

Derivace vyšších řádů

Lenka Příbylová

6. března 2007

Obsah

$y = 5x^3 + 6x^2 + 7x$	3
$y = \frac{x^2}{x-1}$	9

Vypočtěte derivace vyšších řádů $y = 5x^3 + 6x^2 + 7x$.

Vypočtěte derivace vyšších řádů $y = 5x^3 + 6x^2 + 7x$.

$$y' = (5x^3 + 6x^2 - 7x)' = 15x^2 + 12x - 7$$

Nejprve vypočteme první derivaci.

Vypočtete derivace vyšších řádů $y = 5x^3 + 6x^2 + 7x$.

$$y' = (5x^3 + 6x^2 - 7x)' = 15x^2 + 12x - 7$$

$$y'' = (15x^2 + 12x - 7)' = 30x + 12$$

Druhá derivace je derivací první derivace.

Vypočtěte derivace vyšších řádů $y = 5x^3 + 6x^2 + 7x$.

$$y' = (5x^3 + 6x^2 - 7x)' = 15x^2 + 12x - 7$$

$$y'' = (15x^2 + 12x - 7)' = 30x + 12$$

$$y''' = (30x + 12)' = 30$$

Vypočtěte derivace vyšších řádů $y = 5x^3 + 6x^2 + 7x$.

$$y' = (5x^3 + 6x^2 - 7x)' = 15x^2 + 12x - 7$$

$$y'' = (15x^2 + 12x - 7)' = 30x + 12$$

$$y''' = (30x + 12)' = 30$$

$$y^{(4)} = 30' = 0$$

Vypočtete derivace vyšších řádů $y = 5x^3 + 6x^2 + 7x$.

$$y' = (5x^3 + 6x^2 - 7x)' = 15x^2 + 12x - 7$$

$$y'' = (15x^2 + 12x - 7)' = 30x + 12$$

$$y''' = (30x + 12)' = 30$$

$$y^{(4)} = 30' = 0$$

$$y^{(n)} = 0 \quad \text{pro všechna } n \geq 4.$$

Všechny vyšší derivace jsou také rovny 0.

Vypočtěte 2. derivaci $y = \frac{x^2}{x-1}$.

Vypočtěte 2. derivaci $y = \frac{x^2}{x-1}$.

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-1} \right)' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2}$$

Vypočteme první derivaci podle pravidla pro derivaci podílu.

Vypočtěte 2. derivaci $y = \frac{x^2}{x-1}$.

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-1} \right)' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2}$$

Výraz před dalším derivováním upravíme.

Vypočtěte 2. derivaci $y = \frac{x^2}{x-1}$.

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-1} \right)' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

Vypočtěte 2. derivaci $y = \frac{x^2}{x-1}$.

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-1} \right)' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$y'' = \left(\frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \right)'$$

Vypočtěte 2. derivaci $y = \frac{x^2}{x-1}$.

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-1} \right)' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$y'' = \left(\frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \right)' = \frac{(2x-2)(x-1)^2 - (x^2-2x)2(x-1)}{(x-1)^4}$$

Druhou derivaci vypočteme také podle pravidla pro derivaci podílu.

Vypočtete 2. derivaci $y = \frac{x^2}{x-1}$.

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-1} \right)' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$y'' = \left(\frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \right)' = \frac{(2x-2)(x-1)^2 - (x^2 - 2x)2(x-1)}{(x-1)^4}$$
$$= \frac{(x-1)[(2x-2)(x-1) - 2(x^2 - 2x)]}{(x-1)^4}$$

Při úpravě vždy nejprve vytýkáme !!!

Vypočtete 2. derivaci $y = \frac{x^2}{x-1}$.

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-1} \right)' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$y'' = \left(\frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \right)' = \frac{(2x-2)(x-1)^2 - (x^2 - 2x)2(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{(x-1)[(2x-2)(x-1) - 2(x^2 - 2x)]}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x - 2x + 2 - 2x^2 + 4x}{(x-1)^3}$$

Zkrátíme člen $(x-1)$.

Vypočtete 2. derivaci $y = \frac{x^2}{x-1}$.

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-1} \right)' = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$$y'' = \left(\frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \right)' = \frac{(2x-2)(x-1)^2 - (x^2 - 2x)2(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{(x-1)[(2x-2)(x-1) - 2(x^2 - 2x)]}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x - 2x + 2 - 2x^2 + 4x}{(x-1)^3} = \frac{2}{(x-1)^3}$$

Upravíme.