Teorie užitku

Teorie užitku (též teorie hodnoty nebo teorie rovnováhy spotřebitele), se jako už klasická sféra matematické formalizace mikroekonomického prostředí, zabývá zkoumáním chování jednoho typického spotřebitele, který při nákupu dostupných komodit usiluje o maximalizaci svého užitku, tzn. že - při stejných výdajových možnostech - nakupuje soubor komodit poskytujících mu co největší užitek. Maximalizace se odehrává v prostředí, kde spotřebitel musí vycházet z cen komodit, které jsou utvářeny v rámci tržního prostředí nezávisle na jeho vůli, a kde musí rovněž přihlížet k velikosti svého příjmu/důchodu, který má pro tento účel k dispozici a který nesmí překročit.

1 Preferenční uvažování spotřebitele

Formulace problému: Spotřebitel maximalizuje svůj subjektivně posuzovaný užitek za předpokladu, že při koupi potřebných množství jednotlivých komodit $\zeta_1,\zeta_2,\ldots,\zeta_n$ zajišťujících mu velikost užitku na požadované úrovni u^* nepřekročí rozpočtové omezení dané jeho disponibilním příjmem M.

Poznámka 1 Pro následující úvahy není příliš podstatné, jak chápeme veličinu důchod. Ta přirozeně ani v krátkodobém pohledu nemusí být představována pouze příjmem běžného období, ale také dřívějšími úsporami spotřebitele popř. jinými aktivy nebo naopak také budoucími aktivy (půjčkami, budoucími výnosy, rentou, pohledávkami), která mu budou k dispozici později. V dalším textu budeme konkrétní množství komodit $\zeta_1,\zeta_2,\ldots,\zeta_n$ označovat veličinami $x_1,x_2,\ldots,x_n$.

Definice 1 Uvažujme konečnou množinu komodit (statků) $\boldsymbol{\zeta}=(\zeta_1,\zeta_2,\ldots,\zeta_n)$, z níž provádíme postupně několik výběrů $j=1,2,\ldots,r$. Množinu všech možných vybíraných množství/kombinací ze všech komodit nazveme ***komoditní prostor*** a označíme jej

(1) $$\boldsymbol{X}=\left(\boldsymbol{x}^{(j)},\boldsymbol{x}^{(j)}=\left(\boldsymbol{x}_1^{(j)},\boldsymbol{x}_2^{(j)},\ldots,\boldsymbol{x}_n^{(j)}\right)\right),\quad \boldsymbol{x}^{(j)}\geq 0\quad i=1,2,\ldots,n,\quad j=1,\ldots,r$$

Hodnota $\boldsymbol{x}_i^{(j)}$ tedy vyjadřuje množství komodity ζ_i vybírané při j-té variantě výběru. Pro tuto chvíli, (ač to není zásadně důležité), budeme předpokládat (třeba velký) konečný soubor možných výběrů.

Každé komoditě ζ_i přiřadíme kladné číslo p_i, které bude vyjadřovat cenu za jednotku fyzického množství (jednotkovou cenu) této komodity.

Definice 2 Soubor cen p_i všech komodit $\zeta_i, i=1,\ldots,n$ představovaných vektorem kladných čísel

(2) $$\boldsymbol{p}=(p_1,p_2,\ldots,p_n),\ p_i>0\quad \text{pro}\ \ i=1,2,\ldots,n$$

kde každé p_i vyjadřuje jednotkovou cenu i-té komodity ζ_i, a to nezávisle na provedeném výběru nazveme ***cenový vektor.***

Jak je patrné, v systému neuvažujeme volné statky, tj. komodity, u nichž $p_i=0$. Důvodem není ani tak okolnost, že by se v systému nemohly vyskytnout, jako fakt, že pro řešení problému, který je svou povahou optimalizační (mj. vzhledem k cenám), nemají význam, resp. hledané řešení jimi nebude ovlivněno.

