

# Integrace per partés

Robert Mařík

9. března 2007

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších  
mých kvízů a potom mi prosím vyplňte  
na webu. Děkuji!



ROBERT MAŘÍK  
Integrace per-partés  
file int-parts-CZ.tex

Teorie

Výběr z...

Test 1

Test 2

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 1 z 16

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

# 1. Teorie

Vzorec je

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx.$$

Buď  $P(x)$  polynom. Integraci per-partés používáme pro integrály typu

$$\int P(x)e^{\alpha x + \beta}dx, \int P(x)\sin(\alpha x + \beta)dx, \int P(x)\cos(\alpha x + \beta)dx,$$

a

$$\int P(x)\operatorname{atan} x dx, \int P(x)\ln^m x dx,$$

kde  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  a  $m \in \mathbb{N}$ . V první skupině integrálů derivujeme polynom, ve druhé skupině derivujeme logaritmus nebo arkustangens.

Teorie

Výběr z...

Test 1

Test 2

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀▶

◀▶

Strana 2 z 16

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

## 2. Výběr z možností

Kvíz. 1. Klikněte vždy na odpovídající možnost.

- $\int (x + 1) e^x dx$
- $\int (x + 1) \ln(x) dx$
- $\int (x + 1) \sin(x) dx$
- $\int (x + 1) e^{x^2} dx$
- $\int x^2 e^{2x} dx$
- $\int (x^2 - 1) \operatorname{atan}(x + 1) dx$
- $\int (x^3 - 2) e^{x^2+x} dx$
- $\int e^{-x^2} dx$
- $\int x e^{x^2} dx$
- $\int (3x + 1) e^{-x+1} dx$

Není na metodu per-partés.

Per-partés, červený výraz se derivuje.

Per-partés, červený výraz se integruje.



ROBERT MAŘÍK  
Integrace per-partés  
file int-parts-CZ.tex

Teorie

Výběr z...

Test 1

Test 2

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 3 z 16

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

11.  $\int x^2 e^x dx$

12.  $\int (x + 4) \operatorname{atan} \frac{x}{2} dx$

13.  $\int x \sin x^2 dx$

14.  $\int x^2 \ln x dx$

15.  $\int \operatorname{atan} x dx$

16.  $\int x \ln x \cos x dx$

17.  $\int x \cos^3 x dx$

18.  $\int (2 + x) \cos(2x) dx$

19.  $\int (x^3 - 1) \sin \left( \frac{\pi}{2} - x \right) dx$

Není na metodu per-partés.

Per-partés, červený výraz se derivuje.

Per-partés, červený výraz se integruje.

### 3. Test 1

- Integruje metodou per-partés. Použijte vždy nulovou integrační konstantu při výpočtu funkce  $v(x)$ .
- Náповědu dostanete po stisknutí tlačítka . Ale zacházejte s tímto tlačítkem jako se šafránem, máte halvně počítat příklady a ne se dívat an řešení!

#### Kvíz. 2.

$$1. \int \ln(x) dx = \begin{array}{|l|} \hline u = \qquad \qquad \qquad u' = \\ \hline v' = \qquad \qquad \qquad v = \\ \hline \end{array} - \int \qquad \qquad \qquad dx$$

=

=

$$2. \int xe^x dx =$$

$$u =$$

$$u' =$$

$$v' =$$

$$v =$$

=

$$- \int$$

dx

=

$$3. \int x \ln(x+1) dx =$$

$$u =$$

$$u' =$$

$$v' =$$

$$v =$$

=

$$- \int$$

dx

=



ROBERT MAŘIK  
Integrace per-partés  
file int-partis-CZ.tex

Teorie

Výběr z...

Test 1

Test 2

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 6 z 16

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

$$4. \int a \tan(x) dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \int \dots - \int \dots dx$$

=

$$5. \int (x+1)e^{-x} dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \int \dots - \int \dots dx$$

=



**ROBERT MAŘIK**  
 Integrate per-partés  
 file int-parts-CZ.tex

Teorie

Výběr z...

