

- Klasický model časové řady
- Významné trendové funkce

4.

## Modely časových řad



### Cíl kapitoly

Poté co jsou vytvořeny předpoklady studia časových řad, je možno přistoupit k jejich matematicko-statistické analýze. Základní úlohou, která je v případě časových řad řešena, je nalezení obecné tendence vývoje časové řady - trendu. Tato kapitola Vám nabídne několik možností jak lze přistoupit k nalezení trendu časové řady. Východiskem je zejména tzv. klasický model časové řady a následné využití regresního počtu.



### Časová zátěž

6 hodin (3. týden v březnu)

### Uvod

Charakteristiky uvedené v předchozí kapitole podávají poměrně představu o vývoji sledovaného procesu v čase. Například tempa růstu se užívá v praktických úlohách velmi často jako základního (a mnohdy jediného) údaje, který má danou časovou řadu charakterizovat. Pro konkrétní ekonomické aplikace je však mnohem významnější oblast analytická, kdy se snažíme o popis sledovaného jevu pomocí modelů. Oblast modelování časových řad tvoří poměrně výraznou statistickou disciplínu, jež v poslední době prochází obrovským rozvojem. Tento rozvoj je vyvolán především masivním nástupem výpočetní techniky a jejího využití. Výpočetní technika umožňuje používání některých typů metod, které jsou bez jejího využití technicky velmi náročné. Stejně tak využití výpočetní techniky přiblížilo oblast analýzy časových řad běžnému použití, neboť základní nástroje a modely jsou obvykle součástí běžného statistického software.

K modelování časové řady je možno využít několika přístupů. Tyto přístupy se liší v míře zahrnutí náhodných vlivů do modelu, z čehož také vyplývají adekvátní matematicko-statistické metody. Následující kapitola se věnuje především prezentaci základních „klasických“ metod analýzy časových řad.

Jednorozměrný model časové řady

Východiskem bude princip **jednorozměrného modelu** časové řady, který je možno definovat jako

$$y_t = f(t, \varepsilon_t),$$

kde  $y_t$  je hodnota modelovaného ukazatele v čase  $t$ ,  $t$  je časová proměnná, nabývající hodnot  $t = 1, 2, \dots, n$  a  $\varepsilon_t$  označuje hodnotu náhodné složky (tzv. poruchy) v tomto čase  $t$ .

Vedle jednorozměrných modelů je možno časové řady analyzovat také pomocí modelů **vícerozměrných**. Tedy takových, kdy v roli vysvětlující proměnné nevystupuje pouze čas, ale i některé další faktory. V tomto případě je nutno užít složitějších metod, které však již přesahují záměr této publikace.



Uvedené vícerozměrné modely časových řad zahrnují především modely vycházející z regresního počtu, jako je například Koyckův model. Je však možno se setkat i s jinými přístupy, jedním z nejznámějších jsou tzv. **autoregresní modely**, které vycházejí z vysvětlení proměnné v časové řadě pomocí jejích

změn v čase (minulými pozorováními). Autoregresním metodám se věnuje například učebnice ARTLA *Moderní metody modelování časových řad*.

Konkrétní podobu uvedeného jednorozměrného modelu je možno vyvodit zejména následujícími třemi způsoby:

- a) pomocí **klasického modelu**, který vychází z dekompozice časové řady na čtyři základní složky – trendovou, sezónní, cyklickou a náhodnou.
- b) pomocí **Box-Jenkinsonovy metodologie**, která při popisu časové řady vychází z existence náhodné složky a využívá korelační analýzy.
- c) pomocí **spektrální analýzy**, kdy časovou řadu popisujeme pomocí soustavy sinusoid a cosinusoid. Tento přístup akcentuje.

Pokud je cílem analýzy časové řady především postihnoutí formy pohybu sledované veličiny, je vhodné použít klasického modelu. Jeho výhodou je velmi dobrá interpretace struktury modelu, včetně interpretace významu a smyslu jednotlivých složek. Použití klasického modelu časové řady však není příliš praktické v úlohách, kde analýza má sloužit pro postihu věcných příčin chování časové řady.

