Posudok oponenta habilitačnej práce

Masarykova univerzita

Fakulta: Přírodoveděcká

Habilitačný obor: Matematika – matematická analýza

Uchádzač: RNDr. Ladislav Adamec, CSc.

Pracovisko: Ústav matematiky, Přírodovědecká fakulta v Brne

Habilitačná práca: Some Applications of the Evolution Operator Method to the Dynamic Equations

Oponent: Prof. RNDr. Milan Medveď, DrSc.

Pracovisko: Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzity Komenského v Bratislave

Text posudku:

Habilitačná práca L. Adamca sa týka niektorých problémov teórie spojitých dynamických systémov a tiež teórie dynamických systémov na "time scales" (časových škálach). Teóriu spojitých dynamických systémov možno považovať už za klasickú matematickú teóriu, ktorej základy položil H. Poincaré koncom 19. storočia. Teória dynamických systémov na "time scales" je zovšeobecnením teórie spojitých aj diskrétnych dynamických systémov. Za prvú publikovanú prácu v tomto smere možno považovať prácu A. Aulbacha a S. Hilgera z roku 1988, ktorá vyšla v časopise "Journal of Qualitative Theory of Differential Equations, Szeged, Hungary".
L. Adamec sa vo svojej habilitačnej práci venuje niektorým fundamentálnym problémom obidvoch týchto teórií.

Prvé dve kapitoly habilitačnej práce majú prípravný charakter. Kapitoly 3–5 sú venované publikovaným výsledkom L. Adamca. Kapitola 3 pojednáva o diferenciálnych rovniciach tvaru

$$\frac{du}{dt} = f(u,t), \tag{1}$$

kde $f : R^d \times R \to R^d\,(d > 1)$, pričom sa predpokladá, že $f(0,t) \equiv 0$ a tiež jednoznačnosť riešení rovnice (1), daných začiatočnými podmienkami. Veta 1 zo str. 11, dokázaná v práci [1], je postačujúcou podmienkou pre existenciu $[d/2]-$parametrického systému S riešení takých, že ak $u = (u_1, u_2, \ldots, u_d) \in S$, potom je funkcia $\|u(t)\|$ nerastúca, $\lim_{t\to\infty} u(t)$ existuje a $u_i(t), i = 1, 2, \ldots, d$, sú monotonné funkcie. Veta 2 zo str. 11 je postačujúcou podmienkou k tomu, aby naviac platilo: $\lim_{t\to\infty} u_i(t) = 0, i = 1, 2, \ldots, d$. Tieto výsledky sú originálnym príspevkom do teórie asymptotických vlastností diferenciálnych rovníc a rozšírením výsledkov z prác M. Bartuška [12] a I. T. Kiguradzeho a T. A. Chanturiu [26]. Ďalšia časť Kapitoly 3 je venovaná otázke reprezentácie normovanej fundamentálnej matice

$\Phi(x, t, t_0)$ rovnice vo variáciach

$$\frac{dY}{dt} = Df(u(x, t, t_0))Y \tag{2}$$

diferenciálnej rovnice (1) pozdĺž riešenia $u(x, t, t_0)$ diferenciálne rovnice

$$\frac{du}{dt} = f(u), \tag{3}$$

spĺňajúceho začiatočnú podmienku $u(x, t_0, t_0) = x$. Veta 3 zo str. 15 o reprezentácii matice $\Phi(x, t, t_0)$ pre prípad $d = 3$ je zovšeobecnením Dilibertovej vety z práce [17] a jej Chiconeho verzie z práce [15], ktoré sa týkajú prípadu $d = 2$. Predpokladá sa však existencia 2-rozmernej invariantnej variety M dynamického systému, generovaného autonómnou difertenciélnou rovnicou (3). Koeficienty $\alpha(t), \beta(t), \gamma(t)$ tejto fundamentálnej matice sú vyjadrené explicitne formulami, majúcimi geometrický charakter. Podľa mojej mienky je tento výsledok najkvalitnejším výsledkom habilitačnej práce. Bolo veľmi obtiažne nájsť peknú geometrickú reprezentáciu koeficientov $\alpha(t), \beta(t), \gamma(t)$ fundamentálnej matice $Y(t)$ (pozri (3.8), str.15). Problém pre $d > 3$ sa zdá byť už veľmi zložitý a zrejme neriešiteľný v takej forme ako sa to podarilo L. Adamcovi pre prípad $d = 3$..

