Podobně jako oboustranný interval spolehlivosti je možno zkonstruovat i jednostranné varianty. V tomto případě hledáme 1-α % kvantil normálního rozdělení, tedy kvantil $u_{1-\alpha}$. Podoba těchto intervalů je tedy následující

**a) levostranný interval** $$\mu > \bar{x} - u_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

**b) pravostranný interval** $$\mu < \bar{x} + u_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

**Příklad 5.2**

Při výzkumu průměrného věku zaměstnanců vybrané organizace byl u **120** náhodně oslovených pracovníků zjištěn průměrný věk 45,3 roku. Směrodatná odchylka tohoto byla vypočítána na **15,4**.

Určete 95 % levo- a pravostranný interval spolehlivosti pro odhad průměrného věku všech zaměstnanců uvedeného podniku.

---

**Řešení**

Zadané hodnoty:

$\bar{x} = 45{,}3$

n = 120

$s_x = 15{,}4$

$$\sigma = s'_x = s_x\sqrt{\frac{n}{n-1}} = 15{,}4\sqrt{\frac{120}{119}} = 15{,}5$$

Přípustnou chybu odhadu pro jednostranný interval lze vypočítat podle vztahu

$$\Delta = u_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}64\frac{15{,}5}{\sqrt{120}} = 2{,}3$$

**a) 95 % levostranný interval**

$$\dot{\mu} > \bar{x} - u_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{x} - \Delta = 45{,}3 - 2{,}3 = 43{,}0$$

**b) pravostranný interval**

$$\mu < \bar{x} + u_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{x} + \Delta = 45{,}3 + 2{,}3 = 47{,}6$$

Lze tedy konstatovat, že – na základě provedeného šetření – s pravděpodobností 95 % nepřesahuje v dané organizaci průměrný věk zaměstnanců hodnotu 47,6. Nebo lze konstatovat, že (se stejnou pravděpodobností) průměrný věk ve sledované organizaci není nižší než 43 let.

---

**Výpočet intervalu spolehlivosti pro průměr v případě malého rozsahu výběru**

Předpoklad normálního rozdělení je v mnoha praktických statistických úlohách není příliš silný. Vlastnosti normálního rozdělení je proto možno užít i pro výběry o menší rozsahu (obvykle menším než 100).

Pro malý rozsah výběru existuje výrazně větší nejistota ohledně struktury souboru. V případě menšího rozsahu výběru proto již není možno předpokládat, že variabilita zjištěná výběrovým šetřením ve výběrovém souboru bude odpovídat variabilitě základního souboru. Z těchto důvodů je vhodnější pro odhady použít místo normálního rozdělení Studentovo t–rozdělení, které (na rozdíl od normálního) není závislé na parametru $\sigma^2$(rozptylu).

Vztahy pro výpočet intervalu spolehlivosti pro malý rozsah výběru jsou jen mírně odlišné od výše uvedených vztahů. Je nutno pouze nahradit kvantily normálního rozdělení příslušnými kvantily t-rozdělení.

Pro oboustranný interval pak dostáváme

$$\mu \in \left( \bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Jednostranné varianty pak mají následující podobu

**a) levostranný interval** $\mu > \bar{x} - t_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

**b) pravostranný interval** $\mu < \bar{x} + t_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Opět je možno definovat přípustnou chybu odhadu, jakožto míru rozpětí intervalu spolehlivosti. Její výpočet je možný podle vztahu

$$\Delta = t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Pro výpočet hodnoty kvantilu t-rozdělení potřebuje znát tzv. **počet stupňů volnosti.** Jejich hodnota je vždy dána hodnotou **n-1**, kde **n** je rozsah výběru.

**Příklad 5.3**

Určete 95 % interval spolehlivosti pro odhad průměrného věku zaměstnanců v podniku uvedeném v příkladu 5.2. vyjděte ze stejných výsledků průzkumu, pouze předpokládejte, že počet dotázaných zaměstnanců byl 20.

---

**Řešení**

Zadané hodnoty:

$\bar{x} = 45{,}3$

n = 20

$s_x = 15{,}4$

$$\sigma = s'_x = s_x\sqrt{\frac{n}{n-1}} = 15{,}4\sqrt{\frac{20}{19}} = 15{,}8$$

Pro **oboustranný interval** spolehlivosti platí $\mu \in \left(\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Odsud dostáváme pro 95 % interval spolehlivosti a rozsahu výběru 20

$$\mu = \bar{x} \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 45{,}3 \pm 2{,}09\frac{15{,}8}{\sqrt{20}} = 45{,}3 \pm 7{,}4$$

Průměrný věk zaměstnanců se v daném podniku s 95 % pravděpodobností pohybuje mezi **37,9 a 52,7** roky.

Pro **jednostranné intervaly** spolehlivosti pak analogicky dostáváme

**a) levostranný interval**

$$\mu > \bar{x} - t_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 45{,}3 - 1{,}73\frac{15{,}8}{\sqrt{20}} = 45{,}3 - 6{,}1 = 39{,}2$$

**b) pravostranný interval**

$$\mu > \bar{x} + t_{1-\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 45{,}3 + 1{,}73\frac{15{,}8}{\sqrt{20}} = 45{,}3 + 6{,}1 = 51{,}4$$

Průměrný věk zaměstnanců daného podniku tedy na 95 % nepřesáhuje **51,4** let, resp. na 95 % není nižší než **39,2** let.