*Například je-li cílem analýzy zachycení chování časové řady s možností její extrapolace (vytvoření predikce), je klasický model vhodný jen u těch modelů, které vykazují poměrně stabilní vývoj všech složek. Pokud není vývoj jednotlivých složek příliš stálý, resp. je v časové řadě velmi významná náhodná složka, je vhodnější užít např. metody Box-Jenkinsonovy.*



## 4.1 Klasický model časové řady

Jak jsme již zmínili, klasický model časové řady vychází z dekompozice (rozčlenění) časové řady do následujících čtyř složek:

- trendové ( $T_t$ ),
- sezónní ( $S_t$ ),
- cyklické ( $C_t$ ),
- náhodné ( $\varepsilon_t$ ).

Klasický model může obsahovat všechny uvedené složky, stejně jako může obsahovat pouze některé z nich. Přítomnost jednotlivých složek v modelu je dána zejména věcným obsahem časové řady. Proto by analýze časové řady měla předcházet (stejně jako tomu bylo v případě regresní analýzy) důkladná věcná analýza vycházející především ze známých teoretických a praktických poznatků o vývoji zkoumaného jevu.

Klasický model časové řady je obvykle popsán pomocí tzv. aditivního tvaru, kdy je časová řada ukazatele  $y_t$  modelována jako součet jednotlivých složek.

$$y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$$

V některých úlohách je výhodnější využít multiplikativního modelu, kdy je proměnná  $y_t$  vyjádřena jako součin jednotlivých složek. Tuto úlohu lze však snadno převést na předchozí (aditivní) typ pomocí vhodné logaritmické transformace.



Uvědomte si, že *logaritmováním součinu dvou proměnných dostáváme součet logaritmů těchto proměnných (logaritmus součinu je roven součtu logaritmů).*

### 4.1.1 Trendová složka časové řady

Ve většině úloh tvoří trendová složka nejvýznamnější část časové řady. Popisuje tzv. **trend** řady – nějakou hlavní (nejsilnější) tendenci vývoje sledovaného ukazatele v čase. Obecně může být rostoucí i klesající. Pokud nastává situace, kdy se hodnoty ukazatele pohybují okolo určité stálé úrovně, hovoříme o časové řadě bez trendu.

K popisu trendové složky časové řady vycházíme z poznatků regresní a korelační analýzy. S určitou mírou zjednodušení se dá říci, že analýza trendové složky přechází na klasickou úlohu hledání vhodné regresní funkce. V roli nezávisle proměnné však v případě trendu vždy vystupuje časová proměnná  $t$ .

### 4.1.2 Kritéria volby trendové funkce

Jak jsme již zmínili formulace vhodné trendové funkce je do jisté míry základní úlohou při analýze časové řady. Otázka, zda daný ukazatel má v čase spíše tendenci k růstu či poklesu, je kardinální otázkou například analýzy produkčních funkcí. Stejně tak je významná informace o charakteru tohoto růstu.

Jako východisko pro nalezení vhodné trendové funkce musí (stejně jako u regresních vztahů) sloužit věcná ekonomická analýza. Je nutno zhodnotit, zda existují věcné důvody pro růst daného ukazatele v čase, či zda se může jednat pouze o dočasný jev, který bude vystřídán poklesem. Věcně ekonomickou analýzu je vhodné doplnit analýzou grafu časové řady. Graf funkce umožňuje srovnat teoretická východiska s empiricky získanými údaji.

Oba typy analýz však mohou sloužit pouze jako východisko pro další odhady. Analýza grafu je do jisté míry subjektivní záležitostí, ovlivněná například měřítkem zobrazení, předsudky analytika, náhodným nahromaděním některého typu dat v určitém období apod.

Je proto nutné nalézt objektivnější kritéria pro volbu trendové funkce. Mezi nejčastěji užívaná patří především:

- **metody vycházející z regresního počtu**

Patří sem především metody založené na hledání minimálních odchylek empirických a vyrovnaných odchylek (např. MNČ).

