Lineární kombinace vektorů

Lenka Přibylová

27. července 2006

Obsah

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3, 1, 4),\ u_2 = (2, 0, -5),\ u_3 = (-2, 1, -1)$$

$$k_1 = 2,\ k_2 = 3,\ k_3 = -1$$

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3, 1, 4),\ u_2 = (2, 0, -5),\ u_3 = (-2, 1, -1)$$

$$k_1 = 2,\ k_2 = 3,\ k_3 = -1$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3$$

Napíšeme lineární kombinaci.

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3, 1, 4),\ u_2 = (2, 0, -5),\ u_3 = (-2, 1, -1)$$

$$k_1 = 2,\ k_2 = 3,\ k_3 = -1$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3 = 2(3, 1, 4) + 3(2, 0, -5) + (-1)(-2, 1, -1)$$

Dosadíme do lineární kombinace.

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3,1,4),\ u_2 = (2,0,-5),\ u_3 = (-2,1,-1)$$

$$k_1 = 2,\ k_2 = 3,\ k_3 = -1$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3 = 2(3,1,4) + 3(2,0,-5) + (-1)(-2,1,-1)$$

$$= (6+6+4, 2+0-1, 8-15+1)$$

Rozepíšeme podle složek.

Najděte lineární kombinaci vektorů.

$$u_1 = (3,1,4),\ u_2 = (2,0,-5),\ u_3 = (-2,1,-1)$$

$$k_1 = 2,\ k_2 = 3,\ k_3 = -1$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u}_1 + k_2\vec{u}_2 + k_3\vec{u}_3 = 2(3,1,4) + 3(2,0,-5) + (-1)(-2,1,-1)$$

$$= (6+6+4, 2+0-1, 8-15+1) = (16,1,-6).$$

Upravíme.

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$

Napíšeme lineární kombinaci s neznámými k_1, k_2, k_3.

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

Dosadíme vektory.

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1,4,-2),\ \vec{u_1} = (-1,1,2),\ \vec{u_2} = (1,0,4),\ \vec{u_3} = (0,1,-4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1,4,-2) = k_1(-1,1,2) + k_2(1,0,4) + k_3(0,1,-4)$$

$$1 = -k_1 + k_2$$

Rozepíšeme vektorovou rovnici do tří skalárních rovnic. První složka...

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1,4,-2),\ \vec{u_1} = (-1,1,2),\ \vec{u_2} = (1,0,4),\ \vec{u_3} = (0,1,-4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1,4,-2) = k_1(-1,1,2) + k_2(1,0,4) + k_3(0,1,-4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \qquad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$

... z první rovnice vyjádříme k_2.

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \qquad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$
$$4 = k_1 + k_3$$

Druhá složka...

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1,4,-2),\ \vec{u_1} = (-1,1,2),\ \vec{u_2} = (1,0,4),\ \vec{u_3} = (0,1,-4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1,4,-2) = k_1(-1,1,2) + k_2(1,0,4) + k_3(0,1,-4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \qquad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$
$$4 = k_1 + k_3 \qquad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$

...z druhé rovnice vyjádříme k_3.

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \qquad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$
$$4 = k_1 + k_3 \qquad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$
$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$

Třetí složka...

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \qquad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$
$$4 = k_1 + k_3 \qquad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$
$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$
$$-2 = 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1)$$

... do třetí rovnice dosadíme z prvních dvou.

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$\begin{aligned}
1 &= -k_1 + k_2 && \Rightarrow k_2 = 1 + k_1 \\
4 &= k_1 + k_3 && \Rightarrow k_3 = 4 - k_1 \\
-2 &= 2k_1 + 4k_2 - 4k_3 \\
-2 &= 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1) \\
-2 &= 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1
\end{aligned}$$

Roznásobíme závorky,

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$1 = -k_1 + k_2 \qquad \Rightarrow k_2 = 1 + k_1$$
$$4 = k_1 + k_3 \qquad \Rightarrow k_3 = 4 - k_1$$
$$-2 = 2k_1 + 4k_2 - 4k_3$$
$$-2 = 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1)$$
$$-2 = 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1$$
$$10 = 10k_1$$

zjednodušíme,

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$\begin{aligned}
1 &= -k_1 + k_2 && \Rightarrow k_2 = 1 + k_1 \\
4 &= k_1 + k_3 && \Rightarrow k_3 = 4 - k_1 \\
-2 &= 2k_1 + 4k_2 - 4k_3 \\
-2 &= 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1) \\
-2 &= 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1 \\
10 &= 10k_1 \\
1 &= k_1
\end{aligned}$$

vyjádříme k_1

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1,4,-2),\ \vec{u_1} = (-1,1,2),\ \vec{u_2} = (1,0,4),\ \vec{u_3} = (0,1,-4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1,4,-2) = k_1(-1,1,2) + k_2(1,0,4) + k_3(0,1,-4)$$

$$\begin{aligned}
1 &= -k_1 + k_2 && \Rightarrow k_2 = 1 + k_1 = 1 + 1 = 2\\
4 &= k_1 + k_3 && \Rightarrow k_3 = 4 - k_1 = 4 - 1 = 3\\
-2 &= 2k_1 + 4k_2 - 4k_3\\
-2 &= 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1)\\
-2 &= 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1\\
10 &= 10k_1\\
1 &= k_1
\end{aligned}$$

a dosadíme do prvních dvou rovnic.

Vektor $\vec{v}$ vyjádřete jako lin. kombinaci vektorů $\vec{u_1}$, $\vec{u_2}$, $\vec{u_3}$.

$$\vec{v} = (1, 4, -2),\ \vec{u_1} = (-1, 1, 2),\ \vec{u_2} = (1, 0, 4),\ \vec{u_3} = (0, 1, -4)$$

$$\vec{v} = k_1\vec{u_1} + k_2\vec{u_2} + k_3\vec{u_3}$$
$$(1, 4, -2) = k_1(-1, 1, 2) + k_2(1, 0, 4) + k_3(0, 1, -4)$$

$$\begin{aligned}
1 &= -k_1 + k_2 && \Rightarrow k_2 = 1 + k_1 = 1 + 1 = 2 \\
4 &= k_1 + k_3 && \Rightarrow k_3 = 4 - k_1 = 4 - 1 = 3 \\
-2 &= 2k_1 + 4k_2 - 4k_3 \\
-2 &= 2k_1 + 4(1 + k_1) - 4(4 - k_1) \\
-2 &= 2k_1 + 4 + 4k_1 - 16 + 4k_1 \\
10 &= 10k_1 \\
1 &= k_1 && \vec{v} = \vec{u_1} + 2\vec{u_2} + 3\vec{u_3}
\end{aligned}$$

Zapíšeme hledanou lineární kombinaci.

Konec.