# NAUKA O PODNIKU II

## Produkční teorie

# Časová náročnost dnešního cvičení

- Distanční samostudium
  - Na prostudování této kapitoly budete potřebovat přibližně 4 hodiny, na zodpovězení otázek uvedených na konci kapitoly budete potřebovat přibližně dalších 30 minut.
- Prezenční nesamostudium
  - Na prostudování kapitoly 4 minuty, zodpovězení otázek 10 minut, seminárka cca 15 minut…

# Produkční teorie

- Cíle a dílčí oblasti produkční teorie
- Výrobní modely a funkce
- Substituovatelnost a limitovanost
- Parciální a komplexní analýza

# Cíle a dílčí oblasti produkční teorie

Výrobky jsou vytvářeny určitou kombinací výrobních faktorů

- materiálu
- hmotného investičního majetku
- práce

# Výrobní proces

Výrobní faktory (input, nasazení faktorů) → Výroba (proces kombinace) → Výrobky (output, výstup)

# Cíl produkční teorie

= zjišťování funkčního **vztahu** mezi **množstvím použitých výrobních faktorů** a množstvím jimi vyrobených výrobků (**objemu výroby**)

# Výrobní modely a funkce

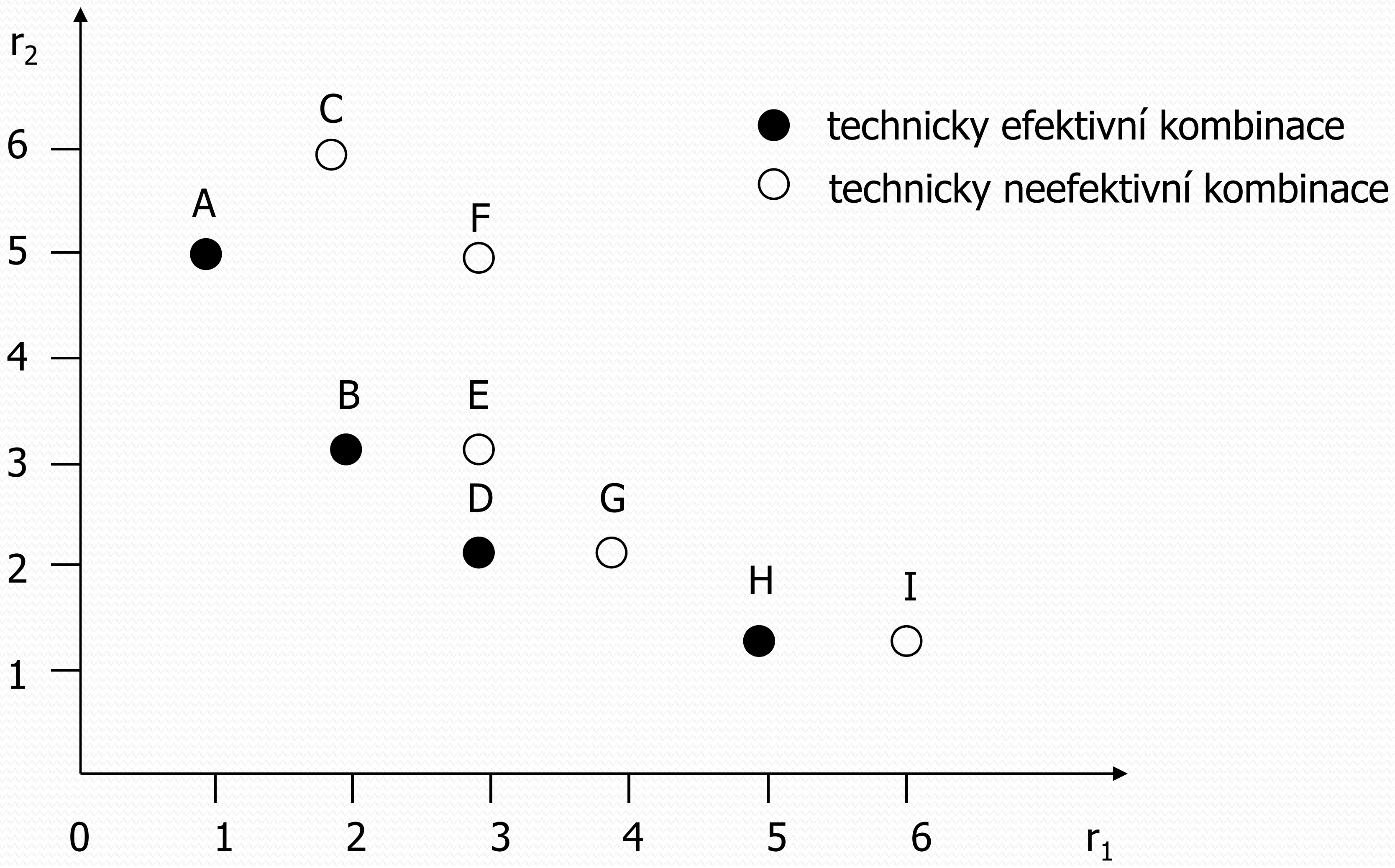
Příklad jednoduché výroby:

