Intervaly konvexnosti a konkávnosti, inflexní body.

Lenka Přibylová

6. března 2007

Obsah

Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

$D(f) = \mathbb{R}$;

- Určíme definiční obor funkce.
- Nejsou žádná omezení, funkce je definovaná (a spojitá) na $\mathbb{R}$.

Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

$D(f) = \mathbb{R}$; $\quad y' = 3x^2 - 6x$;

Vypočteme první derivaci. Užijeme vzorec pro derivaci součtu a násobku.

Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

$D(f) = \mathbb{R}$; $\quad y' = 3x^2 - 6x$; $\quad y'' = 6x - 6 = 0$;

Zajímá nás konvexnost, resp. konkávnost, proto vypočteme druhou derivaci a položíme rovnu nule. Funkce je konvexní, je-li druhá derivace kladná, v opačném případě je konkávní.

Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

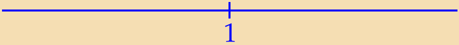
$D(f) = \mathbb{R}; \quad y' = 3x^2 - 6x; \quad y'' = 6x - 6 = 0;$

kritický bod: $x = 1$

Znaménko druhé derivace se může změnit pouze v kritickém bodě nebo v bodě nespojitosti. Body nespojitosti ale nemáme.

Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

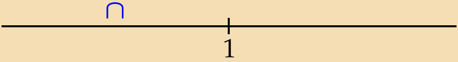
$D(f) = \mathbb{R}; \quad y' = 3x^2 - 6x; \quad y'' = 6x - 6 = 0;$
kritický bod: $x = 1$



Nakreslíme osu s kritickým bodem.

Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

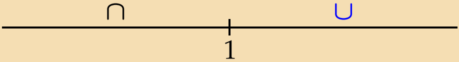
$D(f) = \mathbb{R}$; $y' = 3x^2 - 6x$; $y'' = 6x - 6 = 0$;
kritický bod: $x = 1$



- Zvolíme číslo z prvního intervalu $(-\infty, 1)$. Uvažujme například číslo $\xi_1 = 0$.
- Vypočteme $y''(0) = -6 < 0$. Funkce je konkávní na intervalu $(-\infty, 1)$.

Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

$D(f) = \mathbb{R}$; $\quad y' = 3x^2 - 6x$; $\quad y'' = 6x - 6 = 0$;
kritický bod: $x = 1$



Podobně, protože platí $y''(2) = 6 > 0$, je funkce konvexní na intervalu $(1, \infty)$.

Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

$D(f) = \mathbb{R}$; $\quad y' = 3x^2 - 6x$; $\quad y'' = 6x - 6 = 0$;
kritický bod: $x = 1$

$$\begin{array}{ccccc} & \cap & \text{in.} & \cup & \\ \hline & & 1 & & \end{array}$$

Bod $x = 1$ je inflexním bodem, protože v něm dochází ke změně konkávity v konvexitu.

KONEC