- **index korelace, či determinace**

Kritériem pro volbu konkrétní trendové funkce je v tomto případě nalezení takového tvaru, kdy je hodnota indexu korelace nejvyšší. Tato informace je však sama o sobě velmi závislá na typu procesu, který analyzujeme. Je vhodnější v případech, kdy jsou k dispozici poměrně jasné předpoklady o tvaru trendové funkce a je vhodné ji použít spíše jako doplňující informaci.

Kritéria  
pro volbu  
trendu

#### ■ **statistické testy a intervaly spolehlivosti**

Stejně jako u regresních metod je možno využít k rozhodnutí o volbě trendu některých standardních statistických testů.

#### ■ **analýza diferencí a tempa růstu**

Jak jsme již zmínili v předchozí kapitole věnované charakteristikám časových řad, podávají hodnoty prvních a druhých diferencí významnou informaci, která může být vodítkem k volbě trendu.

#### ■ **klouzavý průměr**

Metoda vytvoření trendové funkce pomocí klouzavých průměrů je v praxi velmi oblíbená pro svou jednoduchost. Spočívá v nahrazení empirických pozorování, která tvoří členy časové řady, řadou průměrů vypočítaných z těchto pozorování.

#### ■ **extrapolační kritéria**

Extrapolační kritéria jsou odlišným pohledem na volbu trendu. Všechny výše uvedené postupy, někdy nazývané interpolační, posuzovaly vhodný trend pomocí míry vystižení již známých hodnot sledovaného ukazatele. Extrapolační kritéria jsou založena na simulaci sledovaného jevu, kdy z časové řady vybereme určitý časový úsek a na jeho základě se snažíme „simulovat“ následující (již známá) pozorování. Pro volbu trendové funkce je pak kritériem co nejlepší shoda simulovaných a skutečně zjištěných hodnot ukazatele.

Jelikož některá výše uvedená kritéria – analýza diferencí a klouzavé průměry – jsou poměrně jednoduchá, ukážeme jejich princip a použití. Poté se budeme podrobněji věnovat užívaným trendovým funkcím a jejich použití.

### **4.1.3 Analýza diferencí časové řady**

Diference časové řady udávají rozdíl mezi po sobě jdoucími hodnotami ukazatelů. Vyjadřují tedy o kolik jednotek došlo ke zvýšení, či snížení hodnoty sledovaného ukazatele. Jak jsme již popsali v předchozí kapitole, diference je možno konstruovat i vyšších řádů jako rozdíly diferencí. Lze snadno dokázat, že v momentu, kdy jsou diference některého řádu konstantní, případně se velmi málo odlišují od určité hodnoty, lze zkoumanou časovou řadu popsat trendovou funkcí řádu stejného jako je diference.

*Obdržíme-li tedy konstantní diference prvního řádu (tedy diference druhého řádu rovny nule), lze danou časovou řadu popsat pomocí lineárního trendu. Nulové hodnoty diferencí třetího řádu ukazují na využití parabolického trendu apod.*

Podobně jako diferencí (rozdílů) je možno využít i indexů (počítaných jako podíl sousedních hodnot v časové řadě). Je-li index prvního řádu, který jsme v předchozí kapitole nazvali tempo růstu, roven konstantě, je možno posuzovanou časovou řadu popsat exponenciálním trendem.

