

Metoda půlení intervalů

Lenka Baráková

2. listopadu 2005

Obsah

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alespoň 0.05. . 2

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|-----|---------------------|-----|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | | 2 | - | | + | 0.5 |

- Sestavíme tabulku a zapíšeme do ní dosažený odhad kořene.
- U funkčních hodnot stačí zapisovat znaménka.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|-----|---------------------|-----|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | | + | 0.5 |

Vypočteme polovinu intervalu $[a, b]$.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|-----|---------------------|-----|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |

| | | | | |
|-----|---|---|-----|-------|
| | 2 | 0 | 1 | -6 |
| 1.5 | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 |

Pomocí Hornerova schématu vypočteme funkční hodnotu v polovině intervalu.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu (1, 2), přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|-----|---------------------|-----|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | | 1.5 | - | | + | 0.25 |
| | | 2 | 0 | 1 | -6 | |
| 1.5 | | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 | |

- Hledáme tu polovinu intervalu, ve které dochází ke znaménkové změně (červeně vyznačeno).
- Kraje této poloviny budou novou aproximací kořene.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alespoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|-----|---------------------|-----|--------|--------|--------------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | | + | 0.25 |
| | | 2 | 0 | 1 | -6 | |
| 1.5 | | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 | |

Opět rozpůlíme interval. Číslo v polovině intervalu je kořenem s přesností

$$\varepsilon = \frac{1.5 - 1}{2} = 0.25.$$

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|-----|---------------------|-----|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |

| | | | | |
|------|---|-----|-------|-------|
| | 2 | 0 | 1 | -6 |
| 1.5 | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 |
| 1.25 | 2 | 2.5 | 4.125 | -0.84 |

Vypočteme funkční hodnotu v polovině intervalu.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|------|---------------------|-----|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |
| 1.25 | | 1.5 | - | | + | 0.125 |
| | | 2 | 0 | 1 | -6 | |
| | 1.5 | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 | |
| | 1.25 | 2 | 2.5 | 4.125 | -0.84 | |

Vybereme interval, kde dochází ke znaménkové změně.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|------|---------------------|-----|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |
| 1.25 | 1.375 | 1.5 | - | | + | 0.125 |

| | | | | |
|------|---|-----|-------|--------------|
| | 2 | 0 | 1 | -6 |
| 1.5 | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 |
| 1.25 | 2 | 2.5 | 4.125 | -0.84 |

Opět rozpůlíme interval. Přesnost je 0.125.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|------|---------------------|-----|--------|---------|--------------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |
| 1.25 | 1.375 | 1.5 | - | +0.57 | + | 0.125 |
| | | 2 | 0 | 1 | -6 | |
| | 1.5 | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 | |
| | 1.25 | 2 | 2.5 | 4.125 | -0.84 | |
| | 1.375 | 2 | 2.75 | 4.78125 | +0.57 | |

Vypočteme funkční hodnotu v polovině intervalu.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|------|---------------------|-------|--------|---------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |
| 1.25 | 1.375 | 1.5 | - | +0.57 | + | 0.125 |
| 1.25 | | 1.375 | - | | + | 0.0625 |
| | | 2 | 0 | 1 | -6 | |
| | 1.5 | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 | |
| | 1.25 | 2 | 2.5 | 4.125 | -0.84 | |
| | 1.375 | 2 | 2.75 | 4.78125 | +0.57 | |

Vybereme interval, kde dochází ke znaménkové změně.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu (1, 2), přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|------|---------------------|-------|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |
| 1.25 | 1.375 | 1.5 | - | +0.57 | + | 0.125 |
| 1.25 | 1.3125 | 1.375 | - | | + | 0.0625 |

| | | | | |
|-------|---|------|---------|--------------|
| | 2 | 0 | 1 | -6 |
| 1.5 | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 |
| 1.25 | 2 | 2.5 | 4.125 | -0.84 |
| 1.375 | 2 | 2.75 | 4.78125 | +0.57 |

Rozpůlíme interval. Přesnost je $0.0625 > 0.05$

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|------|---------------------|-------|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |
| 1.25 | 1.375 | 1.5 | - | +0.57 | + | 0.125 |
| 1.25 | 1.3125 | 1.375 | - | -0.17 | + | 0.0625 |

| | | | | |
|--------|---|-------|---------|--------------|
| | 2 | 0 | 1 | -6 |
| 1.5 | 2 | 3 | 5.5 | +2.25 |
| 1.25 | 2 | 2.5 | 4.125 | -0.84 |
| 1.375 | 2 | 2.75 | 4.78125 | +0.57 |
| 1.3125 | 2 | 2.625 | 4.445 | -0.17 |

Vypočteme funkční hodnotu v polovině intervalu.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|--------|---------------------|-------|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |
| 1.25 | 1.375 | 1.5 | - | +0.57 | + | 0.125 |
| 1.25 | 1.3125 | 1.375 | - | -0.17 | + | 0.0625 |
| 1.3125 | | 1.375 | - | | + | 0.03125 |

Vybereme interval, kde dochází ke znaménkové změně.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|--------|---------------------|-------|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |
| 1.25 | 1.375 | 1.5 | - | +0.57 | + | 0.125 |
| 1.25 | 1.3125 | 1.375 | - | -0.17 | + | 0.0625 |
| 1.3125 | 1.34375 | 1.375 | - | | + | 0.03125 |

Přesnost je nyní dostatečná. Stačí již jen rozpůlit interval.

Najděte kořeny rovnice $2x^3 + x - 6 = 0$ s přesností alepoň 0.05.

Z předchozí separace víme, že kořen leží v intervalu $(1, 2)$, přesnost je nyní 0.5.

| a | $c = \frac{a+b}{2}$ | b | $P(a)$ | $P(c)$ | $P(b)$ | $\varepsilon = \frac{b-a}{2}$ |
|--------|---------------------|-------|--------|--------|--------|-------------------------------|
| 1 | 1.5 | 2 | - | +2.25 | + | 0.5 |
| 1 | 1.25 | 1.5 | - | -0.84 | + | 0.25 |
| 1.25 | 1.375 | 1.5 | - | +0.57 | + | 0.125 |
| 1.25 | 1.3125 | 1.375 | - | -0.17 | + | 0.0625 |
| 1.3125 | 1.34375 | 1.375 | - | | + | 0.03125 |

Kořen je $x = 1.34 \pm 0.04$. Leží tedy uvnitř intervalu $(1.30, 1.38)$.

- Chybu zokrouhlujeme **vždy nahoru** na jednu platnou číslici a odhad kořene na stejný počet desetinných míst.
- Zkontrolujeme, že i po zaokrouhlení jsou poslední hodnoty odhadů a a b uvnitř intervalu, ve kterém deklarujeme existenci kořene.