- výrobek M
- vyráběn kombinací výrobních faktorů $R_1$ a $R_2$

# Kombinace výrobních faktorů $R_1$ a $R_2$ k výrobě 5 jednotek výrobku M

| Bod | $R_1$ | $R_2$ | M |
|---|---|---|---|
| A | 1 | 5 | 5 |
| B | 2 | 3 | 5 |
| C | 2 | 6 | 5 |
| D | 3 | 2 | 5 |
| E | 3 | 3 | 5 |
| F | 3 | 5 | 5 |
| G | 4 | 2 | 5 |
| H | 5 | 1 | 5 |
| I | 6 | 1 | 5 |

# Graf kombinací výrobních faktorů



# Technicky efektivní kombinace

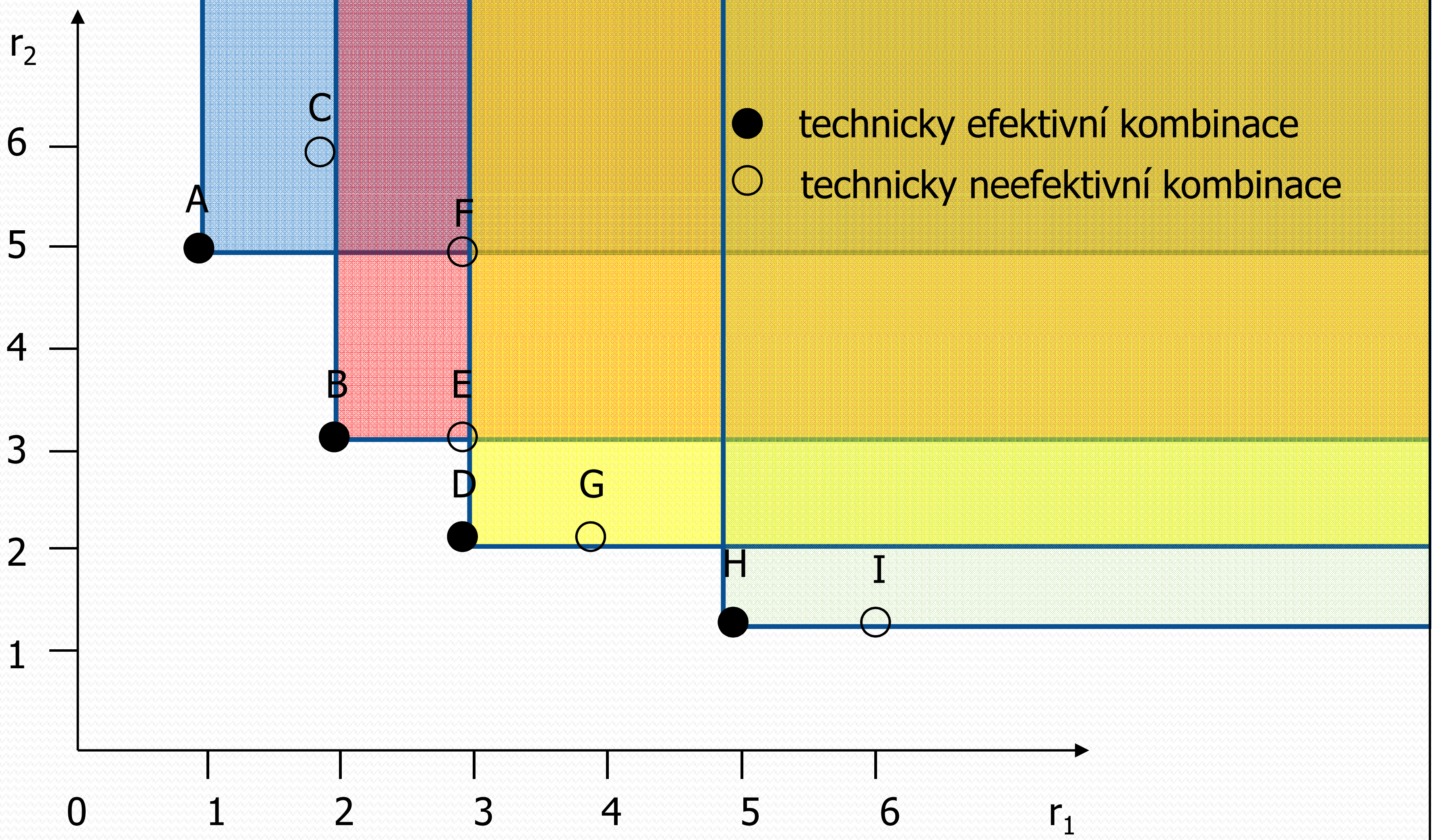
Nastává když:

- nenastává žádné plýtvání
- je dodržen princip technické hospodárnosti

## Předpoklady dodržení principu hospodárnosti

- Daný objem výroby nelze vyrábět při snížení množství jednoho výrobního faktoru, aniž by bylo nutno zvýšit množství alespoň jednoho dalšího výrobního faktoru.
- S daným množstvím výrobních faktorů není možné vyrábět vyšší objem výroby.

# Graf kombinací výrobních faktorů



# Výrobní modely a funkce

Předpokládáme-li u všech VF a výrobků libovolnou **dělitelnost a homogenitu**, lze pro příklad jednoduché dvoufaktorové výroby sestavit produkční funkci:

$$\mathbf{m = f(r_1, r_2)}$$

**Produkční funkce** = funkční vztah mezi množstvím faktorů $R_1$ a $R_2$ (input) a objemem výroby m (output) u technicky efektivní výroby.

**V obecné formě** lze objem výroby m zobrazit pomocí produkční funkce jako funkci výrobních faktorů $R_1$ až $R_n$ s množstvím $r_1$ až $r_n$:

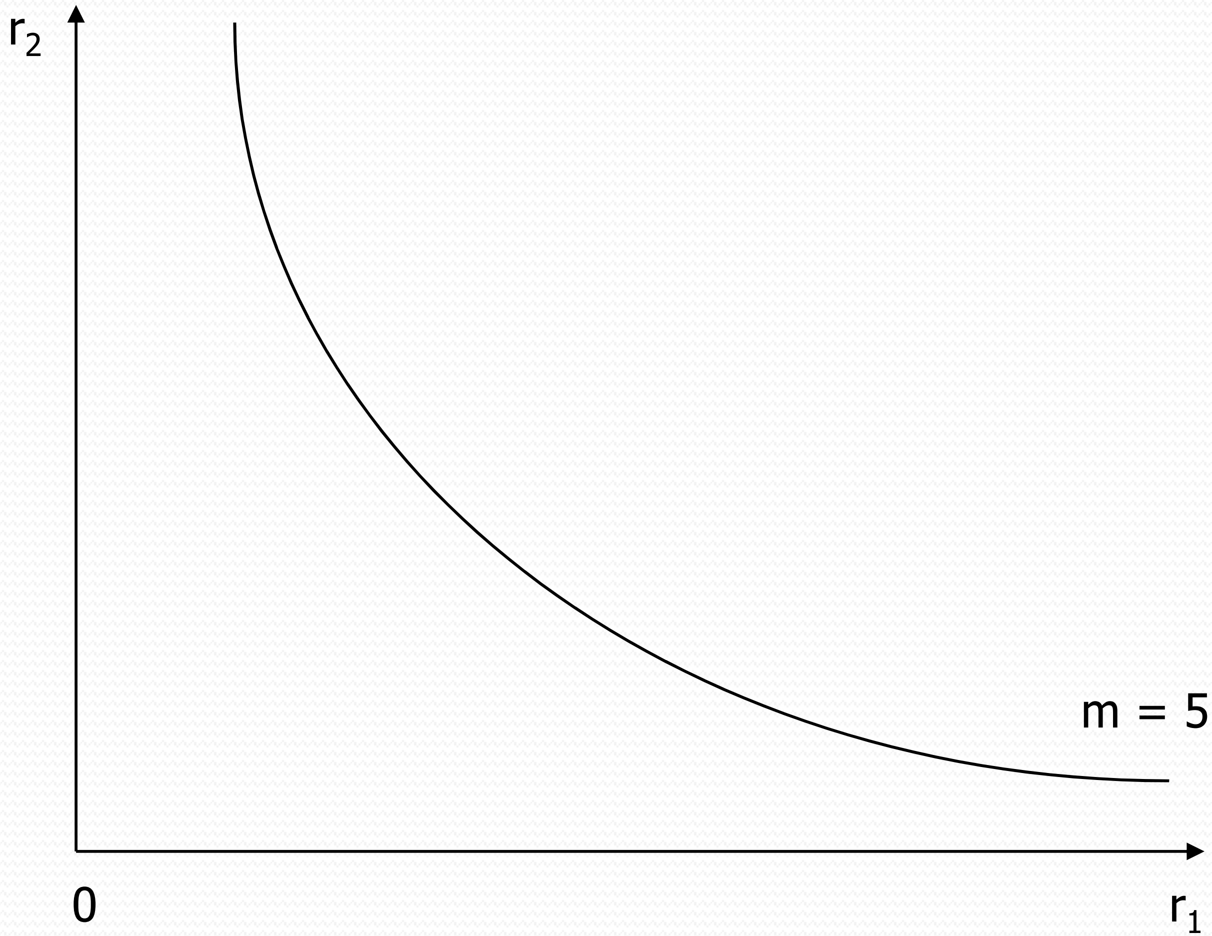
$$\mathbf{m = f(r_1, r_2, \dots r_n)}$$

# Substituovatelnost a limitovanost

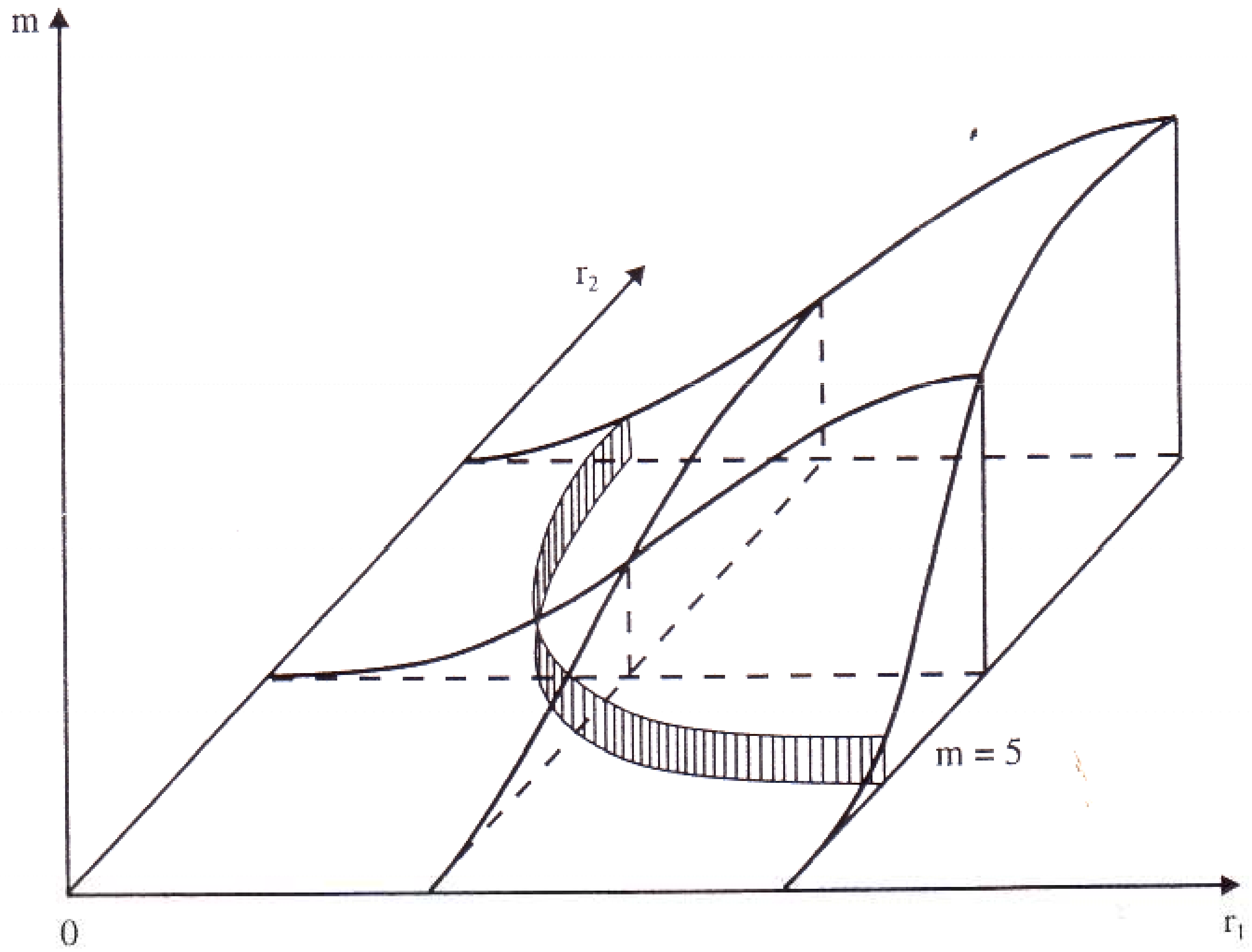
Křivka výrobních možností, neboli **produkční izokvanta**, představuje geometrické vyjádření všech technicky efektivních kombinací výrobních faktorů, které vedou ke stejnému objemu výroby.

Pro různé objemy výroby existují různé izokvanty.