#### **Příklad 4.1**

Jistý hypermarket sleduje počet návštěvníků v prvních měsících po otevření. Zajímá se o charakter vývoje počtu návštěvnosti s možností její prognózy



## 4. Modely časových řad

do budoucna, proto opakuje sledování vždy každý měsíc. Pro prvních devět měsíců roku 2001 je návštěvnost uvedena v následující tabulce:

	leden	únor	březen	duben	květen
počet	103	254	415	587	770
	červen	červenec	srpen	září	
počet	965	1 171	1 387	1 613	

Tabulka 4.1: Návštěvnost v hypermarketu v roce 2001 (v tis. obyvatel)

### Řešení:

Jako východisko volby trendové funkce využijeme analýzy diferencí. Vypočítané diference prvního, druhého a třetího řádu jsou uvedeny v následující tabulce.

	leden	únor	březen	duben	květen
počet	103	254	415	587	770
$D^1$	x	151	161	172	183
$D^2$	x	x	10	11	11
$D^3$	x	x	x	1	0
	červen	červenec	srpen	září	
počet	965	1 171	1 387	1 613	
$D^1$	195	206	216	226	
$D^2$	12	11	10	10	
$D^3$	1	-1	-1	0	

Tabulka 4.2: První, druhé a třetí diference návštěvnosti v hypermarketu

Z výsledků uvedených v tabulce je patrné, že diference druhého řádu nabývají víceméně konstantních hodnot a diference třetího řádu se pohybují velmi blízko nulovým hodnotám. Lze tedy usuzovat, že vývoj počtu návštěvníků se řídí parabolickým trendem.



*Výsledky příkladu naznačují jistá omezení těchto jednoduchých analýz. Z praktických důvodů lze očekávat, že růst počtu návštěvníků se nutně musí v určitý moment zastavit. Použití parabolického trendu, i když výsledky diferenční analýzy v jeho prospěch hovoří, není proto vhodné. Věcné důvody spíše hovoří ve prospěch některého asymptotického (shora omezeného) trendu, které jsou prezentovány v následující části kapitoly.*

### 4.1.4 Metoda klouzavého průměru

Jistou alternativou analytickým metodám odhadu trendové funkce (využívající především regresních metod) je použití klouzavého průměru. Výhodou tohoto postupu je především jeho jednoduchost a dostupnost.

Metoda klouzavých průměrů vychází z principu postupného nahrazování empirických pozorování odpovídajícími průměry hodnot vypočítaných z těchto pozorování. Každý z těchto průměrů je tedy vypočítán pouze z výseku časové řady a reprezentuje pouze tuto část. Narozdíl od analytické trendové funkce tak klouzavý průměr disponuje větší pružností na změny v hodnotách zkoumané veličiny.

*Metody klouzavého průměru je také možno využít pro tzv. sezónní očištění časové řady, o kterém se zmíníme v části věnované analýze sezónní složky.*



Klouzavý průměr pro dané období obvykle počítáme jako průměr hodnot jež tomuto období předcházejí a stejnému počtu hodnot následujících. Každou následující hodnotu klouzavého průměru vypočítáme tak, že vyřadíme nejstarší člen a nahradíme ho dalším následujícím pozorováním. Postupně tedy „kloužeme“ po časové řadě.

Jelikož je do průměru zahrnuta i nahrazovaná hodnota za dané období, má klouzavý průměr obvykle lichý počet členů. V praktických úlohách se nejčastěji užívá tří-, pěti- a sedmičlenných klouzavých průměrů. Z metody jejich výpočtu vyplývá, že s prodlužující se délkou období zahrnutého do průměru dochází ke stále většímu zplošťování grafu klouzavého průměru. Délku klouzavé části průměru je tedy nutno vhodně zvolit, nejlépe opět s využitím věcných argumentů.

Pro  $m$ -členný prostý klouzavý průměr dostáváme vztah

$$\hat{a}_{0t} = \bar{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=-p}^p y_{t,i} = \frac{y_{t-p} + y_{t-p+1} + \dots + y_{t+p}}{m},$$

kde  $m = 2p + 1$  je délka klouzavé části (3, 5, 7, 9, ...) a  $y_{t,i}$  jsou vyrovnávané hodnoty.

Odvození vztahu pro prosté klouzavé průměry, stejně jako odvození dalších typů klouzavých průměrů (vážené, centrované) naleznete v učebnici SEGER, HINDLS: *Statistika v hospodářství* na str. 382–391.



Princip výpočtu i možná využití klouzavého průměru ilustruje následující příklad.

