Cvičení 3: Riziko a nejistota vo financích

Příklad 2 Je zadaná tabulka s portfolii CP A a B na třech trzích.

Trh	CP	μ_i	σ_i	$\rho_{A,B}$	
I	A	0.22	0.30		0.86206897
	B	0.31	0.32	0.15	
II	A	0.26	0.29		
	B	0.34	0.33	-0.06	
III	A	0.18	0.20		
	B	0.41	0.38	0.09	

Úlohy :
1. Pro každý trh určete portfolio s minimálním rizikem (tedy vypočítat x_i=podíly CP v po
2. Vypočítejte pro tato portfolia očekávaný výnos μ_p.
3. Určete, na kterém trhu máme nejvýhodněji investovat.

Úloha 1. Jestliže riziko má být minimální => položíme rovnici rizika dvojsložkového portfolia rov a vypočítáme první derivaci. Aby v tomto bodě bylo lokální minimum, musí být druhá d v tomto bodu větší než 0
Z derivované rovnice rizika dvojsložkového portfolia vyjádříme neznámou x_A, neboť druhou neznámou vypočítáme: $x_B = (1 - x_A)$.

$$x_A = (\sigma^2_B - \sigma_{A,B})/(\sigma^2_A - 2\sigma_{A,B} + \sigma^2_B) \qquad \sigma_{A,B} = \sigma_A * \sigma_B * \rho_{A,B}$$

Trh	CP	σ_i	$\rho_{A,B}$	x_i
I	A	0.30		53.79%
	B	0.32	0.15	46.21%
II	A	0.29		56.06%
	B	0.33	-0.06	43.94%
III	A	0.20		80.58%
	B	0.38	0.09	19.42%

Úloha 2. Vypočítáme výnosnost a riziko a rozhodneme se pro nás nejvýhodnější trh.

Trh	CP	μ_i	x_i	μ_P
I	A	0.22	53.79%	
	B	0.31	46.21%	**26.16%**
II	A	0.26	56.06%	
	B	0.34	43.94%	**29.51%**
III	A	0.18	80.58%	
	B	0.41	19.42%	**22.47%**

Úloha 3. Nejvýhodnější je investovat na tom trhu, kde je při minimálním riziku největší výnos. Tedy předpokládáme, že to bude na trhu II, protože rizika nejsou stejná, ale minimální

Příklad : Je zadaná tabulka investičních možností

	Firma 1 (A)	Firma 2(B)	Firma 3 (C)	Kovariance	
μ	0.8	0.3	0.6	$\sigma_{1,2}$	-0.1

σ	1.2	0.8	1.1		$\sigma_{1,3}$	-0.5
					$\sigma_{2,3}$	0.3

Úlohy : 1. Sformulujte a řešte zadanou úlohu s prodejem CP nakrátko Lagrangeovou metodou
2. Řešte uvedený model (úloha 1) s předem určenou výnosností 25% (v naší ukázce je

Podmínky portfolia při prodeji na krátko : **$\Sigma x_i = 1$**
neplatí $x_i \geq 0$

Řešení : Funkce rizika pro trojsložkové portfolio je:

$\sigma^2_P = x^2_A \sigma^2_A + x^2_B \sigma^2_B + x^2_C \sigma^2_C + 2 [x_A x_B \sigma_{AB} + x_A x_C \sigma_{AC} + x_B x_C \sigma_{BC}]$

Budeme řešit model i s úlohou 2.

Podmínková rovnice pro úlohu 1 je: $\mathbf{x_A + x_B + x_C = 1}$

z toho Lagrangeova rovnice 1 bude: $\mathbf{x_A + x_B + x_C - 1=0}$

Podmínková rovnice pro úlohu 2 je: $\mathbf{\mu_A x_A + \mu_B x_B + \mu_C x_C = 0{,}9}$

z toho Lagrangeova rovnice 2 bude: $\mathbf{\mu_A x_A + \mu_B x_B + \mu_C x_C - 0{,}9 = 0}$

Lagrangeova rovnice je:

$L = \sigma^2_P + \lambda_1$ (první podr ínka)+ λ_2 (druhá | (první podr ínka)

Spočítáme první parciální derivace fce **L** podle podílů $\mathbf{x_i}$

$L'(x_A) = 2 x_A \sigma^2_A + 2 x_B \sigma_{AB} + 2 x_C \sigma_{AC} + \lambda_1 + \lambda_2 \mu_A$

$L'(x_B) = 2 x_B \sigma^2_B + 2 x_A \sigma_{AB} + 2 x_C \sigma_{BC} + \lambda_1 + \lambda_2 \mu_B$

$L'(x_C) = 2 x_C \sigma^2_C + 2 x_A \sigma_{AC} + 2 x_B \sigma_{BC} + \lambda_1 + \lambda_2 \mu_C$

