

Inverzní matice

Robert Mařík a Lenka Příbylová

6. března 2007

Obsah

Najděte A^{-1}	3
Najděte A^{-1}	15

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 6 & -4 & -17 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Zapišeme matici A a jednotkovou matici vedle sebe.

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 6 & -4 & -17 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Druhý řádek volíme jako klíčový, protože číslo -1 je vhodnější pro vytváření nul než čísla 6 a 2 . Klíčový řádek píšeme jako první.

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 6 & -4 & -17 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 6 & 0 \end{array} \right)$$

Upravíme prvek $a_{11} = 6$ na nulu.

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 6 & -4 & -17 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

Upravíme prvek $a_{31} = 2$ na nulu.

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 6 & -4 & -17 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

Nový klíčový řádek bude třetí řádek. Napíšeme jej jako druhý v pořadí.

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 6 & -4 & -17 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right) \begin{matrix} \\ \\ (-1) \end{matrix}$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 3 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

Upravíme prvek $a_{12} = 1$ na nulu.

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 6 & -4 & -17 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ (-2) \end{array}$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 3 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -2 \end{array} \right)$$

Upravíme prvek $a_{22} = 2$ na nulu.

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 & | & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & | & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & | & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} & & & | & & & \\ & & & | & & & \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Nový klíčový řádek bude řádek poslední.

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 & | & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & | & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & | & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Druhý řádek zůstane, má nulu na místě a_{23} .

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 & | & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & | & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & | & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{(-1) \\ 3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 3 & 7 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Upravíme prvek $a_{13} = 3$ na nulu.

K dané matici A určete matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & -4 & -17 & | & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -6 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & | & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & | & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 3 & 7 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$
$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Matrice vlevo je ve schodovitém tvaru a inverzní matice je tedy napravo.

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Začneme se zadanou maticí a s 3×3 jednotkovou maticí.

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ \color{red}{1} & \color{red}{-1} & \color{red}{1} & \color{red}{0} & \color{red}{1} & \color{red}{0} \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{matrix} \\ \color{blue}{\downarrow} \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ (-1) \\ \end{matrix}$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \color{blue}{0} & \color{blue}{1} & \color{blue}{3} & \color{blue}{1} & \color{blue}{-1} & \color{blue}{0} \end{array} \right)$$

Upravíme $a_{11} = 1$ na nulu.

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{matrix} \\ (-1) \\ \end{matrix}$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{0} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} \end{array} \right)$$

Upravíme $a_{31} = 1$ na nulu.

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right)$$

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right)$$

Upravíme $a_{12} = -1$ na nulu.

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{(-3)} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -3 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

Upravíme prvek $a_{32} = 3$ na nulu.

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} && \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right) &\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -3 & 2 & 1 \end{array} \right) \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} & & & & & \\ & & & & & \\ 0 & 0 & 4 & 3 & -1 & -1 \end{array} \right) \end{aligned}$$

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} && \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right) &\sim & \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -3 & 2 & 1 \end{array} \right) \begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 4 & 0 & -5 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & -1 & -1 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Upravíme $a_{23} = 3$ na nulu.

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} && \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right) &\sim & \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -3 & 2 & 1 \end{array} \right) \\ &\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & -5 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & -1 & -1 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Upravíme prvek $a_{13} = 4$ na nulu.

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & | & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & | & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & | & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} & \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & | & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & | & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\ &\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & | & -5 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & | & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \\ &\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & -5/4 & 2/4 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & | & 3/4 & -1/4 & -1/4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Vydělíme.

K dané matici A najděte matici inverzní A^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

Inverzní matice vznikla v pravé polovině. Z této matice lze vytknout společný jmenovatel $\frac{1}{4}$.

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5/4 & 2/4 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 3/4 & -1/4 & -1/4 \end{array} \right) ;$$

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -8 & 8 & 4 \\ -5 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

KONEC