

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [2 body] Uvažme operaci symetrický rozdíl (\div) nad jazyky. Pro připomenutí:

$$L_1 \div L_2 = (L_1 \setminus L_2) \cup (L_2 \setminus L_1)$$

a) [1 bod] Je třída regulárních jazyků uzavřena na tuto operaci?

b) [1 bod] Rozhodněte zda platí (rozhodnutí zdůvodněte):

L_1 je regulární jazyk, L_2 je neregulární jazyk $\Rightarrow L_1 \div L_2$ je regulární jazyk

a) Necht' L_1 a L_2 jsou regulární jazyky. Protože třída regulárních jazyků je uzavřená na rozdíl, tak $(L_1 \setminus L_2)$ i $(L_2 \setminus L_1)$ jsou regulární. Protože třída regulárních jazyků je uzavřena i na sjednocení, tak $(L_1 \setminus L_2) \cup (L_2 \setminus L_1)$ je také regulární jazyk, tedy $L_1 \div L_2$ je regulární jazyk.

Třída regulárních jazyků je uzavřena na operaci symetrický rozdíl.

b) Tvrzení neplatí. Protipříklad:

Necht' $L_1 = \{\varepsilon\}$ (regulární) a $L_2 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ (neregulární). $L_1 \div L_2 = (L_1 \setminus L_2) \cup (L_2 \setminus L_1) = \emptyset \cup \{a^n b^n \mid n > 0\} = \{a^n b^n \mid n > 0\}$, což není regulární jazyk.

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Najděte bezkontextovou gramatiku G generující jazyk

$$L(G) = \{a^i b^j c^k d^l \mid i \neq l \wedge j \neq k\}.$$

Řešení: Hledaná gramatika je například $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, kde

$$P = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow aSd \mid aA \mid Bd, \\ A \rightarrow aA \mid C, \\ B \rightarrow Bd \mid C, \\ C \rightarrow bCc \mid bD \mid Ec, \\ D \rightarrow bD \mid \varepsilon, \\ E \rightarrow Ec \mid \varepsilon \end{array} \}$$

Z neterminálu S se nejprve vygeneruje větná forma ve tvaru $a^i C d^l$, kde $i \neq l$, buď přes neterminál A , pokud $i > l$, nebo B , pokud $i < l$. Podobně je pak z neterminálu C přes neterminál D nebo E vygenerováno slovo $b^j c^k$, $j \neq k$.