

## O kvantitativní kvalifikaci spravedlnosti

Václav Studený

katedra aplikované matematiky a informatiky, Ekonomicko  
 správní fakulta Masarykovy university  
 Lipová 24a, 602 00 Brno  
 studeny@econ.muni.cz

**Abstract:** Tato krátká poznámka diskutuje některé formalizovatelné aspekty obecně přijímaných kritérií pojmu spravedlnost a demonstruje je na příkladu daně z příjmů fyzických osob

**Key words:** Daň, příjem, spravedlnost

**JEL Classification:** G18 – Government Policy and Regulation, K34 – Tax Law, E62 – Fiscal Policy; Public Expenditures, Investment, and Finance; Taxation, H21 – Efficiency; Optimal Taxation, Z13 – Social Norms and Social Capital; Social Networks,

**Obecná rozvaha:** Pojem spravedlnost odvozený od slova pravý, správný, s významy jednak rovný, přímý, jednak v mravním smyslu jdoucí bez oklik = iustus, verus a jednak opak levého, dexter, je jedno ze slov, často používaných v argumentech politických stran, neboť ti, kdo je používají se domnívají, že nemá žádný význam, ale že dobře zní. Tak například hovoří-li se o spravedlivé dani, řečník nepředpokládá, že by z požadavku spravedlnosti bezprostředně plynuly nějaké kvantitativní konsekvence a závazky.

V kulturně společenském kontextu v němž hodláme tento pojem diskutovat, má slovo spravedlivý dvě konotace, z nichž první, je metafyzická či teologická a druhá je psychologická.

Tak starozákonní pojem spravedlnost z hebrejského kořene s-d-k je odvozen patrně od arabského kořene s významem být upřímný. Ve starozákonní podobě označuje to, co je přímé, pevné, správné, v nejstarších dobách nejprve ve smyslu cti, později ve smyslu vyhovění přijatým kritériím (to jsou ty Mojžíšovy spravedlivé váhy Lv 19,36; Dt 25,15) zejména pak ve smyslu právním (Dt 16,18.20). V tomto smyslu je spravedlnost přiznávána i neživým předmětům pokud vyhovují daným požadavkům (cesta je spravedlivá, pokud je schůdná). Jako nejvyšší kritérium je již od doby Mojžíšovy brána vůle Boha. Jí definovaný stav je někdy chápán jako nedosažitelný „Což „může být člověk před bohem spravedlivý?“ Jb. 4,2, jindy nikoliv: „Jsem spravedlivý a bezúhonný.“ Jb. 12,4 — mimochodem spravedlivý zde není totéž, co nevinný. Za spravedlnost je Abrahámovi počítáno, že uvěřil v Boží zaslíbení, Gn. 15,16. Spravedlivý je především sám Boží zákon: Ž. 119,7.62.75,172 a tak, jako pojem iustitia u Cæsara a Cicerona má i význam shovívavost a slitování. Ezechiel 18,5-9: „Spravedlivý je člověk, který se neposkvrňuje modlami, cizoložstvím, útlakem a lichvou, jenž spravedlivě soudí, vrací zastavené věci, udílí chleba lačnému, obléká nahého... kdo chodí v ustanoveních božích, soudů jeho se ostříhá a činí to, což jest pravého.“

V novém zákoně je to dikaiosyné, které dále transcenduje starozákonní sedáká. Jednak je obohacuje řeckým chápáním spravedlnosti — jedné ze čtyř ctností (rozum, umírněnost, spravedlnost a statečnost), ale zejména spravedlnost chápe jako dar tomu, kdo po ní touží (Mt 5,6; 6,33) a často upozorňuje na její stěží kupeckou myslí pochopitelnou podstatu, jako například v příběhu o dělnících na vinici (Mt 20,1.16), kterým je rozdělována odměna v rozporu s tím, co oni původně měli za spravedlivé.

Tradiční, protože přejatý zvykem a zkušeností, je rovněž psychologický aspekt pojmu spravedlnost. Tak například zdá nebo nezdá se nám spravedlivé zlodějům sekat ruku, nebo je zavírat do vězení, podle toho, zda jsme si na to zvykli nebo ne. Pokud ovšem začneme o problému uvažovat poněkud důsledněji skončíme u metafyzických a teologických skutečností, které se nutně buď musí opřít o vnější autoritu a nebo smířit s naprostým zrelativizováním pojmu. Tak ze zvyku rychle rozlišíme ve většině běžných situací, kdo je a kdo není zloděj. Je to ten, kdo si bere něco, co patří někomu jinému. Ale jakmile se začneme ptát, co to znamená někomu patřit a jak to, že když se člověk rodí bez majetku, s časem majetku nabývá, dojdeme k pochybnostem o tom, zda považovat tento majetek za jeho vlastnictví by nebylo konfirmací krádeže mnohem větší. Tyto pochybnosti potlačujeme pouze účelově a to ve snaze obhájit své vlastní vlastnické zájmy.