Na rozlišovací schopnost spotřebitele je nutno položit některé zásadní požadavky, které ve svých důsledcích umožní rigorózní formulaci úlohy. Jedním z těchto požadavků je např. předpoklad, že spotřebitel musí být pro jakékoliv dvě kombinace komodit, řekněme A a B schopen rozhodnout, která z nich mu přinese vyšší užitek, případně zda užitek jimi poskytnutý bude stejný. Jinými slovy to znamená, že tyto dvě kombinace A, B mohou být co do užitku poskytnutého spotřebiteli rovnocenné (z pohledu spotřebitele jde o indiferentní komodity), nemohou však být nesrovnatelné. Přesněji :

Předpoklad Spotřebitel je schopen vzájemně porovnat libovolné dvě varianty $\boldsymbol{x}^{(i)}, \boldsymbol{x}^{(j)}, j = 1,2,\ldots,n$ a (subjektivně) posoudit, která z nich je pro něj výhodnější, popř. jsou-li vzájemně rovnocenné. Rozlišovací (binární) relace „♠“ definovaná na kartéském součinu $\boldsymbol{X} \times \boldsymbol{X}$ (tj. pro každou dvojici variant) má přitom dále uvedené vlastnosti . Při značení použijeme symbol **„$\succeq$„** jako symbol neostrého preferenčního uspořádání tj. relace pro dvě srovnávané kombinace zapíšeme ekvivalentně $\boldsymbol{x}^{(i)}$ ♠ $\boldsymbol{x}^{(j)}$, právě tehdy, když $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}$, přičemž symbol **„$\succeq$„** čteme jako „preferováno nebo stejně hodnoceno“.

Preferenční relaci je třeba nyní přisoudit takové vlastnosti, které jsou splněny pro co možná nejširší okruh myslitelných situací spojených s rozhodováním spotřebitele o výběru z jemu dostupných a užitek přinášejících variant. Tyto vlastnosti jsou obsahem následující definice.

Definice 3 ***Vlastnosti preferenční relace* „ $\succeq$ „ :**

(P1) Relace „ $\succeq$ „ je ***reflexívní***, tzn. platí $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(j)}$ pro libovolné $\boldsymbol{x}^{(j)}$.

(P2) Relace „ $\succeq$ „ je ***tranzitivní***, tzn. jestliže $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}$ a $\boldsymbol{x}^{(k)} \succeq \boldsymbol{x}^{(l)}$, potom platí $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(l)}$

(P3) Relace „ $\succeq$ „ je ***úplná***, tzn. pro všechna $\boldsymbol{x}^{(j)}, \boldsymbol{x}^{(k)}$ platí $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}$ nebo $\boldsymbol{x}^{(k)} \succeq \boldsymbol{x}^{(j)}$.
nebo současně obojí (tento poslední případ znamená ***indiferentnost/rovnocennost*** „ $\approx$ “).

(P4) Relace „ $\succeq$ „ je ***nenasycená***, tzn. neexistuje taková varianta $\boldsymbol{x}^{(j)}$, která by byla nadřazená vůči všem ostatním variantám. Jinými slovy: ke každé variantě $\boldsymbol{x}^{(j)}$ lze nalézt variantu $\boldsymbol{x}^{(k)}$ takovou, že platí $\boldsymbol{x}^{(k)} \succeq \boldsymbol{x}^{(j)}$.

Tato vlastnost má za následek, že užitková funkce je neklesající a přinejmenším v jednom svém argumentu je rostoucí.