#### Příklad 4.2

Vyrovnejte řadu hodnot hrubého domácího produktu v České republice v jednotlivých čtvrtletích let 1994–2000 pomocí klouzavého průměru. Porovnejte různé délky období zahrnutého do průměru.



Pro **tříčlenné klouzavé průměry** počítáme průměr za hodnotu pro dané období, jednu předchozí a jednu následující hodnotu. Jelikož hodnoty starší než I.94 nejsou k dispozici, je první hodnotou klouzavého průměru II. čtvrtletí 1994.

$$K_3(\text{II.94}) = \frac{266016 + 289773 + 313991}{3} = 289927$$

## 4. Modely časových řad

	HDP b.c (mil. Kč)		HDP b.c (mil. Kč)		HDP b.c (mil. Kč)
I.94	266 016	I.97	375 304	I.99	432 037
II.94	289 773	II.97	427 470	II.99	477 352
III.94	313 991	III.97	435 517	III.99	485 067
IV.94	313 004	IV.97	441 630	IV.99	492 869
I.95	310 714	I.98	417 096	I.00	441 373
II.95	340 381	II.98	464 627	II.00	490 264
III.95	368 855	III.98	478 850	III.00	505 797
IV.95	361 099	IV.98	476 487	IV.00	522 151
I.96	346 842				
II.96	392 106				
III.96	416 569				
IV.96	411 451				

Tabulka 4.3: Vývoj čtvrtletního HDP b.c. (v mil. Kč)

pro III. čtvrtletí 1994

$$K_3(\text{III.94}) = \frac{289773 + 313991 + 313004}{3} = 305589$$

**Pětičlenné klouzavé průměry** zahrnují mimo daného období dvě předchozí a dvě následující pozorování. První počítanou hodnotou je hodnota pro III. čtvrtletí roku 1994:

$$K_5(\text{III.94}) = \frac{266016 + 289773 + 313991 + 313004 + 310714}{5} = 298700$$

pro IV. čtvrtletí 1994

$$K_5(\text{IV.94}) = \frac{289773 + 313991 + 313004 + 310714 + 340381}{5} = 313573$$

**Sedmičlenné klouzavé průměry** mimo daného období zahrnují tři předchozí a tři následující pozorování. První počítanou hodnotou je proto hodnota pro poslední čtvrtletí roku 1994:

$$\begin{aligned} K_7(\text{IV.94}) &= \\ &= \frac{266016 + 289773 + 313991 + 313004 + 310714 + 340381 + 368855}{7} = \\ &= 314676 \end{aligned}$$

pro I. čtvrtletí 1995

$$\begin{aligned} K_7(\text{I.95}) &= \\ &= \frac{289773 + 313991 + 313004 + 310714 + 340381 + 368855 + 361099}{7} = \\ &= 328260 \end{aligned}$$

Kompletní výsledky uvádí následující tabulka.

