

Příklad 1

Od tří expertů jsme dostali informace o odhadu tržních cen i-té akcie v okamžiku realizace
Předpokládejme, že tržní cena akcie při tvorbě portfolia byla 150 Kč.

Odhady jednotlivých expertů:

Odhady 1. experta		Odhady 2. experta		Odhady 3. Experta	
C_{i1k}	$r_{i1k} \text{ v \%}$	C_{i2k}	$r_{i2k} \text{ v \%}$	C_{i3k}	$r_{i3k} \text{ v \%}$
80	10	100	20	120	50
100	80	120	30	160	50
180	10	150	50		

Spočítejte očekávanou výnosnost a riziko této výnosnosti.

	TC	počet expertů
150	3	

80	10	80	-0.46666667	10		
100	80	100	-0.33333333	80	20	
180	10	120	-0.2		30	50
		150	0		50	
100	20	160	0.06666667			50
120	30	180	0.2	10		
150	50					
120	50					
160	50					
			výnosnost	-16.22%		rozptyl
			riziko	17.53%		směr. odch

	%	des.číslo					
10	3.333333	0.033333	0.007259	-0.30444	0.092686	0.00309	
100	33.33333	0.333333	0.037037	-0.17111	0.029279	0.00976	
80	26.66667	0.266667	0.010667	-0.03778	0.001427	0.000381	
50	16.66667	0.166667	0	0.162222	0.026316	0.004386	
50	16.66667	0.166667	0.000741	0.228889	0.05239	0.008732	
10	3.333333	0.033333	0.001333	0.362222	0.131205	0.004373	
			0.057037			0.030721	
			0.030721				

0.030721

0.175274

Příklad 2

Uvažujme s několika portfolii, tvořenými dvěma cennými papíry.

	\bar{r}_i	σ_i	$\rho_{1,2} = 1$	$\rho_{1,2} = 0,5$
C ₁	5%	20%	$\rho_{1,2} = -1$	$\rho_{1,2} = -0,5$
C ₂	15%	40%	$\rho_{1,2} = 0$	

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \Rightarrow \sigma_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$$

Podíly (váhy) jednotlivých cenných papírů v portfoliích budou:

	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
X ₁	1	0.83	0.67	0.5	0.33	0.17	0
X ₂	0	0.17	0.33	0.5	0.67	0.83	1

Vypočítat výnosnosti a rizika jednotlivých portfolií. Sestrojit graf.

výnosnosti

	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇
	0.05	0.067	0.083	0.1	0.117	0.133	0.15

rizika
pro ρ_{12}

1	0.2	0.234	0.266	0.3	0.334	0.366	0.4	0.16
-1	0.2	0.098	0.002	0.1	0.202	0.298	0.4	
0.5	0.2	0.20849	0.230365	0.264575	0.306379	0.35024	0.4	
-0.5	0.2	0.144541	0.133011	0.173205	0.241851	0.316373	0.4	0.14
0	0.2	0.179388	0.188096	0.223607	0.276007	0.333736	0.4	0.12