(P5) Relace „ $\succeq$ „ je ***spojitá***, což znamená toto: Pro libovolnou variantu $\boldsymbol{x}^{(j)}$ definujme dvě množiny

a) $L(\boldsymbol{x}^{(j)})$ jako množinu všech variant "přinejmenším stejně dobrých jako $\boldsymbol{x}^{(j)}$"
b) $H(\boldsymbol{x}^{(j)})$ jako množinu všech variant "nikoliv lepších než $\boldsymbol{x}^{(j)}$" tzn. :

$$L(\boldsymbol{x}^{(j)}) = \{\boldsymbol{x}^{(k)};\ \boldsymbol{x}^{(k)} \succeq \boldsymbol{x}^{(j)}\} \qquad , H(\boldsymbol{x}^{(j)}) = \{\boldsymbol{x}^{(k)}; \boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}\}$$

Relace „$\succeq$„ je spojitá právě tehdy, jestliže množiny $L(\boldsymbol{x}^{(j)})$ i $H(\boldsymbol{x}^{(j)})$ jsou uzavřené, tj. součástmi těchto množin jsou i jejich hranice (tj. body, kde platí indiference vůči $\boldsymbol{x}^{(j)}$).

(P6) Relace „ $\succeq$ „ je ***konvexní***, tzn. platí implikace:

(3) jestliže $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}$, potom $\lambda \cdot \boldsymbol{x}^{(j)} + (1-\lambda) \cdot \boldsymbol{x}^{(k)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}$ pro libovolné $\lambda \in \langle 0,1 \rangle$.

Reflexivita **(P1)** konstatuje samozřejmost, že každá komoditní kombinace je vůči sobě „aspoň stejně dobrá“. Jejím účelem je dosažení rovnocennosti hodnocení kombinace vůči sobě. Na základě této podmínky je preferenční relace definována jako „neostrá“.

Smyslem *tranzitivity* **(P2)** je dosáhnout uspořádání variant v souladu se zásadou, že je-li varianta A nejméně stejně dobrá jako druhá varianta B a tato druhá aspoň stejně dobrá jako varianta C, pak musí být i varianta A nejméně stejně dobrá jako varianta C. V minulosti bylo zavedení této vlastnosti předmětem polemik a nemalé úsilí bylo věnováno konstruování protipříkladů, nyní se v zásadě přijímá jako oprávněná. Její odmítnutí by vedlo k výraznému omezení deduktivních postupů spojených s konstrukcí užitkové funkce.

Úplnost relace **(P3)** znamená vyloučení existence nesrovnatelných variant, tzn. že pro kterékoliv dvě varianty musíme být schopni rozhodnout o jejich vzájemném preferenčním postavení ve smyslu „ne horší než“, „ne lepší než“ resp. „rovnocenné s“ . Lze tedy také mluvit o *axiomu srovnatelnosti*.

Nenasycenost **(P4)** relace je na první pohled jakoby zbytečná vlastnost. Nemáme-li se však omezovat na spotřební koše s vždy nějak omezenými množstvími statků, je potřebná. Vlastnost se váže k situaci, kdy množství některého statku zvětšujeme: důsledkem zde nemůže být ani pokles v hodnocení užitečnosti spotřebního koše, ale ani (pokud bychom zvětšovali množství všech komodit) zastavení se na určité již nepřekročitelné hladině užitku.

Spojitost **(P5)** reprezentuje konzistentní způsob uvažování spotřebitele v tom smyslu, že když existuje posloupnost komoditních kombinací $z^{(k)}$ takových, že pro kterýkoliv prvek této posloupnosti platí $z^{(k)} \succeq x$, potom také pro limitní bod z této posloupnosti z (pro který $z = \lim_{k\to\infty} z^{(k)}$) musí platit $z \succeq x$. Množiny $L(x^{(j)})$, resp. $H(x^{(j)})$ se někdy nazývají ***dolní***, resp. ***horní obrysová množina*** [*lower* resp. *upper contour set*] .

