

STOCHASTICKÉ PROCESY

otázky ke zkoušce

- 1. Stochastický proces: základní pojmy**
definice, typy, trajektorie, pojem časové řady, příklady typických procesů, konzistentní systém distribučních funkcí, Kolmogorova věta, gaussovský proces, markovský proces.
- 2. Stochastický proces: momentové charakteristiky**
střední hodnota, autokovarianční a autokorelační funkce, vzájemná kovarianční a korelační funkce, striktní a slabá stacionarita, ergodicita, bílý šum, IID proces.
- 3. Vlastnosti autokovarianční, resp. autokorelační funkce**
- 4. Odhad autokovarianční, resp. autokorelační funkce (acf)**
statistická interpretace a vlastnosti odhadu, algebraická interpretace, jaké informace lze vyčíst z grafu acf, základní myšlenka konstrukce rychlého algoritmu pro výpočet acf (převedení na lineární konvoluci — procedura **acf**).
- 5. Fourierova řada (FŘ) a její diskretizace**
tři ekvivalentní tvary FŘ, diskrétní Fourierova transformace (DFT) a její inverze v souvislosti s diskretizovanou FŘ, periodogram (interpretace a použití).
- 6. Lineární systémy: základní pojmy**
definice, souvislost s lineární konvolucí a číslicovou filtrací, kauzalita, stabilita, impulzní odezva, přenosová funkce, z-transformace.
- 7. Lineární systémy (LS): spektrální vlastnosti**
přenos harmonických kmitů a periodických posloupností přes LS, Fourierova transformace (FT), věty o diskrétní lineární konvoluci (DLK) pro z-transformaci a Fourierovu transformaci, diskrétní cyklická konvoluce (DCK) a její souvislost s DLK a diskrétní Fourierovou transformací (DFT), vlastnosti DLK a DCK.
- 8. ARMA-systémy**
definice, nutné a postačující podmínky pro kauzalitu a invertibilitu, alternativní zápisy lineárních systémů a ARMA-systémů.
- 9. Box-Jenkinsova metodologie a ARMA-procesy obecně**
lineární systémy (LS) a ARMA-systémy jako modely stacionárních náhodných procesů (definice ARMA-procesu a jeho speciálních případů), přenos stacionárního stochastického procesu přes LS (transformace střední hodnoty a autokovarianční funkce).
- 10. MA-proces**
vztahy pro autokovarianční funkci a rozptyl procesu pomocí jeho parametrů, jejich použití při identifikaci typu, řádu a parametrů reálného MA-procesu, MA-procesy jako modely stacionárních procesů s konečnou autokovarianční funkcí.
- 11. Nejlepší lineární predikce v časových řadách**
prostor $L_2(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$, nejlepší lineární predikce jako ortogonální projekce, Yule-Walkerův systém normálních rovnic (odvození), chyba predikce, parciální autokorelační funkce (definice+výpočet), Durbin-Levinsonův algoritmus (princip rekurze vysvětlit podle výpisu procedury **pacf**).
- 12. AR-proces**
odhad parametrů AR-procesu metodou nejlepší lineární predikce, (užití Durbin-Levinsonova algoritmu), role parciální autokorelační funkce (pacf) při identifikaci typu a řádu procesu, užití znalosti AR-modelu při predikci budoucích hodnot (vyhlazených i pozorovaných) stochastické časové řady (viz demo **crcv10**), kauzální AR-procesy jako aproximativní modely stacionárních procesů s nekonečnou k nule klesající autokovarianční funkcí.
- 13. Smíšený ARMA-proces**
výpočet kauzální a invertibilní reprezentace, charakteristické průběhy autokorelační a parciální autokorelační funkce.

14. **Základní kroky při analýze časových řad v dekompozičním modelu**
cíl, volba modelu, Box-Coxova a mocninná transformace (procedura `powtr`), vyjmenovat jednotlivé systematicky seřazené kroky při analýze pozorované časové řady, vyjmenovat základní parametrické a neparametrické metody pro odhad systematických (deterministických) komponent.
15. **Lineární regresní model**
obecná formulace a konfidenční intervaly (procedura `linregr`), typická užití při analýze časových řad, užití konfidenčních intervalů pro predikci budoucí vyhlazené hodnoty, resp. budoucí pozorované hodnoty.
16. **Identifikace periodických komponent**
periodogram, Fisherův a Siegelův test periodicity (procedura `tperiod`).
17. **Metoda pro odhad polynomiálního trendu a periodických komponent**
odhad polynomiálního trendu a významných harmonických periodických komponent pomocí lineární regrese (procedura `polfs`), sestavit regresní model, samotný odhad trendu jako speciální případ včetně přibližné metody určení stupně polynomu.
18. **Metoda pro odhad polynomiálního trendu a sezónní složky**
odhad polynomiálního trendu a hodnot v jedné periodě sezónní složky pomocí lineární regrese (procedura `polper`), sestavit regresní model, samotný odhad trendu jako speciální případ včetně přibližné metody pro určení stupně polynomu.
19. **Přímý odhad sezónní složky metodou malého trendu**
princip metody, popis algoritmu dle procedury `szsmtr`.
20. **Přímý odhad sezónní složky metodou klouzavého průměru**
princip metody, popis algoritmu dle procedury `szma`.
21. **Vyhlazování metodou klouzavých průměrů obecně**
princip metody, souvislost s konvolučními číslicovými filtry, algoritmus dle procedury `convfilt`.
22. **Vyhlazování metodou klouzavých průměrů při postupné polynomiální regresi**
princip výpočtu váhových koeficientů uprostřed a na okrajích, vlastnosti váhových koeficientů, odhad délky filtru a stupně polynomu, vysvětlit způsob použití procedury `polyfilt` (bez analýzy algoritmu uvnitř) pro tyto případy:
 - výpočet váhových koeficientů pomocí operátorové matice FIR
 - provedení vyhlazení přímo nebo pomocí operátorové matice FIR
 - odhad trendu polynomiální regrese jako speciální případ
23. **Exponenciální vyrovnávání a metoda adaptivních vah**
obecný princip, odvození rekurze při jednoduchém exponenciálním vyrovnávání, popis algoritmu, vysvětlit způsob použití procedur `exp1filt`, resp. `exp2filt` (bez analýzy algoritmu uvnitř).

Při ústní zkoušce budou náhodně zadány dvě otázky, jedna z teoretické části (otázky 1–13) a jedna z praktické části (otázky 14–23) s možností písemné přípravy v délce cca 20 min.

V Brně dne 21.5.1997

V. Veselý (KAM PřF MU)