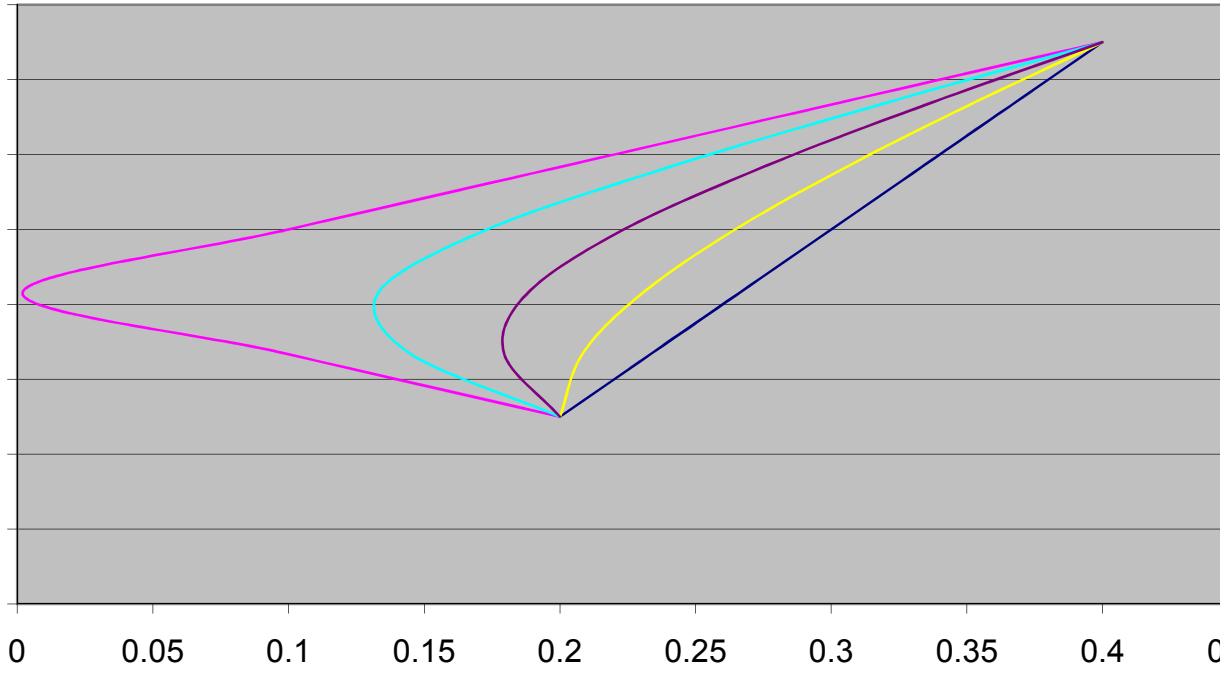
0.16
0.14
0.12
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n X_i \cdot r_i$$

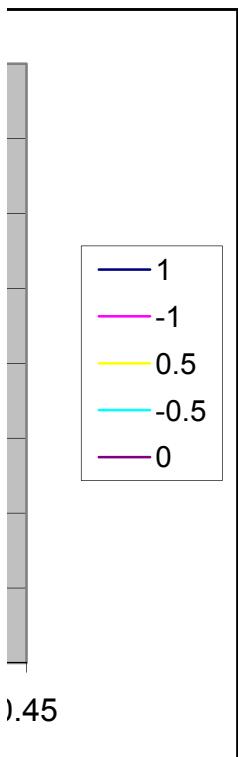
$$\sigma_p = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2}$$

pro $n = 2$:

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left(\sum_{j=1}^2 X_1 \cdot X_j \cdot \sigma_{1j} \right. \\ &= (X_1 \cdot X_1 \cdot \sigma_{11} + X_2 \cdot X_1 \cdot \sigma_{21} + X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22})^{1/2} = (X_1^2 \cdot \sigma_{11} \\ &= (X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12})^{1/2} \end{aligned}$$



$$\left. \cdot \sigma_{1j} + X_2 \cdot X_j \cdot \sigma_{2j} \right)^{1/2} = \\ \left. {X_1}^2 \cdot \sigma_1^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + {X_2}^2 \cdot \sigma_2^2 \right)^{1/2} =$$



Příklad 3

Vypočítejte a graficky zobrazte vytvořená portfolia jestliže známe matici výnosnosti a kovarianční matice.

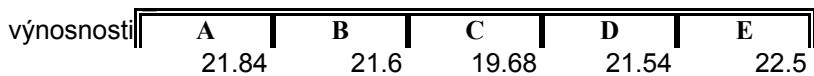
$$[\mathbf{R}_i] = \begin{pmatrix} 16,2 \\ 24,6 \\ 22,8 \end{pmatrix}$$