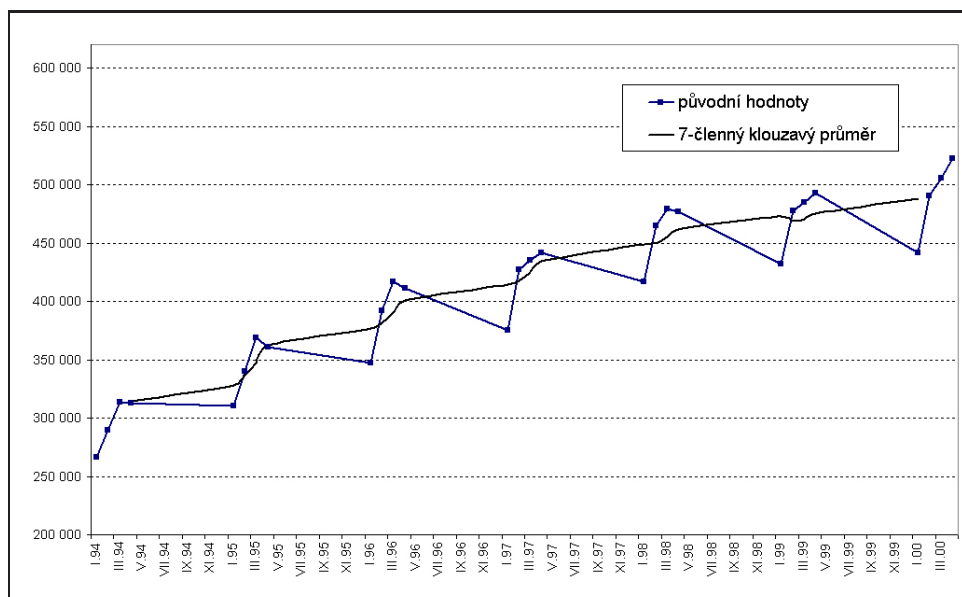


	HDP b.c	3-členné	5-členné	7-členné
I.94	266 016			
II.94	289 773	289 927		
III.94	313 991	305 589	298 700	
IV.94	313 004	312 570	313 573	314 676
I.95	310 714	321 366	329 389	328 260
II.95	340 381	339 983	338 811	336 412
III.95	368 855	356 778	345 578	347 572
IV.95	361 099	358 932	361 857	362 367
I.96	346 842	366 682	377 094	376 758
II.96	392 106	385 172	385 613	381 747
III.96	416 569	406 709	388 454	390 120
IV.96	411 451	401 108	404 580	400 751
I.97	375 304	404 742	413 262	414 292
II.97	427 470	412 764	418 274	417 862
III.97	435 517	434 872	419 403	424 728
IV.97	441 630	431 414	437 268	434 356
I.98	417 096	441 118	447 544	448 811
II.98	464 627	453 524	455 738	449 463
III.98	478 850	473 321	453 819	455 440
IV.98	476 487	462 458	465 871	461 645
I.99	432 037	461 959	469 959	472 470
II.99	477 352	464 819	472 762	469 148
III.99	485 067	485 096	465 740	470 778
IV.99	492 869	473 103	477 385	474 966
I.00	441 373	474 835	483 074	487 839
II.00	490 264	479 145	490 491	
III.00	505 797	506 071		
IV.00	522 151			

Tabulka 4.5: Vyrovnání časové řady HDP klouzavými průměry

Mimo výše uvedených prostých tvarů klouzavých průměrů se užívají i další typy průměrů. Jedná se především o vážené klouzavé průměry a centrované průměry. Pro konkrétní výpočty jsou významné zejména **centrované klouzavé průměry**, kterých je možno využít v případech, kdy klouzavá část má délku rovnu sudému číslu. V tomto případě se příslušná hodnota pro dané období stanoví jako aritmetický průměr dvou klouzavých průměrů počítaných pro dané období – průměru dvou předchozích a jednoho následujícího pozorování a průměru jednoho předchozího a dvou následujících období.

Centrovaný  
klouzavý  
průměr



Obrázek 4.1: Srovnání skutečných hodnot HDP a hodnot vyrovnaných sedmičlenným klouzavým průměrem



Použití vážených centrováných průměrů naleznete v příkladu věnovaném sezónnímu očišťování. (Tvar, odvození a použití dalších typů klouzavých průměrů naleznete v učebnici Seger, Hindls Statistické metody v tržním hospodářství na stranách 382–391.)

### 4.2 Významné trendové funkce

Pro popis trendu volíme matematickou trendovou funkci, která opět vychází z okruhu elementárních funkcí. Na základě empirických zkušeností patří dále mezi často užívané trendové funkce některé další tvary, jako například logistická funkce, či Gompertzova křivka.

Trendové funkce

Mezi nejvýznamnější trendové funkce proto patří zejména následující tvary:

- lineární trend,
- parabolický trend,
- exponenciální trend,
- logistický trend,
- Gompertzova křivka.

Odhad prvních tří typů trendových funkcí je možno provést poměrně jednoduchými metodami a je zde možno využít především metod regresního a korelačního počtu. Všechny tyto trendové funkce mají společnou vlastnost neomezenosti jejich růstu. Zbylé typy používaných funkcí již touto vlastností nedisponují a jejich růst je omezen.