Konvexnost **(P6)** preferenční relace není už tak samozřejmá vlastnost, byť jde o vlastnost velmi důležitou, která zajišťuje - jak uvidíme dále - kvanzikonkávnost níže konstruované užitkové funkce. Problém spočívá v tom, že vlastnost reprezentuje konstatování, že "směs" dvou komoditních kombinací nemůže být horší než horší z obou těchto kombinací. I když se omezíme jen na statické nazírání na věc, je patrné, že v řadě srovnávacích situací tomu tak být nemusí: Smícháme-li dva jinak chutné nápoje (např. whisky a gin), získaný výsledek stěží povede k lepšímu chuťovému dojmu, než kterákoliv z obou složek konzumovaných samostatně. Totéž by platilo o řadě jiných komoditních kombinací spojených s jídlem a pitím.

Jak dále uvidíme, ne všechny vlastnosti preferenční relace jsou stejně důležité ve vztahu k možnosti definování ***spojité užitkové funkce***. Z tohoto pohledu jsou vlastnosti **(P1)**, **(P2)**, **(P3)** a **(P5)** důležitější než dvě zbývající. Vlastnost **(P4)** má však přímý vztah k požadavku, aby byla užitková funkce rostoucí a k tomu, aby bylo vždy definováno řešení níže formulovaného optimalizačního problému. Konvexnost **(P6)** zaručuje, že indiferenční křivky budou vyklenuty vzhledem k počátku, což je ekvivalentní *kvazikonkávnosti užitkové funkce*.

Poznámka 2 *Ostrou preferenční relaci* "$\succ$" bychom získali doplněním neostré preferenční relace "$\succeq$" o dodatečnou vlastnost ***antisymetrie.***

Definice 4 Řekneme, že relace "$\succ$" splňuje vlastnost ***antisymetrie***, jestliže pro ni platí

(P7) Varianta $\boldsymbol{x}^{(j)}$ je ostře preferována před variantou $\boldsymbol{x}^{(k)}$- ve značení $\mathbf{x}^{(j)} \succ \mathbf{x}^{(k)}$ jestliže platí $\mathbf{x}^{(j)} \succ \mathbf{x}^{(k)}$, avšak nikoliv $\mathbf{x}^{(k)} \succ \mathbf{x}^{(j)}$.

Jejím protikladem je vlastnost, která se uplatňuje u jiných binárních relací, než je *preferenční.*

Definice 5 Řekneme, že relace $\succeq$ splňuje vlastnost ***symetrie***, jestliže pro ni platí

(P8) Jestliže platí $\mathbf{x}^{(j)} \succeq \mathbf{x}^{(k)}$, pak vždy také platí $\mathbf{x}^{(k)} \succeq \mathbf{x}^{(j)}$.

Poznámka 3 Pokud platí obě podmínky **(P8)** v definici symetrie, pak řekneme, že

Varianta $\mathbf{x}^{(j)}$ ***je indiferentní vůči variantě*** $\mathbf{x}^{(k)}$, a značíme $\mathbf{x}^{(j)} \approx \mathbf{x}^{(k)}$

Spojitost **(P5)** vázaná k preferenční relaci však pro jiné situace není až tak samozřejmou vlastností, jak se může na první pohled zdát. Za protipříklad můžeme vzít např. tuto relaci:

Definice 6 *Lexikografická preferenční relace* je (v kontextu dvou komodit) definována takto:
$x \succ y \Leftrightarrow \quad [x_1 > y_1]\, nebo\, [x_1 = y_1 \;\, a\, současně\;\, x_2 > y_2]$
$y \succ x$ ve všech ostatních případech

Tvrzení 1 Lexikografická preferenční relace není spojitá.
Ověření: Ukážeme, že nelze najít komoditní kombinaci (z_1, z_2), která by byla odlišná od (x_1, x_2) a která by byla vůči (x_1, x_2) indiferentní.

a) Jestliže $x_1 \neq z_1$, pak bude $z = (z_1, z_2)$ ostře lepší nebo ostře horší než $x = (x_1, x_2)$ -

b) Jestliže $x_1 = z_1$, pak bude $z = (z_1, z_2)$ opět ostře lepší nebo ostře horší než $x = (x_1, x_2)$ v závislosti na hodnotě druhého argumentu.