Tak sice diferencované uvažování vede k pochybnostem nebo k transcendenci, nicméně, je naprosto cizí uvažování davu a měnit tento stav je zcela nežádoucí, jak podotkl již Starý Mistr Lao-C': „Spravovat stát vědomostmi je zločin proti státu nespolehat při správě státu na vědomosti je štěstí státu!“ (Tao Te Ting, kap. 65).

Chceme-li dosáhnout souladu při spravování státu, musíme se oprostít od osvíceneckého bludu, že člověk je rozumná bytost a že se podřizuje rozumným argumentům, a nemůžeme ignorovat psychologická

fakta a psychologickým faktem je, že něco lidi pobouří a označí to za nespravedlivé — bez ohledu na motivaci, kterou je v tomto případě nezřídka závist, jeden ze sedmi v baroku populárních atributů psyché nazývaných hlavní hříchy. Při podrobnějším studiu obecné charakteristiky toho, co je vesměs považováno za nespravedlivé si v dalším všimneme některých abstrahovatelných charakteristik.

Budeme se zabývat korelací, mezi možnostmi jež individuum má a požadavky, jež jsou na něj kladeny a zkoumat, jaké požadavky jsou chápány jako nespravedlivé, případně spravedlivé, přitom negativní vymezení, totiž co je nespravedlivé, má většinou obecnější platnost a není komplementem k tomu, co je spravedlivé, ale spíše k tomu, co je bez protestů trpěno.

Za nespravedlivý je považován požadavek, jež není možno splnit.

Požadavky na jedince jsou přijímány ze zvyku jako fakt korelovaný s jeho možnostmi a právě nejasnosti v množnostech (třeba dokáží ženy totéž co muži?) jsou příčinou sporů v požadavcích. Za spravedlivé se považují ty požadavky, které jsou důsledně definovány jako funkce možností:

Mají-li dva jedinci tytéž možnosti, je jako spravedlivé chápáno, chce-li se po nich totéž a jako nespravedlivé, chce-li se po jednom více než po druhém. Chce-li se po každém něco jiného a nelze-li tyto požadavky kvantitativně porovnat, nelze objektivně posoudit, zda jsou spravedlivé.

To nám umožňuje chápat (ne)spravedlnost jako deterministický obraz zobrazení definovaném na množině funkcí, jež vlastnostem (možnostem) přiřazují požadavky.

Z argumentů pro požadavky musí být důsledně vyloučeny všechny možnosti (vlastnosti), o kterých se má za to, že s nimi nesouvisí. Tak například se považuje za nespravedlivé, upírat někomu volební právo proto, že je to černoch, nebo žena. Obecně většinou platí: čím méně je možností, od kterých se odvozují požadavky a čím lépe jsou tyto měřitelné, tím větší má pravidlo jež určuje požadavky z možností naději na soulad v názoru veřejnosti na kvalifikaci v tom, zda je či není spravedlivé.

Předmětem našeho pozorování nyní budiž dobře kvantifikovatelný požadavek, platit peníze (platit záporné částky znamená dostávat peníze), čímž se dosud diskutovaný filosofický fakt stává faktem ekonomickým. Obvyklé možnosti, ze kterých tento požadavek vychází jsou, věk (spojitá veličina, pokud je čas souvislý), společenské postavení a zaměstnání (diskrétní veličina), velikost příjmů (chápeme jako spojitou veličinu.) a egregor (tj. počet vyživovaných osob atp. což je diskrétní veličina a je obrazem vžitého názoru na manželství, rodinu atp.), pohlaví (diskrétní veličina, dosud je obecně, ale ne bezvýhradně přijímáno, že nabývá dvou hodnot).

