

POT č. 1. - Rozšířené zadání

Matematika 2, jaro 2007

Příklad 1. Určete definiční obor funkce a graficky jej znázorněte

a) $y = \frac{\log(x-1)}{\log x - 2}$

b) $z = \sqrt{\frac{x+y}{x^2-5x+6}}$

Příklad 2. Graficky znázorněte několik vrstevnic funkce

a) $z = x^2 - y^2$

b) $z = x^2 + y^2$

c) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

Příklad 3. Vypočítejte první a druhou derivaci funkce a určete její definiční obor

a) $y = \log_2 \frac{1+x}{1-x}$

b) $y = x\sqrt{1-x^2}$

Příklad 4. Určete průběh funkce

a) $y = \frac{1}{x} \ln x$

b) $y = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

Příklad 5. Určete absolutní extrémy funkce

a) $y = x^2 - 5x + 6$ na intervalu $\langle -1, 10 \rangle$

b) $y = \sqrt{-x^2 + 5x - 6}$ na jejím definičním oboru

Příklad 6.

a) Napište Taylorův polynom pro funkci $y = \arcsin x$ pro $n = 5$ v bodě $x = 0$ a chybu aproximace funkce $\arcsin x$ tímto polynomem. Výsledek použijte k výpočtu přibližné hodnoty $\arcsin 0,5$.

b) Vysvětlete pojem diferenciálu funkce $y = f(x)$ v bodě a a vypočítejte diferenciál funkce

$$y = \frac{x+1}{x-1}$$

v obecném bodě x .

Příklad 7. Vypočtete integrály metodou per partes

- a) $\int x \sin x dx$
- b) $\int x^2 e^x dx$, (návod: použijte per partes dvakrát)
- c) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$
- d) $\int \ln x dx$, (návod: napište si integrál jako $\int 1 \cdot \ln x dx$.)

Příklad 8. Určete integrály pomocí vhodných substitucí

- a) $\int (\sin 3x - 2 \cos 3x) dx$
- b) $\int e^{2x-1} dx$
- c) $\int \frac{2x+1}{x^2+x+3} dx$
- d) $\int \frac{1}{x \ln^2 x} dx$
- e) $\int (2x+1)^{15} dx$
- f) $\int \frac{2x+2}{\sqrt{x^2+2x+5}} dx$

Příklad 9. Spočtete určité integrály

- a) $\int_0^\pi x^2 \cos x dx$
- b) $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x^2 dx$
- c) $\int_0^2 \frac{x^2}{x^3+8} dx$
- d) $\int_0^1 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$

Příklad 10. Spočtete nevlastní integrály

- a) $\int_0^{\pi/2} \operatorname{tg} x dx$
- b) $\int_0^\infty x e^{-x^2} dx$
- c) $\int_{-1/\pi}^0 \frac{\cos 1/x}{x^2} dx$
- d) $\int_0^\infty x \cdot \operatorname{arctg} x dx$

Příklad 11. Určete parciální derivace 1. a 2. řádu.

- a) $f(x, y) = \frac{3xy}{x-y}$
- b) $f(x, y) = e^{-x}(xy - y^2)$
- c) $f(x, y) = x \cdot \ln(x^2 + y)$
- d) $f(x, y, z) = z \cdot e^{x/y}$