16.2

24.6

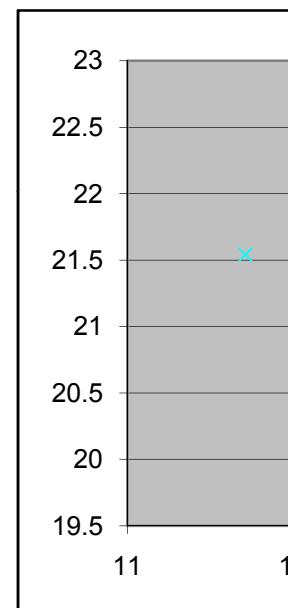
22.8

X_i / P_i	A	B	C	D	E
X_1	0.2	0.25	0.5	0.3	0.1
X_2	0.2	0.25	0.1	0.4	0.2
X_3	0.6	0.5	0.4	0.3	0.7



rizika

12.52517 12.17836 13.68978 11.33402 13.12326



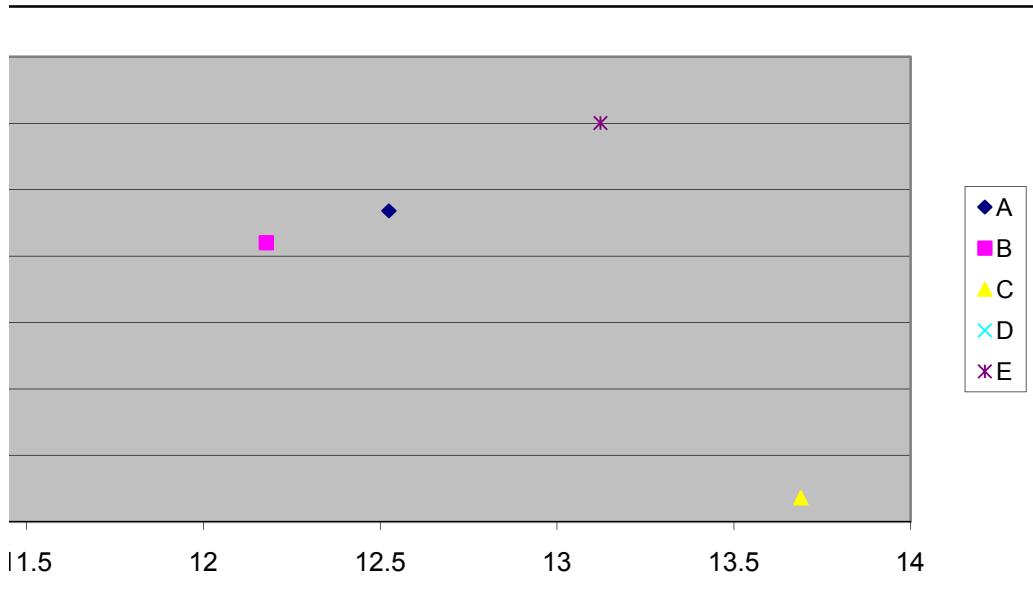
ici.

$$[\sigma_{ij}] = \begin{pmatrix} 459 & -211 & 112 \\ -211 & 312 & 215 \\ 112 & 215 & 179 \end{pmatrix}$$

459	-211	112
-211	312	215
112	215	179

pro n = 3 :

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left(\sum_{j=1}^3 (X_1 \cdot X_j \cdot \sigma_{1j} + X_2 \cdot X_j \cdot \sigma_{2j} + X_3 \cdot X_j \cdot \sigma_{3j}) \right)^{1/2} \\ &= (X_1 \cdot X_1 \cdot \sigma_{11} + X_2 \cdot X_1 \cdot \sigma_{21} + X_3 \cdot X_1 \cdot \sigma_{31} + X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22} + X_3 \cdot X_2 \cdot \sigma_{32} + X_1 \cdot X_3 \cdot \sigma_{13} + X_2 \cdot X_3 \cdot \sigma_{23} + X_3 \cdot X_3 \cdot \sigma_{33})^{1/2} \\ &= (X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + X_3^2 \cdot \sigma_3^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + 2 \cdot X_1 \cdot X_3 \cdot \sigma_{13} + 2 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \sigma_{23})^{1/2} \end{aligned}$$



$$\frac{\sum_{j=1}^3 \left(X_1 \cdot X_j \cdot \sigma_{1j} + X_2 \cdot X_j \cdot \sigma_{2j} + X_3 \cdot X_j \cdot \sigma_{3j} \right)^{1/2}}{X_2 \cdot X_3 \cdot \sigma_{23}} =$$

$$+ \frac{X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22} + X_3 \cdot X_2 \cdot \sigma_{32} + X_1 \cdot X_3 \cdot \sigma_{13} + X_2 \cdot X_3 \cdot \sigma_{23} + X_3 \cdot X_3 \cdot \sigma_{33}}{X_2 \cdot X_3 \cdot \sigma_{23}}^{1/2}$$

$$_3\cdot\sigma_{33}\Big)^{1/2}$$

Příklad 4

Je zadané portfolio, které se skládá ze dvou cenných papírů následovně:

