

Tvary některých dvoukomoditních indiferentních křivek

V následujícím oddíle uvedeme tvary indiferentních křivek pro 12 uživatelských funkcí vyjádřitelných jednoduchým analytickým zápisem:

1. LINEÁRNÍ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.1) \quad u(x) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

2. KVADRATICKÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.2) \quad u(x) = \beta_1 x_1^2 + \beta_2 x_2^2 \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

2A. ROZŠÍŘENÁ KVADRATICKÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.3) \quad u(x) = 0,5(\beta_{11} x_1^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{22} x_2^2) \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

3. ODMOCNINNÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.4) \quad u(x) = \beta_1 \sqrt{x_1} + \beta_2 \sqrt{x_2} \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

4. LOGARITMICKÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.5) \quad u(x_1, x_2) = \beta_1 \log x_1 + \beta_2 \log x_2, \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

5. ADDILOG UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.6) \quad u(x) = \alpha_1 x_1^{\beta_1} + \alpha_2 x_2^{\beta_2} \quad \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$$

6 LEONTIEFOVA UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.7) \quad u(x) = \text{Min}[\beta_1 x_1; \beta_2 x_2]$$

7 ZOBECNĚNÁ LEONTIEFOVA UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.8) \quad u(x) = \beta_1 x_1 + \beta_{12} \sqrt{x_1 x_2} + \beta_2 x_2 \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

8 TRANSLOGARITMICKÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.9) \quad \log(u(x)) = \beta_1 \log x_1 + \beta_{12} \log x_1 \cdot \log x_2 + \beta_2 \log x_2 \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

9 MOCNINNÁ (COBB-DOUGLASOVA) UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.10) \quad u(x) = \beta_0 x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \quad \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$$

10 STONE-GEARYHO UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.11) \quad u(x) = \beta_0 (x_1 - \alpha_1)^{\beta_1} \cdot (x_2 - \alpha_2)^{\beta_2}$$

$$\beta_1 > 0, \beta_2 > 0 \quad x_1 \geq \alpha_1 \geq 0, x_2 \geq \alpha_2 \geq 0$$

11 ARKUSTANGENS UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.12) \quad u(x) = \arctg(\beta_1 \sqrt{x_1 - \alpha_1} + \beta_2 \sqrt{x_2 - \alpha_2})$$

$$\beta_1 > 0, \beta_2 > 0 \quad x_1 \geq \alpha_1 \geq 0, x_2 \geq \alpha_2 \geq 0$$

1. LINEÁRNÍ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.1) \quad u(x) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

$$\text{INDIFERENČNÍ KŘIVKA} \quad x_2 = \frac{u^0 - \beta_1 x_1}{\beta_2}$$

2. KVADRATICKÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.10) \quad u(x) = \beta_1 x_1^2 + \beta_2 x_2^2 \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

$$\text{INDIFERENČNÍ KŘIVKA} \quad x_2 = \sqrt{\frac{u^0 - \beta_1 x_1^2}{\beta_2}}$$

2A. ROZŠÍŘENÁ KVADRATICKÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$u(x) = 0,5(\beta_1 x_1^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_2 x_2^2) \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

$$2u^0 = \beta_1 x_1^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_2 x_2^2$$

$$\beta_{12} x_1 x_2 + \beta_2 x_2^2 = 2u^0 - \beta_1 x_1^2$$

$$x_2 = \frac{-\beta_{12} x_1 \pm \sqrt{\beta_{12}^2 x_1^2 + 4\beta_2 (2u^0 - \beta_1 x_1^2)}}{2\beta_2}$$

$$x_2 = \frac{-\beta_{12} x_1 \pm \sqrt{(\beta_{12}^2 - 4\beta_1 \beta_2) x_1^2 + 8\beta_2 u^0}}{2\beta_2}$$

INDIFERENČNÍ KŘIVKA

3. ODMOCNINNÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.25) \quad u(x) = \beta_1 \sqrt{x_1} + \beta_2 \sqrt{x_2} \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$$

$$\text{INDIFERENČNÍ KŘIVKA} \quad x_2 = \left(\frac{u^0 - \beta_1 \sqrt{x_1}}{\beta_2} \right)^2$$

4. LOGARITMICKÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$u(x_1, x_2) = \beta_1 \log x_1 + \beta_2 \log x_2, \quad \beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \quad \mathbf{x}_1 > \mathbf{1}, \mathbf{x}_2 > \mathbf{1}$$

$$\text{INDIFERENČNÍ KŘIVKA} \quad x_2 = \exp\left(\frac{u^0 - \beta_1 \log x_1}{\beta_2}\right)$$

5. ADDILOG UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.10) \quad u(x) = \alpha_1 x_1^{\beta_1} + \alpha_2 x_2^{\beta_2} \quad \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \alpha_2 > 0$$

INDIFERENČNÍ KŘIVKA

$$x_2 = \left(\frac{u^0 - \alpha_1 x_1^{\beta_1}}{\alpha_2} \right)^{1/\beta_2}$$

6. LEONTIEFOVA UŽITKOVÁ FUNKCE

$$(4.17) \quad u(x) = \text{Min}[\beta_1 x_1; \beta_2 x_2]$$

INDIFERENČNÍ KŘIVKA: $x_1 = \beta_2$ pro $x_2 \geq \beta_1$ $x_2 = \beta_1$ pro $x_1 \geq \beta_2$

Eficientní podmnožina PMV je vždy jednobodová v bodech, kde platí $x_2 = \frac{\beta_1 x_1}{\beta_2}$