Další možnost zřejmě není, indiference tedy nelze dosáhnout. □

Důsledkem *Tvrzení 1* je mj. skutečnost, že k lexikografické preferenční relaci nelze vyjádřit indiferenční křivky jako souvislé vícebodové množiny. Pro libovolnou hladinu užitku $u > 0$ je „indiferenční křivka“ degenerovaná jednobodová množina. Obecněji můžeme na věc pohlížet tak, jakoby měla „jednodimenzní“ indiferenční křivka „příliš málo“ bodů pro jednoznačné zobrazení kartéského součinu $X_1 \otimes X_2$ na ni. V našem případě jde o zobrazení $E_2 \to E_1$.

Poznámka 4 Rovnocennou definici konvexnosti bychom dostali touto formulací:

Preferenční uspořádání se nazývá ***konvexní***, jestliže dolní obrysová množina

$$L\left(\boldsymbol{x}^{(j)}\right) = \left\{\boldsymbol{x}^{(k)};\ \boldsymbol{x}^{(k)} \succeq \boldsymbol{x}^{(j)}\right\} \text{ je konvexní pro všechna } x^{(k)} \in X .$$

Nyní učiníme několik poznámek k možnosti definovat některé z přijímaných vlastností preferenční relace v zesílené nebo naopak oslabené podobě.

Ke konvexnosti **(P6)** preferenční relace bychom mohli též definovat též její „zesílené“ verze:

Definice 7 Relace „ $\succeq$ „ je ***ryze konvexní***, jestliže platí implikace:

(P6s) Jestliže $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}$, potom $\lambda \cdot \boldsymbol{x}^{(j)} + (1-\lambda)\cdot \boldsymbol{x}^{(k)} \succ \boldsymbol{x}^{(k)}$ pro libovolné $\lambda \in \langle 0,1 \rangle$,

Rozdílnost **(P6s)** oproti **(3)** se projeví v tom, že touto podmínkou vyloučíme z uvažování „lineární úseky“ na indiferenčních křivkách a dosáhneme jednoznačnosti určení *rovnovážných bodů.* Ještě razantnější možnosti zesílení konvexnosti bychom dosáhli takto:

Definice 8 Relace „ $\succeq$ „ je ***striktně konvexní***, jestliže platí implikace:

(P6ss) Jestliže $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}$, potom $\lambda \cdot \boldsymbol{x}^{(j)} + (1-\lambda)\cdot \boldsymbol{x}^{(k)} \succeq \boldsymbol{x}^{(j)}$ pro libovolné $\lambda \in \langle 0,1 \rangle$, kterou můžeme vyjádřit jako požadavek, aby užitek z komoditní kombinace, která jakýmkoliv způsobem směšuje statky zastoupené v kombinacích $x^{(k)}, x^{(j)}$ nebyl menší než dokonce lepší z obou variant. V přeneseném smyslu (vztaženo k příslušné vlastnosti užitkové funkce) lze mluvit o *axiomu* resp. vlastnosti *různorodosti* či *pestrosti*. Jak je ovšem zřejmé, jde o nepřiměřeně silný a málo realistický požadavek. Těžko bychom hledali oblast praktického života, ve které by byl uplatnitelný (snad jen v omezeném okruhu módního oděvního zboží posuzováno očima extravagantních konzumentů).

Poznámka 5

Nenasycenost preferenční relace je poměrně silnou vlastností. Někdy se proto ukazuje účelné definovat její slabší verzi

(P4w) Relace „ $\succeq$ „je ***lokálně nenasycená***, jestliže platí:

Pro každou variantu $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ existuje okolí $S_\delta(x)$ bodu x, takové, že aspoň pro jedno $z = (z_1, z_2, ..., z_n)$, $z \in S_\delta(x)$ platí $z \succ x$..