**Požadavek spojitosti:** Pokud vláda nabídne výhodný úvěr na pořízení bytu v nějaké nenulové konstantní výši všem, kterým je méně než 30 let a ve výši 0 všem, kterým je více než 30 let, dělá to ze zjištěných důvodů a předstírá tak starost o mladé, ale co si o tom bude myslet ten, komu bylo 30 let teprve včera? Jistě se mu to nebude zdát moc spravedlivé, i když ten, komu je 70 let to vládě možná odpustí snáz.

Co zde spatřujeme jako nežádoucí a cizorodé? Hranici 30 let. 30 není žádné mystické číslo a lidé, kterým je 29 se na první pohled, ani po podrobnějším zkoumání neliší od těch, kterým je 31 (snad jedině tím, že od státu žádnou půjčku nedostanou) zvláště pak, když sami svůj věk počítají jako vzdálenost od data narození, o jehož správnosti mají jen zprostředkované údaje, protože sami si své narození nepamatují.

Jak bychom tento pocit nespravedlnosti mohli koncepčně odstranit? Chceme-li podporovat mladé lidi, a vycházíme-li z rozumného předpokladu, že mladí mnohem častěji než staří, touží bydlet někde jinde, než kde právě bydlí, nemůžeme touto snahou omluvit stanovení nějaké ad hoc vymyšlené hranice mládí. Můžeme stanovit toliko fuzzi-hranici. Pokud bychom řekli, že čím je člověk starší tím méně peněz si může půjčit, tedy stanovili bychom nějakou funkci, klesající v závislosti na věku, která by byla spojitá, jistě bychom se přiblížili sociálnímu chápání pojmu spravedlnost více.

To nám umožňuje formulovat následující pravidlo: *Pokud funkce, která je formulací požadavků v závislosti na možnostech není spojitá, není spravedlivá.*

**Dědění požadavků na derivace funkcí:** Dlužno podotknout, že si uvědomujeme nejen velikost požadavků, ale i rychlost jejich změny v závislosti na parametrech, které nabývají reálných hodnot: tak v případě daní víme dříve o daňové sazbě, než o velikosti daně, kterou budeme platit a proto je daňová sazba objektem kritiky daleko dříve, než daň sama.

Abstrakcí tohoto postřehu dojdeme k závěru, že *pokud funkce, která je formulací požadavků v závislosti na možnostech není diferencovatelná, pak není spravedlivá a že pokud je nějaká funkce možností formulací požadavků pak je i její derivace formulací požadavků.*

To nás nutně vede k přesvědčení, že například pokud závislost velikosti daně, velikost sazby daně, ... na daňovém základu, na velikosti příjmů, ... není hladká, není spravedlivá

A jaká je sazba daně?

**Příklad:**

Pro výpočet daně z příjmů v české republice popisuje zákon 561/92 sbírky algoritmus, který dělí reálnou osu (kladnou reálnou poloosu) na disjunktní intervaly. Hrubý příjem se podle tohoto algoritmu rozloží na součet definovaný zákonem a každý sčítanec je vynásoben jiným koeficientem. Jakkoliv se algoritmus může zdát jednoduchý, sazba daně, která je podílem hrubého daně a daňového základu není vůbec jednoduchá (slovo jednoduchý zde není použito ve významu funkce s jen konečně mnoha hodnotami, ale jako sice nedefinovaný, leč intuitivně zřejmý pojem).

Zákon stanoví tyto hranice intervalů:  $\alpha := [0, 109200, 218400, 331200]$  a příslušné koeficienty jsou:  $\delta := \left[ \frac{3}{20}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{8}{25} \right]$  tedy sazba daně je funkce  $f$  která závisí na velikosti hrubého příjmu takto:

$$f(z) = \begin{cases} \frac{3}{20} & z < 109200 \\ \frac{1}{5} \frac{-27300 + z}{z} & 109200 \leq z < 218400 \\ \frac{1}{4} \frac{-65520 + z}{z} & 218400 \leq z < 331200 \\ \frac{8}{25} \frac{-247275 + 2z}{z} & otherwise \end{cases}$$

Graf závislosti současné dňové sazby na velikosti příjmů je následující:



Má vodorovnou asymptotu v nekonečnu. Její hodnota je stejná jako hodnota největšího daňového koeficientu uvedeného v zákoně.



