technology and Management*. Technology Management Centre, University of Queensland, 1996, p. 572-580.

RESERVING PROCESS IN NON-LIFE INSURANCE BY GENERALIZED LINEAR MODEL

Miroslav Otáhal

Český statistický úřad, Na padesátém 81, 100 82 Praha 10, miroslav.(otahal@czso.cz)

Abstrakt: Předkládaný článek se zabývá aplikacemi zobecněného lineárního modelu v procesu stanovování IBNR rezervy v neživotním pojištění. Stručně popisuje úlohu pojišťovnictví v národním hospodářství, nastiňuje procesy, ke kterým dochází v neživotním pojištění, a plynule přechází k významu pojistných rezerv a k metodám jejich stanovování. Podrobně se věnuje aplikaci zobecněného lineárního modelu při analýze run-off trojúhelníku. Na závěr je celý postup stanovování IBNR rezervy demonstrován na příkladu se simulovanými daty.

Klíčová slova: neživotní pojištění, run-off trojúhelník, IBNR, zobecněný lineární model

Abstract: This paper deals with claims reserving in non-life insurance. The main focus is on IBNR (Incurred But Not Reported) reserve. A brief framework of mathematical model of non-life insurance is introduced. A derivation of the properties of run-off triangles is outlined.The most important part of the text is the application of generalized linear model to run-off triangle analysis. A short overview of its properties is provided and a special 2-way ANOVA model is illustrated. The whole procedure is presented on a simulated data example.

Key words: non-life insurance, run-off triangle, IBNR, generalized linear model