*Tato vlastnost je také klíčovou informací pro rozhodování o volbě konkrétní trendové funkce. Modelujeme-li ekonomické jevy, u nichž lze předpokládat, že existuje určitá mez nasycení, daná například poptávkou nebo mírou využití určitého výrobku, je vhodnější využít druhého typu trendových funkcí. Při*

modelování běžných jevů, kdy k těmto zastavením růstu obvykle nedochází – např. vývoj průměrné hrubé mzdy, je vhodnější využít spíše jednoduchých trendů.

#### 4.2.1 Lineární trend

Stejně jako u metod regresních je i v případě trendových funkcí základním používaným typem přímka (lineární funkce). Ačkoli se u všech jevů zpravidla nedá předpokládat lineární průběh posuzované závislosti (časové řady), je lineární trend obvykle používán ke získání výchozí informace pro zobrazení vývoje dané časové řady. V kratších časových intervalech je lineární trend také používán jako vhodná aproximace jiných (složitějších) trendových funkcí.

Obecný tvar lineárního trendu je

$$T_t = a_0 + a_1 t,$$

kde  $a_0$ ,  $a_1$  jsou neznámé parametry a  $t$  je časová proměnná nabývající hodnot  $1, 2, \dots, n$ .

Neznámé parametry trendové funkce je možno odhadnout několik metodami, nejčastěji se (stejně jako u regresní analýzy) využívá metody nejmenších čtverců (MNC).

Odvození naleznete například v učebnici Seger, Hindls Statistické metody v tržním hospodářství na stranách 340–342.



#### 4.2.2 Parabolický a exponenciální trend

Podobně jako v případě přímkové regrese je možno postupovat i při odhadu zbylých dvou jednoduchých typů trendových funkcí. Odhad parametrů trendových funkcí vychází z následujících tvarů:

parabolický trend  $T_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2,$

exponenciální trend  $T_t = a_0 + a_1^t,$

kde  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  jsou neznámé parametry a  $t$  je časová proměnná nabývající hodnot  $1, 2, \dots, n$ .

Pro odhad parametrů  $a_0$ ,  $a_1$ , resp.  $a_2$  je opět možno využít metod regresní analýzy, v případě parabolického trendu jsou parametry odhadovány metodou nejmenších čtverců, exponenciální trend je odhadován vhodnou lineari-  
zující transformací a následně metodou MNC.

Jelikož je odvození obou typů trendových funkcí do jisté míry obdobou přímkového trendu, není nutno již uvedené skutečnosti opakovat. Postup odvození uvedených parametrů naleznete opět v učebnici Seger, Hindls Statistické metody v tržním hospodářství na stranách 345–354.