Újma na spravedlnosti takto definované daně je v chování první derivace této zbytečně složité funkce.

$$D(f)(z) = \begin{cases} 0 & z < 109200 \\ \text{nedefinováno} & z = 109200 \\ \frac{5460}{z^2} & 109200 \leq z < 218400 \\ \text{nedefinováno} & z = 218400 \\ \frac{16380}{z^2} & 218400 \leq z < 331200 \\ \text{nedefinováno} & z = 331200 \\ \frac{39564}{z^2} & 331200 < z \end{cases}$$

Funkce závislosti sazby daně na velikosti daňového základu není ve třech bodech diferencovatelná. V těchto bodech se derivace mění skokem. Ve druhém tj. v bodě 218400 je derivace zleva třikrát větší, než derivace zprava. Ve třetím, tj. v bodě 331200 je derivace zleva 2.415384615 krát větší než derivace zprava. V bodě 109200 rozdíl derivace zleva a zprava nemůže být vyjádřen multiplikativně, protože derivace zleva je rovna nule.

Znamená to tedy, že když plátce daně jen o málo překročí hranici druhého pásma, je potrestán při každém dalším malém zvýšení příjmů třikrát rychlejším nárůstem daňové sazby, než tomu bylo v případě, kdy jeho příjem byl o trochu nižší — pod hranici tohoto daňového pásma. Navíc hranice daňových pásem jsou zvoleny více méně náhodně, s přihlédnutím k množství peněz, které chce stát vybrat, leč bez jakéhokoliv vztahu ke spravedlnosti.

Jistou nápravu by mohlo přinést nahrazení středních daňových sazeb přímkou (afinní funkcí daňového základu), takže by například sazba daně v závislosti na velikosti příjmů mohla vypadat takto:

$$\phi(z) = \begin{cases} \frac{3}{20} & z < 109200 \\ \frac{31}{136160000} z + \frac{42597}{340400} & z < \frac{26532400}{31} \\ \frac{8}{25} & \text{jinde} \end{cases}$$

Ale skutečně spravedlivá funkce závislosti sazby daně na velikosti daňového základu musí mít následující vlastnosti:

- Musí to být hladká funkce (Možná by bylo důslednější požadovat, aby to byla funkce analytická).
- Musí mít v každém bodě malé derivace (malý přírůstek příjmů nesmí znamenat velký přírůstek sazby daně).

- Musím mít malé druhé derivace (tj. změny první derivace v závislosti na velikosti daňového základu by měly být malé.)

Všechny tyto vlastnosti má konstantní daňová sazba, kterou propaguje ve snaze uspět ve volbách ODS. Pokud ale zahrneme sociální požadavek, že lidé s většími příjmy by měli mít vyšší daňovou sazbu, nebo, což zní pozitivněji, lidé s menšími příjmy by měli mít nižší daňovou sazbu, pak budeme požadovat, aby daňová sazba byla nekonstantní, tedy budeme hledat tzv. progresivní daňovou sazbu a pak budeme chtít, aby daňová sazba měla následující vlastnosti:

- Měla by mít horizontální asymptotu v nekonečnu (spravedlivá sazba daně pravděpodobně, ale ne nutně nezbytně musí být menší než 1).
- V okolí nuly by měla mít první derivaci menší, než ve středních daňových pásmech. Tento požadavek je důsledek soucitu s nejchudšími.

Z toho ovšem plyne, že daňová sazba musí být funkce, která bude mít nejméně jeden inflexní bod. Bude lépe, když inflexní bod bude jedinný a bude někde blízko střední hodnoty daňových sazeb a když v něm bude první derivace co nejmenší. Každopádně je to bod, který budou mít novináři sklon interpretovat jako hranici mezi chudými a bohatými.

Jednoduchá funkce se všemi těmito vlastnostmi je například arctan:

$$f: x \mapsto \lambda \left( \arctan \left( \frac{x-p}{\kappa} \right) + r \right)$$

Když dosadíme, nějaké vhodné hodnoty za volné parametry, například tyto hodnoty:

$$\lambda = .06809456168, r = 3.128551051, \kappa = 200000, p = 375000.0000$$

dostaneme funkci:

$$\Phi: x \mapsto .06809456168 \arctan \left( \frac{1}{200000} x - 1.875000000 \right) + .2130373125$$

#### Vlastnosti:

- Naše funkce má stejnou limitu v nekonečnu, jako původní, zákonem dosud stanovená daňová sazba.
- Naše funkce má stejnou hodnotu na konci prvního daňového pásma, ale dál směrem k nule klesá, takže neprojevuje ignoranci v progresivitě k lidem, jejichž příjmy jsou ty nejnižší.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \Phi(x) = .32$$

$$\Phi(109200) = .15$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \Phi(x) = .1394380545$$

*Porovnání obou funkcí:*

Inflexní bod naší funkce je nulový bod funkce

$$x \mapsto -27237.82467 \frac{x - 375000}{(.1806250000 \cdot 10^{12} + x^2 - 750000 \cdot x)^2}$$

a tedy bod: 375000.