Význam vlastnosti (P4w) níže ukážeme v souvislosti s existencí rovnovážného bodu na množině rozpočtového omezení.

Rovněž spojitost preferenční relace může být zesílena v několika směrech. Uvedeme zde dvě možné podoby tohoto zesílení

Definice 9
Axiom nezávislosti**:** Jestliže $p \succ q$ a $\lambda \in (0,1>$, z libovolné, pak

(P9) $$\lambda.x + (1-\lambda).z \succ \lambda.y + (1-\lambda).z \quad \text{pro všechna } z$$

Archimédovský axiom**:** Jestliže máme komoditní kombinace v relacích $x \succ y \succ z$, pak existují konstanty $\lambda, \mu \in (0,1)$ takové, že platí

(P10) $$\lambda x + (1-\lambda).z \succ y \succ \mu x + (1-\mu).z$$

Poznámka 6 Pokud bychom chtěli zavést *relaci* za účelem dosažení *ekvivalence* variant (označenou např. „$\cong$„), uplatnila by se již dříve implicitně formulovaná podmínka *symetrie* (definující indiferentní varianty)

(P11) Varianta $\boldsymbol{x}^{(j)}$ je indiferentní vůči variantě $\boldsymbol{x}^{(k)}$, tj. $\boldsymbol{x}^{(j)} \approx \boldsymbol{x}^{(k)}$, jestliže platí $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}$ a současně také platí $\boldsymbol{x}^{(k)} \succeq \boldsymbol{x}^{(j)}$.

V závěru této části se ještě stručně zmíníme o dvou binárních relacích, jejichž významnost se projevuje v jiných oblastech matematické ekonomie a teorie optimálního rozhodování. Jde o ***relaci ekvivalence*** a ***relaci uspořádání*** .

Definice 10 Binární relace, splňující vlastnosti **(P1)**, **(P2)** a **(P10)** se nazývá ***ekvivalence***. **Je** tedy současně ***reflexívní***, ***symetrická*** **a** ***tranzitivní***. (Značí se např. „$\cong$„)

Definice 11 Binární relace, která splňuje vlastnosti **(P1)** a **(P2)** se nazývá ***částečné uspořádání***. Je to tedy relace s vlastnostmi ***reflexivity*** a ***tranzitivity***.

Definice 12 Binární relace splňující **(P1),(P2),(P3)** se nazývá ***úplné uspořádání***.
Je to tedy relace s vlastnostmi ***reflexivity***, ***úplnosti*** a ***tranzitivity***.

Zatímco smyslem zavedení ***relace ekvivalence*** je především jistá kategorizace prvků/variant do tříd obsahujících prvky z jistého hlediska podobné, je účelem uplatnění ***relace uspořádání*** (***částečného*** či ***úplného***) dosažení *seřaditelnosti* prvků/variant podle zvoleného kritéria, které obsahují. (Přítomnost vlastnosti **(P1)** naznačuje, že takto definované uspořádání je *neostré).*

Definice 12 Preferenční uspořádání se nazývá ***monotónní***, jestliže situace, kdy platí $\mathbf{x}^{(j)} \succeq \mathbf{x}^{(k)}$ a současně $\boldsymbol{x}^{(j)} \neq \boldsymbol{x}^{(k)}$ znamená vždy $\mathbf{x}^{(j)} \succ \mathbf{x}^{(k)}$.

Monotónnost vylučuje tedy možnost existence ekvivalentních tříd, ve kterých by bylo několik různých vzájemně indiferentních prvků. Vlastnost udává, že u kteréhokoli zboží je preferováno jeho větší množství , což znamená, že všechna zboží jsou žádoucí.
Platí, že ***užitková funkce odvozená z monotónního uspořádání je rostoucí***.

