

Cramerovo pravidlo

Lenka Příbylová

19. září 2006

Obsah

Cramerovým pravidlem řešte soustavu.	3
Cramerovým pravidlem řešte soustavu.	14
Cramerovým pravidlem řešte soustavu.	19

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$$

Nejdříve spočteme determinant matice soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

Matice je řádu 2, můžeme tedy použít křížové pravidlo.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 13 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

Napišeme determinant D_1 , který vznikne záměnou 1. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 13 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 35 - 39 = -4$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 13 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 35 - 39 = -4$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4}$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_1 .

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4},$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5 & 13 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 35 - 39 = -4$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = -\frac{4}{16} = -\frac{1}{4}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Napišeme determinant D_2 , který vznikne záměnou 2. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 18 - 10 = 8$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 18 - 10 = 8$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_2 .

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$6x_1 + 13x_2 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 = 3$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 13 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 42 - 26 = 16$$

$$x_1 = -\frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{2}.$$

Máme výsledek.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$x_1 + 5x_2 = 2$$

$$2x_1 + 10x_2 = 7$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$x_1 + 5x_2 = 2$$

$$2x_1 + 10x_2 = 7$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix}$$

Nejdříve spočteme determinant matice soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$x_1 + 5x_2 = 2$$

$$2x_1 + 10x_2 = 7$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 10 - 10$$

Matice je řádu 2, můžeme tedy použít křížové pravidlo.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$x_1 + 5x_2 = 2$$

$$2x_1 + 10x_2 = 7$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 10 - 10 = 0$$

Matice je singulární.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$x_1 + 5x_2 = 2$$

$$2x_1 + 10x_2 = 7$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 10 - 10 = 0$$

Cramerovým pravidlem nemůžeme tuto úlohu řešit, protože je matice soustavy singulární. Stejně tak bychom nemohli soustavu řešit Cramerovým pravidlem v případě, kdyby nebyla matice soustavy čtvercová. Pro výpočet musíme použít Frobeniovu větu a případně Gaussovou eliminační metodu. Zde evidentně soustava nemá řešení.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 1$$

$$-2x_1 + x_2 - 3x_3 = 2$$

$$2x_2 - x_3 = -2$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Nejdříve spočteme determinant matice soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

Matice je řádu 3, můžeme tedy použít Sarrusovo pravidlo.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ \text{Cramerovým pravidlem řešte soustavu: } -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

Napišeme determinant D_1 , který vznikne záměnou 1. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 4 + 12 - 2 + 6 + 4 = 15$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_1 .

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 4 + 12 - 2 + 6 + 4 = 15$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{15}{5} = 3$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 4 + 12 - 2 + 6 + 4 = 15$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{15}{5} = 3$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Napišeme determinant D_2 , který vznikne záměnou 2. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 4 - 6 - 2 = -14$$

Spočteme jeho hodnotu.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ \text{Cramerovým pravidlem řešte soustavu: } -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3,$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_2 .

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 4 - 6 - 2 = -14$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = -\frac{14}{5}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3, x_2 = -\frac{14}{5},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 4 - 6 - 2 = -14$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D} = -\frac{14}{5}$$

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ \text{Cramerovým pravidlem řešte soustavu: } -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3, x_2 = -\frac{14}{5},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

Napišeme determinant D_3 , který vznikne záměnou 3. sloupce za pravou stranu soustavy.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 1$$

$$-2x_1 + x_2 - 3x_3 = 2$$

$$2x_2 - x_3 = -2$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3, x_2 = -\frac{14}{5},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 4 - 4 - 8 = -18$$

Spočteme jeho hodnotu.

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3, x_2 = -\frac{14}{5},$$

Podíl těchto determinantů je neznámá x_3 .

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -2 - 4 - 4 - 8 = -18$$

$$\Rightarrow x_3 = \frac{D_3}{D} = -\frac{18}{5}$$

Cramerovým pravidlem řešte soustavu:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 2 \\ 2x_2 - x_3 &= -2\end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 + 4 + 6 - 4 = 5$$

$$x_1 = 3, x_2 = -\frac{14}{5}, x_3 = -\frac{18}{5}.$$

Máme výsledek.

KONEC