Naše funkce má největší hodnotu první derivace ve svém inflexním bodě, ale hodnota této derivace je menší, než největší hodnota derivace současné daňové sazby.

$$\max_{x > 0} D(\Phi)(x) = .3404728085 \cdot 10^{-6} < .4578754579 \cdot 10^{-6} = \max_{x > 0} D(f)(x)$$

Derivace naší funkce je ta hladká, zvonu podobná křivka  
Kdyby se vláda rozhodla pro výpočet daně použít funkci

$$x \mapsto \lambda \left( \arctan \left( \frac{x-p}{\kappa} \right) + r \right)$$

mohla by projevit preference svého sociálního cítění a smyslu pro sociální spravedlnost nastavením různých koeficientů, mezi něž rovněž patří následující:

*Horní daňová sazba:*

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \lambda \left( \arctan \left( \frac{x-p}{\kappa} \right) + r \right) = \left( \frac{1}{2} \pi + r \right) \lambda$$

v našem případě je:  $\frac{8}{25}$

*Dolní daňová sazba:*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \lambda \left( \arctan \left( \frac{x-p}{\kappa} \right) + r \right) = \left( -\arctan \left( \frac{p}{\kappa} \right) + r \right) \lambda$$

v našem případě je: .1394380545

Za spravedlivé by bylo možno považovat dolní daňovou sazbu rovnu nule. Mohla by být i záporná a pak by byla formou dotace lidem s nižšími než minimálními příjmy. V tom případě by bylo možno nastavit bod  $N$ , ve kterém je daňová sazba nulová z rovnice:

$$-\lambda \arctan \left( \frac{-N+p}{\kappa} \right) + \lambda r = 0$$

a to je bod:

$$N = -\tan(r) \kappa + p$$

Pokud určíme daňovou sazbu v nule, můžeme nastavit i směrnici tečny v nule tj. to, jak rychle se začne v nule daňová sazba zvětšovat. Nebo můžeme tento sklon předeepsat v nějakém jiném bodě  $Z$ :

$$\frac{\lambda \kappa}{\kappa^2 + Z^2 - 2Zp + p^2} = \text{Derivace v } Z$$

V našem příkladě je derivace v nule rovna:  $.7539882264 \cdot 10^{-7}$

*Inflexní bod* je bod

$$x = p,$$

v našem případě  $p = 375000.0000$ . A nejrychlejší růst daňové sazby je v inflexním bodě. Jeho hodnota (*derivace v inflexním bodě*) je

$$\frac{\lambda}{\kappa}$$

v našem příkladu:

$$.3404728084 \cdot 10^{-6}$$

Politické strany by mohly věnovat mnoho užitečné propagační práce vysvětlováním, jak by chtěli ten který parametr po volbách nastavit.

Obvyklou námitku, že funkce arctan je pro státní úředníky příliš složitá odmítneme. Se stále rostoucím relativním počtem vysokoškolsky vzdělaného obyvatelstva můžeme doufat, že bude jen přibývat lidí, jejichž algebraické schopnosti přesáhnou sčítání a násobení. Pro ty ostatní lze vydávat tabulky, a psát různé uživatelsky příjemné programy, které hodnoty funkce arctan spočítají.

Případný spojitý přechot na konstantní daňovou sazbu by zajistilo postupné snižování koeficientu  $\lambda$  a zvyšování koeficientu  $r$ .

in

### References:

- [1] Dieudonné, J.: Treatise on analysis, Vol. III, Pure and Applied Mathematics, Vol. 10-III, Academic Press. New York – London, 1972
- [2] Dupačová, J., Hurt, J., Štěpán, J.: Stochastic Modelling in economics and Finance, Kluwert Academic Publishers, 2002, ISBN 1-4020-0840-6.
- [3] Studený V.: Functional Equation of the Rate of Inflation, e-print archive of Cornell University, 2003, [www.arxiv.org](http://www.arxiv.org)
- [4] Studený V.: Present Value in the Case of General Interest Rate and General Rate of Inflation, preprint
- [5] Studený V.: Arctan and equitable tax rate, preprint