Test 1

Test 2

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 7 z 16

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

$$6. \int (x - 1) \sin(x) dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \quad - \int \quad dx$$

=

$$7. \int (x - 2) \cos(2x) dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \quad - \int \quad dx$$

=



Teorie

Výběr z...

Test 1

Test 2

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 8 z 16

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec



$$8. \int x^4 \ln x dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \quad - \int \quad dx$$

=

$$9. \int x \frac{1}{\cos^2 x} dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \quad - \int \quad dx$$

=



Teorie

Výběr z...

Test 1

Test 2

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 9 z 16

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

## 4. Test 2

### Kvíz. 3.

- V následujících integrálech musíte integrovat nadvakrát metodou per-partés
- Šablona pro druhou integraci se vám odkryje jakmile vyplníte první část. Opět prosím použijte nulovou integrační konstantu při hledání funkce  $v$ .

$$1. I_1 = \int x^2 e^x dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \int x^2 e^x - 2 \int x e^x dx \quad dx$$

$$= x^2 e^x - 2 \int x e^x dx$$

$$\Rightarrow \begin{array}{|l} u = \quad \quad \quad u' = \\ v' = \quad \quad \quad v = \end{array}$$

$$I_1 = x^2 e^x - 2 \left( \int x e^x - \int e^x dx \right)$$

=



$$2. I_2 = \int (x^2 + x - 1)e^{-x} dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \int (x^2 + x - 1)e^{-x} dx - \int (2x + 1)e^{-x} dx$$

$$= -e^{-x}(x^2 + x - 1) + \int (2x + 1)e^{-x} dx$$

$$\Rightarrow \begin{array}{|l} u = \\ v' = \end{array} \begin{array}{|l} u' = \\ v = \end{array}$$

$$I_2 = -e^{-x}(x^2 + x - 1) + \left( \int (2x + 1)e^{-x} dx - \int (2x + 1)e^{-x} dx \right)$$

=



$$3. I_3 = \int (x^2 - 1) \cos(x) dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \int (x^2 - 1) \cos(x) dx - \int x \sin(x) dx$$

$$= (x^2 - 1) \sin x - 2 \int x \sin x dx$$

$$\Rightarrow \begin{array}{|l} u = \\ v' = \end{array} \quad \begin{array}{|l} u' = \\ v = \end{array}$$

$$I_3 = (x^2 - 1) \sin x - 2 \left( \int x \sin x dx \right)$$

=



$$4. I_4 = \int x^2 e^{2x} dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \int x^2 e^{2x} dx - \int \frac{x^2}{2} e^{2x} dx$$

$$= \frac{x^2}{2} e^{2x} - \int x e^{2x} dx$$

$$\Rightarrow \begin{array}{|l} u = \\ v' = \end{array} \quad \begin{array}{|l} u' = \\ v = \end{array}$$

$$I_4 = \frac{x^2}{2} e^{2x} - \left( \int x e^{2x} dx - \int \frac{x}{2} e^{2x} dx \right)$$

=



**ROBERT MAŘIK**  
 Integrace per-partés  
 file int-parts-CZ.tex

Teorie  
 Výběr z...  
 Test 1  
**Test 2**

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀▶

◀▶

Strana 14 z 16

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

$$5. I_5 = \int x \ln^2 x dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= \int x \ln^2 x - \int x \ln(x) dx \quad dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \ln^2 x - \int x \ln(x) dx$$

$$\Rightarrow$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$I_5 = \frac{x^2}{2} \ln^2 x - \left( \int x \ln(x) dx \right) dx$$

=



ROBERT MAŘIK

Integrace per-partés

file int-parts-CZ.tex

Teorie

Výběr z...

Test 1

Test 2

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 15 z 16

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

$$6. I_6 = \int (1 - x^2) \sin(x) dx =$$

$u =$	$u' =$
$v' =$	$v =$

$$= - \int \quad dx$$

$$= -(1 - x^2) \cos(x) - 2 \int x \cos x dx$$

$$\Rightarrow \begin{array}{|l} u = \quad \quad \quad u' = \\ v' = \quad \quad \quad v = \end{array}$$

$$I_6 = -(1 - x^2) \cos(x) - 2 \left( - \int \quad dx \right)$$

=