Cenný papír	Oček. výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
C_i	\bar{r}_i	σ_i	X_i
C_1	0.15	0.28	0.6
C_2	0.21	0.42	0.4

1. úloha: Vypočítat očekávaný výnos portfolia

pro $n = 2$:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^2 \right. \\ &= (X_1 \cdot X_1 \cdot \sigma_{11} + X_2 \cdot X_1 \cdot \sigma_{21} + X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22})^{1/2} \\ &= (X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12})^{1/2}\end{aligned}$$

2. úloha: Vypočítejte celkové riziko portfolia, kdy koeficient korelace mezi složkami portfolia je

výnosnost 0.174

$$[\rho_{12}]$$

-1	0
-0.8	0.106253
-0.6	0.150264
-0.4	0.184035
-0.2	0.212505
0	0.237588
0.2	0.260264
0.4	0.281118
0.6	0.300528
0.8	0.318758
1	0.336

2 :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \Bigg)^{1/2} = \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left(\sum_{j=1}^2 X_1 \cdot X_j \cdot \sigma_{1j} + X_2 \cdot X_j \cdot \sigma_{2j} \right)^{1/2} =$$
$$X_1 \cdot \sigma_{11} + X_2 \cdot X_1 \cdot \sigma_{21} + X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22})^{1/2} = (X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2^2 \cdot \sigma_2^2)^{1/2}$$
$$\sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} \Big)^{1/2}$$

olia je z intervalu **<-1;1>**. Krok h = 0,2. Určete nejmenší a největší riziko portfolia.

$$\boxed{\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \Rightarrow \sigma_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j}$$

$$\left. \sigma_{2j} \right)^{1/2} = \\ X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 \right)^{1/2} =$$

Příklad 5

Mějme vícesložkové portfolio a matici korelačních koeficientů:

Cenný papír	Oček. výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
C_i	\bar{r}_i	σ_i	X_i
C_1	0.13	0.28	0.2
C_2	0.25	0.42	0.4
C_3	0.21	0.35	0.1
C_4	0.41	0.48	0.2
C_5	0.3	0.39	0.1

$$[\rho(C_i C_j)] = \begin{pmatrix} 1 & 0,30 & 0,41 & -0,23 \\ 0,30 & 1 & 0,25 & -0,09 \\ 0,41 & 0,25 & 1 & -0,22 \\ -0,23 & -0,09 & -0,22 & 1 \end{pmatrix}$$

1. úloha: Vypočítejte očekávaný výnos portfolia

2. úloha: Vypočítejte riziko portfolia vyjádřené rozptylem a směrodatnou odchylkou

výnosnost	0.026
	0.1
	0.021
	0.082
	0.03
celkem	0.259

riziko	
rozptyl	0.04912206
odchylka	0.22163497

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0,30} & \mathbf{0,41} & -\mathbf{0,23} & \mathbf{0,13} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0,25} & -\mathbf{0,09} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{1} & -\mathbf{0,22} & \mathbf{0,31} \\ & & \mathbf{1} & \mathbf{0,14} \\ & & & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{matrix} & & & 1 \\ & & & 0.3 & 1 \\ & & & 0.41 & 0.25 & 1 \\ & & & -0.23 & -0.09 & -0.22 & 1 \\ & & & 0.13 & 0 & 0.31 & 0.14 & 1 \end{matrix}$$

$\boxed{\sigma_{ij}}$	1	2	3	4	5
1	0.0784				
2	0.03528	0.1764			
3	0.04018	0.03675	0.1225		
4	-0.03091	-0.01814	-0.03696	0.2304	
5	0.014196		0	0.042315	0.026208
					0.1521