# Křivka výrobních možností – produkční izokvanta



# Produkční kopec
# (prostorový graf produkční funkce)



# Substituovatelnost a limitovanost

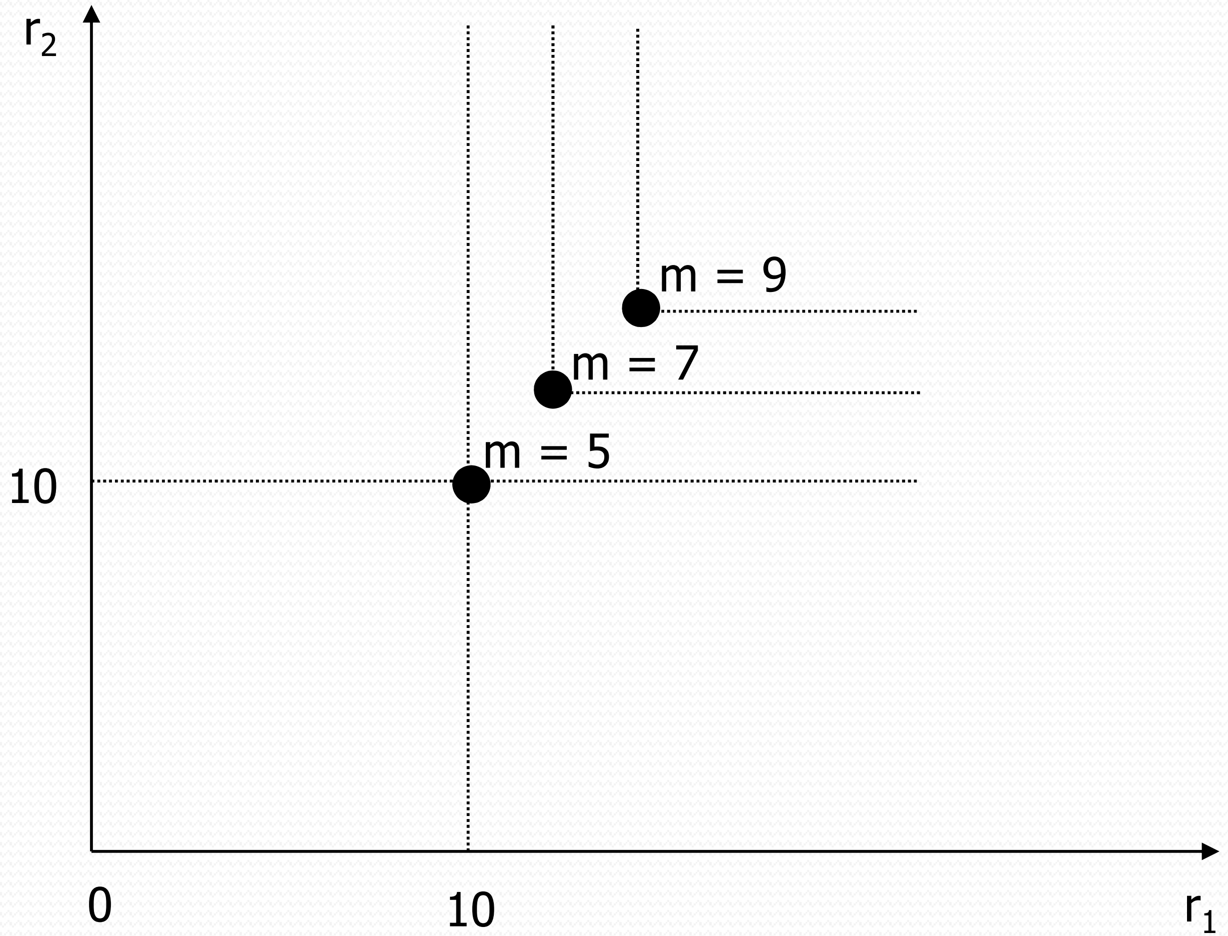
**Substituční produkční funkce** – výrobní faktory mohou být ve výrobním procesu vzájemně nahrazovány (substituovány).

**Alternativní substituce** – při výrobních faktorech vzájemně substituovatelných se lze zcela zříci výrobního faktoru $R_1$ nebo $R_2$.

**Omezená (periferní) substituce** – kombinační proces vyžaduje použití alespoň minimálního množství každého výrobního faktoru.

**Limitovaná produkční funkce** – vychází z pevných poměrů použitých VF, pro každý objem výroby existuje pouze jedna technicky efektivní kombinace VF; produkční izokvanty mají podobu bodů.

