

Stochastické modely

Vítězslav Veselý

Katedra aplikované matematiky, PřF MU

8. Semestr 3/1

Stochastický proces: definice, příklady typických procesů, konzistentní systém distribučních funkcí, Kolmogorova věta, gaussovský proces, momentové charakteristiky (střední hodnota, autokovarianční a autokorelační funkce), striktní a slabá stacionarita, bílý šum, ergodicita, speciální případy stacionárních procesů, vlastností autokovarianční, resp. autokorelační funkce.

Lineární systémy: definice, lineární a cyklická konvoluce, impulzní odezva, spektrální popis (přenosová funkce), filtry s konečnou a nekonečnou impulzní odezvou, rekurzivní filtry, diskrétní Fourierova transformace, rychlé algoritmy (FFT).

Analýza časových řad: volba modelu a jeho identifikace, Box-Coxova transformace, odhad autokovarianční, resp. autokorelační funkce, jeho algebraická a statistická interpretace, algoritmus jeho výpočtu pro dlouhé časové řady, běžné metody pro odhad deterministické komponenty a to jak parametrické (polynomiální regrese aj.) tak neparametrické (konstrukce číslicového filtru metodou postupné polynomiální regrese, exponenciální vyrovnávání, vyhlazování pomocí splajnů, jádrových funkcí, waveletů aj.), testy náhodnosti.

Identifikace periodických komponent: metoda malého trendu, metoda klouzavého průměru, současný odhad trendové a sezónní složky v lineárním regresním modelu, periodogram.

Nejlepší lineární predikce v časových řadách: prostor $L^2(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$, nejlepší lineární predikce jako ortogonální projekce, Durbin-Levinsonův algoritmus, parciální autokorelační funkce.

Řady tvaru $Y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j X_{t-j}$: obecná věta o konvergenci a její aplikace na stacionární proces včetně výpočtu střední hodnoty a autokovarianční funkce.

Modely přenosových funkcí, ARMA procesy jako speciální případ: kauzalita a invertibilita, metody výpočtu koeficientů kauzální, resp. invertované reprezentace a autokovarianční funkce ARMA(p, q) procesu, metody pro předběžný odhad typu procesu a jeho parametrů.

Literatura

- [1] Jiří Anděl. *Statistická analýza časových řad*. SNTL, Praha, 1976.
- [2] Jiří Anděl. *Matematická statistika*. SNTL, Praha, 1985.
- [3] Tomáš Cipra. *Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii*. SNTL, Praha, 1986.
- [4] Milan Meloun a Jiří Militký. *Statistické zpracování experimentálních dat*. Edice PLUS, Praha, 1994.
- [5] Peter J. Brockwell and Richard A. Davis. *Time Series: Theory and Methods*. Springer-Verlag, New York, 2-nd edition, 1991 (corrected 2-nd printing 1993).
- [6] Lennart Ljung. *SYSTEM IDENTIFICATION: Theory for the User*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1987.
- [7] Lennart Ljung. *System Identification Toolbox for use with MATLAB - User's Guide*. The MathWorks, Inc., 24 Prime Park Way, Natick, Mass. 01760, July 1992.
- [8] M. Aoki. *State Space Modeling of Time Series*. Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [9] M. B. Priestley. *Spectral Analysis and Time Series*, volume I-II. Academic Press, London, 1989.

Poznámka:

Cvičení probíhají s využitím systému MATLAB.