Výsledok o reprezentácii fundamentálnej matice rovnice (2) umožnil L. Adamcovi triešiť problém reprezentácie derivácie Poicarého zobrazenia pre autonómnu diferenciálnu rovnicu

$$\frac{du}{dt} = f(u) + \epsilon g(u),\ u \in R^3, \tag{4}$$

za predpokladu, že pre $\epsilon = 0$ má diferenciálna rovnica (4) $p-$periodickú trajektóriu γ a sú splnené predpoklady (H4), (H5), (H6) zo str. 14 a (H7) zo str. 17, pričom sa predpokladá, že rovnica (4) má invariantnu varietu M nezávislú od ϵ. Problémom je nájsť formulu pre deriváciu Poincarého zobrazenia $P : \Sigma \times [0, \delta_1) \to \Sigma, (x, \eta) \mapsto u(x, \delta(x, \eta), 0, \eta)$ vzhľadom na tranzverzálu $\Sigma = \{\sigma\} \subset M$ ku γ ($\sigma : (-\delta_1, \delta_1) \to \Sigma = \{\sigma\} \subset M$, σ je parametrizáciou tranzverzály Σ) v bode $x_0 \in \gamma$ ($\sigma(0) = x_0$). Formula pre $|h'(s)|$, kde $h(s) := \sigma^{-1} \circ P \circ \sigma(s)$, z Vety 4 zo str. 18, , je elegantná, vyjadrená v úspornej, geometrickej forme. Tento výsledok je dokázaný v práci [9].

Kapitola 4 a Kapitola 5 sú venované diferenciálnym rovniciam na "time-scales". Hlavným výsledkom uvedeným v Kapitole 4 je Veta 5 o existencii a spojitej závislosti riešení diferenciálnej rovnice

$$u^\Delta = f(u, t),\ u \in R^d,\ t \in A - \text{time scale},$$

na A, kde $A \in \mathbb{T}_{t_0,T} := \{X \subset R : \{t_0, T\} \subseteqq X \subseteqq [t_0, R]_R, X \text{ je uzavretá v } R\}$, $u^\Delta(t)$ je delta derivácia $d-$vektorovej funkcie u v bode t. Tato veta umožňuje zovšobecnenie topologického princípu Ważewského na dynamické rovnice na "time-scales", ako je dokázané v práci [10]. Vo Vete 6 zo str. 28 (Kapitola 5) je tvrdenie o existencii a reprezentácii riešenia maticovej rovnice

$$U^\Delta = A(t)U,\ t \in [t_0, T]_{\mathbb{T}},$$

ktorá dává do súvislosti riešenie tejto dynamickej rovnice s riešením systému obyčajných diferenciálnych rovníc

$$U_t = H(t, A(\sup\{s \in \mathbb{T} : s \leq t\}))U, \quad t \in [t_0, T]_{\mathbb{R}}$$

a ukazuje ten prekvapivý fakt, že riešenia obidvoch systémov sú identické. Táto veta je dokázaná v práci [5]. Cenným príspevkom do teórie diferenciálnych rovníc na "time scales" je Veta 3.1 z práce [4], ktorá je verziou klasickej Floquetovej vety o reprezentácii fundamentálnej matice systému lineárnych diferenciálnych rovníc, definovaného maticou, ktorej prvky sú $p-$periodické funkcie.

Otázky oponenta k obhajobe habilitačnej práce:

Bolo by možné modifikovať dôkaz Vety 3.1 z práce [11] o spojitej závislosti riešení začiatočnej úlohy (5) na "time scale" A tak, aby sa dokázala aj spojitá závislosť riešení na začiatočnej podmienke ?

Záver:

RNDr. Ladislav Adamec, CSc. dosiahol významné originálne a veľmi cenné vedecké výsledky z kvalitatívnej teórie diferenciálnych rovníc, ktoré publikoval v kvalitných matematických časopisoch. Okrem toho publikoval viaceré práce týkajúce sa aplikácií matematiky pri analýze modelov technického a fyzikálneho charakteru. Všetky jeho práce majú vysokú matematickú kultúru a dokazujú, že má hlboké matematické znalosti a výborné pedagogické schopnosti. L. Adamec je nepochybne vyhranenou vedeckou a pedagogickou osobnosťou. Podľa mojej mienky habilitačná práca RNDr. Ladislava Adamca, CSc. spĺňuje všetky požiadavky štandardne kladené na habilitačné práce v odbore Matematika - matematická analýza.

M. Medveď

Bratislava, 14. 1. 2011

Milan Medveď