7. ZOBECNĚNÁ LEONTIEFOVA UŽITKOVÁ FUNKCE

$$u(x) = \beta_1 \sqrt{x_1} + \beta_2 \sqrt{x_2} + \beta_{11} x_1 + \beta_{12} \sqrt{x_1 x_2} + \beta_{22} x_2$$

$$u^0 - \beta_1 \sqrt{x_1} - \beta_{11} x_1 = (\beta_2 + \beta_{12} \sqrt{x_1}) \sqrt{x_2} + \beta_{22} x_2$$

$$\beta_{22} x_2 + (\beta_2 + \beta_{12} \sqrt{x_1}) \sqrt{x_2} - (u^0 - \beta_1 \sqrt{x_1} - \beta_{11} x_1) = 0$$

$$\beta_{22} z_2^2 + (\beta_2 + \beta_{12} \sqrt{x_1}) z_2 - (u^0 - \beta_1 \sqrt{x_1} - \beta_{11} x_1) = 0$$

$$z_2 = \frac{-(\beta_2 + \beta_{12} \sqrt{x_1}) \pm \sqrt{(\beta_2 + \beta_{12} \sqrt{x_1})^2 + 4\beta_{22}(u^0 - \beta_1 \sqrt{x_1} - \beta_{11} x_1)}}{2\beta_{22}}$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{-(\beta_2 + \beta_{12} \sqrt{x_1}) \pm \sqrt{(\beta_2 + \beta_{12} \sqrt{x_1})^2 + 4\beta_{22}(u^0 - \beta_1 \sqrt{x_1} - \beta_{11} x_1)}}{2\beta_{22}}}$$

8. TRANSLOGaritmická UŽITKOVÁ FUNKCE

$$\log u(x) = \beta_1 \log x_1 + \beta_{12} \log x_1 \cdot \log x_2 + \beta_2 \log x_2$$

$$\frac{\log u^0 - \beta_1 \log x_1}{\beta_{12} \log x_1 + \beta_2} = \log x_2$$

$$x_2 = \exp\left(\frac{\log u^0 - \beta_1 \log x_1}{\beta_{12} \log x_1 + \beta_2}\right)$$

9. MOCNINNÁ (COBB-DOUGLASOVA) UŽITKOVÁ FUNKCE

$$u(x) = \beta_0 x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \quad \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$$

INDIFERENČNÍ KŘIVKA

$$x_2 = \left(\frac{u^0}{\beta_0 \cdot x_1^{\beta_1}} \right)^{1/\beta_2}$$

10. STONE-GEARYHO UŽITKOVÁ FUNKCE

$$u(x) = \beta_0 (x_1 - \alpha_1)^{\beta_1} \cdot (x_2 - \alpha_2)^{\beta_1}$$

$$\beta_1 > 0, \beta_2 > 0 \quad x_1 \geq \alpha_1 \geq 0, x_2 \geq \alpha_2 \geq 0$$

INDIFERENČNÍ KŘIVKA

$$x_2 = \left(\frac{u^0}{\beta_0 \cdot (x_1 - \alpha_1)^{\beta_1}} \right)^{1/\beta_2} + \alpha_2$$

11. ARKUSTANGENS/ODMOCNINNÁ UŽITKOVÁ FUNKCE

$$u(x) = \text{arctg}(\beta_1 \sqrt{x_1 - \alpha_1} + \beta_2 \sqrt{x_2 - \alpha_2})$$

$$x_1 \geq \alpha_1 \geq 0 \quad x_2 \geq \alpha_2 \geq 0 \quad \beta_1 > 0 \quad \beta_2 > 0$$

$$\beta_1 > 0, \beta_2 > 0 \quad x_1 \geq \alpha_1 \geq 0, x_2 \geq \alpha_2 \geq 0$$

$$\text{tg}(u^0) = \beta_1 \sqrt{x_1 - \alpha_1} + \beta_2 \sqrt{x_2 - \alpha_2}$$

$$\frac{\text{tg}(u^0) - \beta_1 \sqrt{x_1 - \alpha_1}}{\beta_2} = \sqrt{x_2 - \alpha_2}$$

INDIFERENČNÍ KŘIVKA

$$x_2 = \left(\frac{\text{tg}(u^0) - \beta_1 \sqrt{x_1 - \alpha_1}}{\beta_2} \right)^2 + \alpha_2$$

12. ARKUSTANGENS UŽITKOVÁ FUNKCE

$$u(x) = \beta_1 \cdot \text{arctg} \sqrt{x_1 - \alpha_1} + \beta_2 \cdot \text{arctg} \sqrt{x_2 - \alpha_2}$$

$$x_1 \geq \alpha_1 \geq 0 \quad x_2 \geq \alpha_2 \geq 0 \quad \beta_1 > 0 \quad \beta_2 > 0$$

$$u^0 - \beta_1 \cdot \text{arctg} \sqrt{x_1 - \alpha_1} = \beta_2 \cdot \text{arctg} \sqrt{x_2 - \alpha_2}$$

$$\text{tg} \left(\frac{u^0 - \beta_1 \cdot \text{arctg} \sqrt{x_1 - \alpha_1}}{\beta_2} \right) = \sqrt{x_2 - \alpha_2}$$

$$\text{tg}^2 \left(\frac{u^0 - \beta_1 \cdot \text{arctg} \sqrt{x_1 - \alpha_1}}{\beta_2} \right) + \alpha_2 = x_2$$