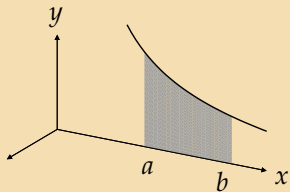


Objem rotačního tělesa

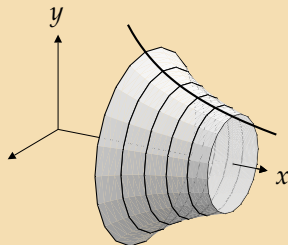
Lenka Přibylová

31. července 2006

Objem rotačního tělesa vzniklého rotací plochy omezené spojitou nezápornou funkcí $y = f(x)$, osou x a přímkami $x = a$ a $x = b$:



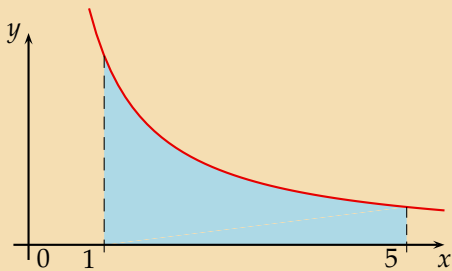
$$y = f(x)$$



$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

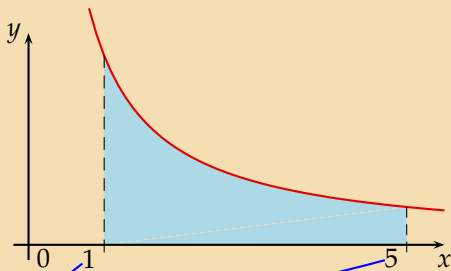
Vypočtete objem tělesa, které vznikne rotací obrazce omezeného křivkou $xy = 5$, osou x a přímkami $x = 1$ a $x = 5$.

$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



Nakreslíme graf hyperboly.

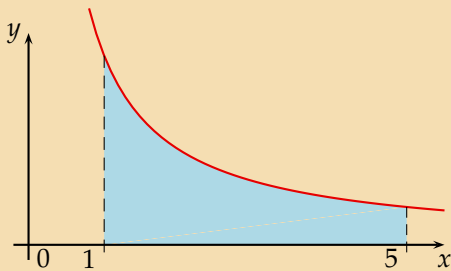
$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5$$

Vyjádříme objem rotačního tělesa jako $\pi \times$ určitý integrál.

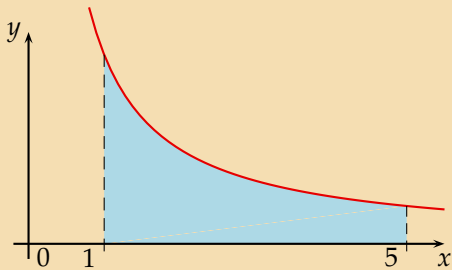
$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx$$

Vyjádříme objem rotačního tělesa jako $\pi \times$ určitý integrál, $f(x) = \frac{5}{x}$.

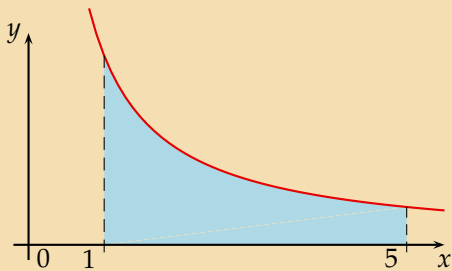
$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^5 \frac{25}{x^2} dx$$

Upravíme.

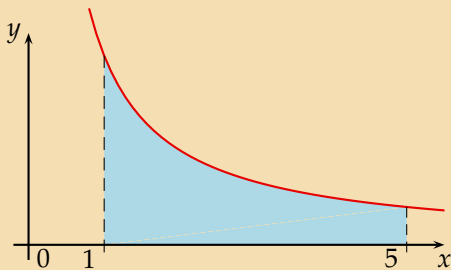
$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^5 \frac{25}{x^2} dx = 25\pi \left[-\frac{1}{x}\right]_1^5$$

Najdeme primitivní funkci.

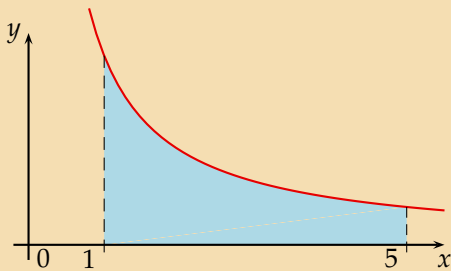
$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^5 \frac{25}{x^2} dx = 25\pi \left[-\frac{1}{x}\right]_1^5 = -25\pi \left(\frac{1}{5} - 1\right)$$

Vypočítáme určitý integrál pomocí Newton-Leibnitzovy formule. Dosadíme tedy meze.

$$y = \frac{5}{x}, x \in \langle 1, 5 \rangle, V = ?$$



$$V = \pi \int_1^5 \left(\frac{5}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^5 \frac{25}{x^2} dx = 25\pi \left[-\frac{1}{x}\right]_1^5 = -25\pi \left(\frac{1}{5} - 1\right) = 20\pi$$

Dopočítáme.

KONEC