

# Metoda nejmenších čtverců

Lenka Baráková

2. listopadu 2005

# Obsah

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ . 2

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

Celkem máme pět bodů.

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

| $i$      | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|----------|-------|-------|---------|-----------|
| 1        | 0     | 5     |         |           |
| 2        | 1     | 3     |         |           |
| 3        | 3     | 3     |         |           |
| 4        | 5     | 2     |         |           |
| 5        | 6     | 1     |         |           |
| $\Sigma$ |       |       |         |           |

Výpočty potřebné pro nalezení koeficientů v soustavě provedeme tabulce.

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

| $i$      | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|----------|-------|-------|---------|-----------|
| 1        | 0     | 5     | 0       |           |
| 2        | 1     | 3     | 1       |           |
| 3        | 3     | 3     | 9       |           |
| 4        | 5     | 2     | 25      |           |
| 5        | 6     | 1     | 36      |           |
| $\Sigma$ |       |       |         |           |

Nalezneme jednotlivé druhé mocniny  $x_i$ .

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

| $i$      | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|----------|-------|-------|---------|-----------|
| 1        | 0     | 5     | 0       | 0         |
| 2        | 1     | 3     | 1       | 3         |
| 3        | 3     | 3     | 9       | 9         |
| 4        | 5     | 2     | 25      | 10        |
| 5        | 6     | 1     | 36      | 6         |
| $\Sigma$ |       |       |         |           |

Vynásobíme  $x_i$  a  $y_i$

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

| $i$      | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|----------|-------|-------|---------|-----------|
| 1        | 0     | 5     | 0       | 0         |
| 2        | 1     | 3     | 1       | 3         |
| 3        | 3     | 3     | 9       | 9         |
| 4        | 5     | 2     | 25      | 10        |
| 5        | 6     | 1     | 36      | 6         |
| $\Sigma$ | 15    |       |         |           |

Najdeme součet  $\sum_{i=1}^5 x_i$ .



Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

| $i$      | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|----------|-------|-------|---------|-----------|
| 1        | 0     | 5     | 0       | 0         |
| 2        | 1     | 3     | 1       | 3         |
| 3        | 3     | 3     | 9       | 9         |
| 4        | 5     | 2     | 25      | 10        |
| 5        | 6     | 1     | 36      | 6         |
| $\Sigma$ | 15    | 14    |         |           |

Najdeme součet  $\sum_{i=1}^5 y_i$ .

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

| $i$      | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|----------|-------|-------|---------|-----------|
| 1        | 0     | 5     | 0       | 0         |
| 2        | 1     | 3     | 1       | 3         |
| 3        | 3     | 3     | 9       | 9         |
| 4        | 5     | 2     | 25      | 10        |
| 5        | 6     | 1     | 36      | 6         |
| $\Sigma$ | 15    | 14    | 71      |           |

Najdeme součet  $\sum_{i=1}^5 x_i^2$ .

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

| $i$      | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|----------|-------|-------|---------|-----------|
| 1        | 0     | 5     | 0       | 0         |
| 2        | 1     | 3     | 1       | 3         |
| 3        | 3     | 3     | 9       | 9         |
| 4        | 5     | 2     | 25      | 10        |
| 5        | 6     | 1     | 36      | 6         |
| $\Sigma$ | 15    | 14    | 71      | 28        |

Najdeme součet  $\sum_{i=1}^5 x_i y_i$ .

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

| $i$      | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|----------|-------|-------|---------|-----------|
| 1        | 0     | 5     | 0       | 0         |
| 2        | 1     | 3     | 1       | 3         |
| 3        | 3     | 3     | 9       | 9         |
| 4        | 5     | 2     | 25      | 10        |
| 5        | 6     | 1     | 36      | 6         |
| $\Sigma$ | 15    | 14    | 71      | 28        |

$$71a + 15b = 28,$$

$$15a + 5b = 14.$$

Soustava lineárních rovnic:

$$a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$a \sum x_i + bn = \sum y_i$$

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .  $n = 5$

| $i$      | $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|----------|-------|-------|---------|-----------|
| 1        | 0     | 5     | 0       | 0         |
| 2        | 1     | 3     | 1       | 3         |
| 3        | 3     | 3     | 9       | 9         |
| 4        | 5     | 2     | 25      | 10        |
| 5        | 6     | 1     | 36      | 6         |
| $\Sigma$ | 15    | 14    | 71      | 28        |

$$71a + 15b = 28,$$

$$15a + 5b = 14.$$

Řešením této soustavy je  $a = -\frac{7}{13} \doteq -0.538$  a  $b = \frac{287}{65} \doteq 4.415$ . Nejlepší lineární aproximace souboru bodů je tedy přímka

$$y \doteq -0.538x + 4.415.$$

Najděte přímku aproximující body  $[0, 5]$ ,  $[1, 3]$ ,  $[3, 3]$ ,  $[5, 2]$ ,  $[6, 1]$ .

Graf souboru bodů a výslednou přímku

$$y \doteq -0.538x + 4.415$$

zakreslíme do obrázku a zkontrolujeme optimalitu přímky.