Abychom mohli řešit soustavu pěti rovnic o pěti neznámých přidáváme rovnice omezení:

$x_A + x_B + x_C - 1 = 0$

$\mu_A x_A + \mu_B x_B + \mu_C x_C - 0{,}9 = 0$

Soustavu rovnic řešíme maticovým způsobom, kde řádky a sloupce budou prvky při
neznámé :

	x_A	x_B	x_C	λ_1	λ_2	**druhá strana rovnice**
x_A	$2\sigma^2_A$	$2\sigma_{AB}$	$2\sigma_{AC}$	1	μ_A	0
x_B	$2\sigma_{AB}$	$2\sigma^2_B$	$2\sigma_{BC}$	1	μ_B	0
x_C	$2\sigma_{AC}$	$2\sigma_{BC}$	$2\sigma^2_C$	1	μ_C	0
λ_1	1	1	1	0	0	1
λ_2	μ_A	μ_B	μ_C	0	0	0.9

Dále pokračujeme s konkrétními vypočítanými hodnotami:

MATICE A

	x_A	x_B	x_C	λ_1	λ_2	**Matica B**
x_A	2.88	-0.2	-1	1	0.8	0
x_B	-0.2	1.28	0.6	1	0.3	0
x_C	-1	0.6	2.42	1	0.6	0
λ_1	1	1	1	0	0	1
λ_2	0.8	0.3	0.6	0	0	0.9

Inverzní matice k původní bude :

Matice A^{-1}

0.0840022	0.056001	-0.14	-0.33097	1.200299	1
0.0560015	0.037334	-0.09334	1.779354	-2.53313	0
-0.1400037	-0.09334	0.23334	-0.44839	1.332836	0

-0.3309688	1.779354	-0.44839	-3.83598	5.870823	8.3267E-17
1.2002987	-2.53313	1.332836	5.870823	-10.6268	1.1102E-16

Součin matic $\mathbf{A}^{-1}$ * **B** a zároveň i výsledek řešení rovnic je:

$\mathbf{x_A}$	0.7493	
$\mathbf{x_B}$	-0.5004667	
$\mathbf{x_C}$	0.7511667	Tím jsou dané jednotlivé podíly CP v portfoliu s určenou
λ_1	1.4477581	výnosností 90 % podle úlohy dva.Jak vidíme CP firmy B (2)
λ_2	-3.6933358	máme koupený nakrátko, neboť jeho podíl má zaporné znamé

rtf.)

nou 0
erivace

í.

e to 90%)

0	0	0	0
1	0	-2.22045E-16	-4.44089E-16
-2.22045E-16	1	1.33227E-15	-1.77636E-15

4.16334E-16	-1.94289E-16	1	4.44089E-16
-4.16334E-17	2.77556E-17	2.77556E-16	1

enko.

Úloha 1: Řešte jako předcházející ukázkovou úlohu.

Trh	CP	σ_i	$\rho_{A,B}$
I	A	0.263	
	B	0.128	0.215
II	A	0.294	
	B	0.196	-0.706
III	A	0.200	
	B	0.380	0.109

Úloha 2: Řešte jako předcházející ukázkovou úlohu.

	CP 1	CP2	CP3
r_i	0.268	0.193	0.326
σ	0.298	0.325	1.156

Výnosnost portfolia volte 15%

Úloha 3:

Emise	CP1	CP2	CP3
CP1	80.5	82.7	85.3
CP2		184.7	131.5
CP3			374.2
CP4			
CP5			
CP6			
CP7			

1. Vypočítejte podíly cenných papírů v portfoliu, je-li povolen sell short, při minimalizaci rizika
2. Očekávaná výnosnost portfolia nechť je 9%

Úloha 4

Cenný papír	Oček. výnos	Riziko
	$\bar{r}_i$	σ_i
C_1	0.15	0.28
C_2	0.21	0.42

1. ***úloha:*** Sestavte portfolio a určete podíly CP tak, aby výnos portfolia byl **0,19** (19%).
2. ***úloha:*** Pro takto stanovené portfolio vypočítejte riziko, jestliže koeficient korelace mezi cennými papíry

0.21
0.18
0.26
0.14
0.19
0.23

Kovariance

$\sigma_{1,2}$	0.143
$\sigma_{1,3}$	-0.265
$\sigma_{2,3}$	0.314

CP4	CP5	CP6	CP7	ri %
85.1	123.9	22	3.5	1.9
69.4	49.5	58	-9.9	9.1
384.5	366.5	103.8	343.5	2.9
684.8	599.1	51.6	502.7	14
	871.4	-21.2	520.4	10.7
		89.7	74.4	3.4
			574.6	5.9

' bude **0,4**.