Nyní přejdeme od relací charakterizujících vzájemný vztah srovnávaných komodit komoditního prostoru k vyjádření, při němž je každá komoditní kombinace ohodnocena nějakým reálným číslem nebo aspoň pořadím z hlediska užitečnosti pro spotřebitele. Toto ohodnocení by mělo dodržovat zásadu, že horší varianta je proti lepší oceněna menším reálným číslem.

Definice 13 Přiřadíme-li každé variantě $\boldsymbol{x}^{(k)}$ číslo $u\left(\boldsymbol{x}^{(k)}\right) \in R_1^+$, získáme tak funkci přiřazující každému bodu komoditního prostoru $\boldsymbol{X}$ hodnotu, kterou nazveme ***užitek.*** Tato ***užitková funkce*** $u(\boldsymbol{x})$ přiřazuje lepší variantě $\boldsymbol{x}^{(j)}$ větší hodnotu $u\left(\boldsymbol{x}^{(j)}\right)$ oproti horší variantě $\boldsymbol{x}^{(k)}$, které přiřazuje menší hodnotu $u\left(\boldsymbol{x}^{(k)}\right)$ v souladu se vztahem

(4) $$\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)} \Leftrightarrow u\left(\boldsymbol{x}^{(j)}\right) \geq u\left(\boldsymbol{x}^{(k)}\right).$$

V případě, že jsou obě varianty indiferentní, tzn. platí $\boldsymbol{x}^{(j)} \succeq \boldsymbol{x}^{(k)}$ a současně $\boldsymbol{x}^{(k)} \succeq \boldsymbol{x}^{(j)}$, budou hodnoty užitku při obou variantách stejné tj. $u\left(\boldsymbol{x}^{(j)}\right) = u\left(\boldsymbol{x}^{(k)}\right)$.

Pro účely dalšího výkladu přijmeme úmluvu, že komoditní prostor je tvořen kartéským součinem uzavřených intervalů $X_1 \times X_2 \times \ldots . X_n$, kde tyto intervaly $X_i \leq 0, \kappa_i$), přičemž pravé krajní body těchto intervalů budou tvořeny buď konečnými hodnotami nebo neomezenou hodnotou „$+\infty$„ . Intervalové uvažování přípustných hodnot komodit ve svém důsledku znamená, že množství každé komodity budeme považovat za neomezeně dělitelnou (nezápornou) veličinu a rovněž to, že z komoditního prostoru můžeme provádět nekonečně mnoho opakovaných různých výběrů.

Jak je patrné, zdaleka ne každá ekonomicky posuzovaná komodita má vlastnost neomezené dělitelnosti. To sice nečiní podstatnější problém v případě, kdy ji oceňujeme peněžně (dělení v principu diskrétní veličiny je zde „dostatečně jemné“), avšak v případě naturálního vyjádření to může přinést poměrně hrubé odchýlení se od skutečnosti. Měříme-li užitek, který spotřebiteli přináší elektrospotřebič, vozidlo či objekt bydlení, jsme při popisu množství komodity odkázáni na vyjádření v přirozených číslech (které je typicky diskrétního charakteru), přičemž přechod např. ke zlomkovému vyjádření by s ohledem na celistvost užitné hodnoty věci byl sotva rozumně interpretovatelný. Podobných „protipříkladů“ bychom nalezli ostatně nesčetně i mezi předměty zřetelně nižší peněžní hodnoty (oděvy, kancelářské potřeby, hračky, tkaničky od bot apod.).

„Zespojitění“ komoditního prostoru, popř. omezení oboru hodnot každé komodity zprava na prakticky uvažovatelný rozsah je tedy provedeno především z důvodu matematické zvládnutelnosti, mj. též k možnosti definovat řadu pojmů marginální ekonomicko-matematické analýzy s použitím spojitosti a diferencovatelnosti (užitkové) funkce. V této souvislosti se nejprve budeme věnovat matematické formalizaci užitkové funkce.