Parabolický a  
exponenciální  
trend

### 4.2.3 Logistický trend a Gompertzova křivka

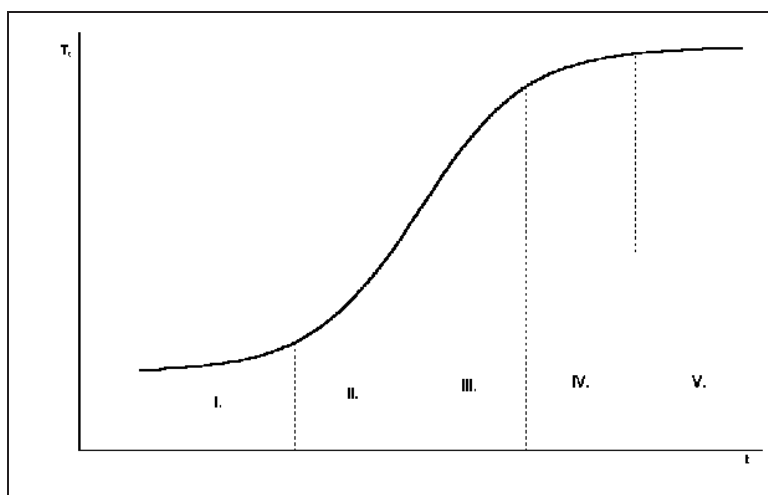
Logistický odhad



Odhad trendu pomocí logistické, resp. Gompertzovy funkce patří mezi podstatně složitější úlohy. Oba tvary patří mezi tzv. asymptotické, tedy funkce, jejichž růst je omezen. Tato vlastnost je také určující pro hlavní oblasti jejich využití. Jelikož smysl i forma jejich použití je obdobné, omezíme se pouze na výklad použití logistické křivky.

Jelikož smysl i forma použití obou typu křivek je obdobné, omezíme se pouze na výklad použití logistické křivky. Podobu, odvození a použití dalších typů asymptotických trendů (Gompertzovy křivky a modifikovaného exponenciálního trendu) naleznete v učebnici SEGER, HINDLS: *Statistické metody v tržním hospodářství* na stranách 354–361 a 369–372.

Logistická křivka se využívá pro modelování vývoje dlouhodobé poptávky po vybraných spotřebních předmětech. Podle tvaru jejího průběhu je graf logistického trendu nazýván S-křivka. Vývoj časové řady popsany dle S-křivky obvykle lze rozdělit do několika fází. Jejich popis uvádí následující obrázek.



Obrázek 4.2: Fáze logistického trendu

Fáze logistického trendu

I. fáze — zachycuje období formování nové technologie (výrobku)

II. fáze — období, kdy se nová technologie postupně začíná plně prosazovat a vytlačuje technologii stávající

III. fáze — technologie zcela ovládá trh, přičemž se již objevují tlumící síly, spojené s postupným vývojem nastupující technologie (ta se může nacházet někde ve své I. fázi). Třetí fázi je možno velmi dobře popsat pomocí lineárního trendu.

IV. fáze — dochází k postupnému nástupu další technologie, která stávající postupně vytlačuje. Křivka se postupně ohýbá a ztrácí svou progresi.

V. fáze — Zcela se vytratil nárůst hodnot ve sledované proměnné. Vývoj technologie se zcela zastavil. Dochází k jejímu postupnému odchodu z trhu, případně naprostému zakončení .

Konkrétní tvar logistické trendové funkce je relativně jednoduchý. Jeho odhad je však již výrazně obtížnější než je tomu u výše uvedených trendů. Tvar S-křivky i její odvození obvykle bývá součástí všech standardních statistických učebnic. Můžete jej nalézt například v učebnici Seger, Hindls Statistické metody v tržním hospodářství na stranách 361–368.



## Shrnutí kapitoly

Východiskem studia ekonomických časových řad je obvykle využití klasického modelu časové řady, kdy si údaje v řadě rozdělíme do čtyř složek - trendové, sezónní, cyklické a náhodné.



Kapitola se zaměřila především na analýzu trendové složky, která je obvykle nejvýznamnější informací obsaženou v časové řadě. Trend časové řady nám podává informaci o vývoji zkoumané veličiny v čase, o tom zda dochází k jejímu růstu, či poklesu. K nalezení trendu je možno využít celé řady nejrůznějších technik. Základní techniky jsou odvozeny z regresního počtu, druhou významnou skupinu tvoří využití nejrůznějších klouzavých průměrů.

Analýzou dalších složek klasického modelu časové řady, zejména složek spojených se sezónními a cyklickými výkyvy je věnována následující kapitola.

## Otázky k zamyšlení

- 1 Jaká kritéria musíte zvážit při volbě trendové funkce časové řady? Uvažujte časovou řadu některého z významných makroekonomických ukazatelů a pokuste se tato kritéria aplikovat.
- 2 Pokuste se nalézt příklady technologií, kdy by bylo možno využít logistického trendu. Diskutujte jeho jednotlivé fáze a odhadněte příčiny, které vedou k ústupu technologie.
- 3 Vysvětlete princip výpočtu klouzavého průměru.