# Izokvanty u limitované produkční funkce

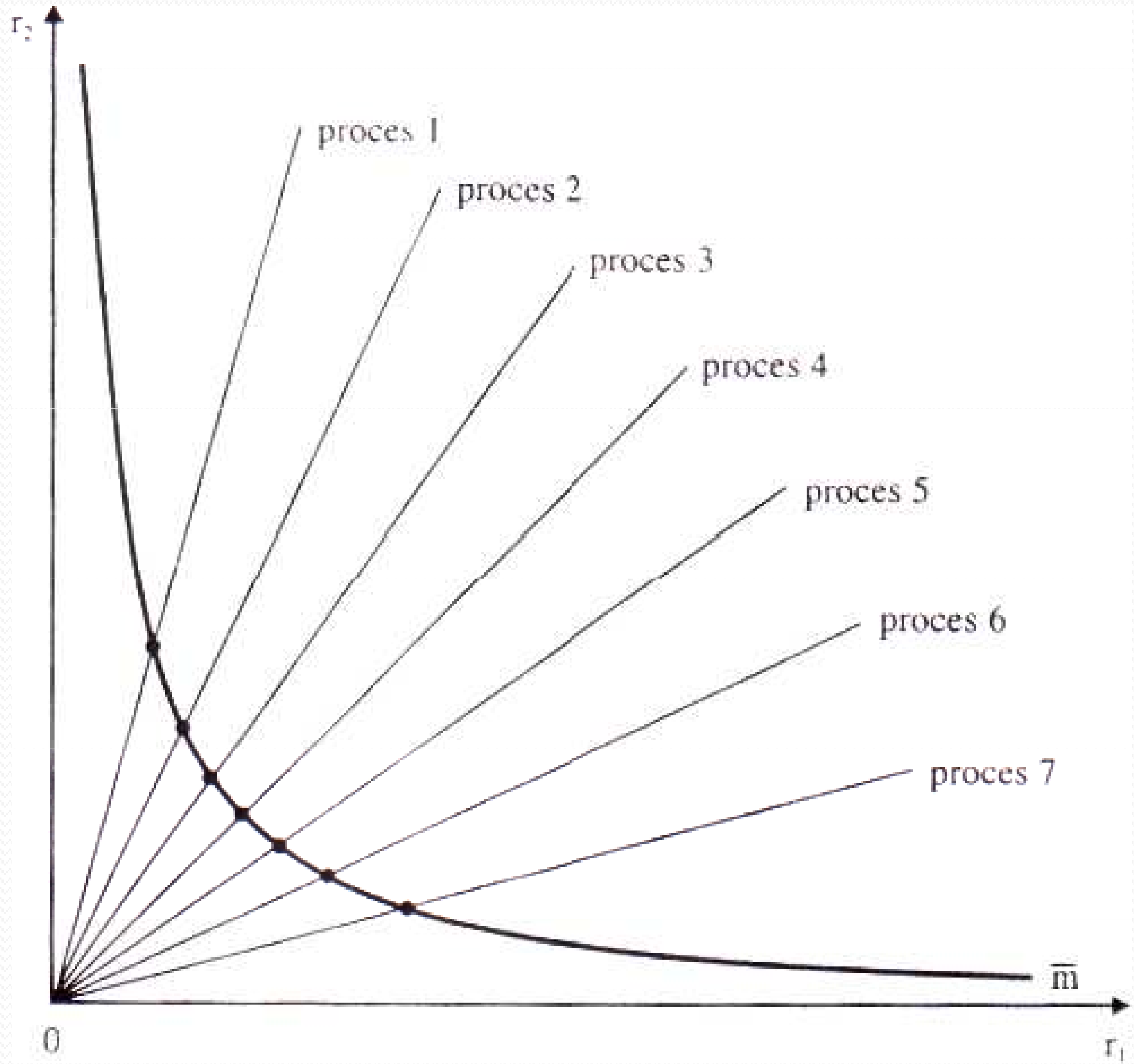


# Substituovatelnost a limitovanost

**Limitované výrobní procesy**

- nelze rozlišovat mezi několika kombinacemi výrobních faktorů
- lze rozlišovat pouze mezi výrobními procesy s vždy předem daným poměrem zastoupení výrobních faktorů

# Vztah mezi limitovanými a substitučními produkčními funkcemi



## Parciální a komplexní analýza

Produkční kopec substituční produkční funkce dává do vzájemného vztahu tři veličiny:

- množství výrobního faktoru $R_1$ ($r_1$),
- množství výrobního faktoru $R_2$ ($r_2$) a
- objem výroby m.

Pomocí produkčního kopce mohou být zobrazeny funkce typu

$$m = f(r_1, r_2).$$

# Parciální a komplexní analýza

Při analýze produkčních funkcí lze provádět **tři druhy pozorování**:

- objem m je stanoven konstantně, variabilní jsou množství $r_1$ a $r_2$ výrobních faktorů $R_1$ a $R_2$,
- množství jednoho výrobního faktoru je stanoveno konstantně, variabilní jsou množství druhého výrobního faktoru $R_2$ a objem výroby m,
- všechny tři sledované veličiny ($r_1$, $r_2$ a m) jsou variabilní.

# Přehled řešených otázek

| Otázka | Konstantní | Řez produkčním kopcem | Analýza … |
|---|---|---|---|
| (1) | objem výroby (m) | horizontální | izokvant |
| (2) | množství faktorů ($r_1$ nebo $r_2$) | vertikální, paralelní k ose $r_2$ nebo k ose $r_1$ | parciální změny faktorů |
| (3) | poměr faktorů ($r_1 : r_2$) | vertikální, podél procesní přímky | celkové změny faktorů |

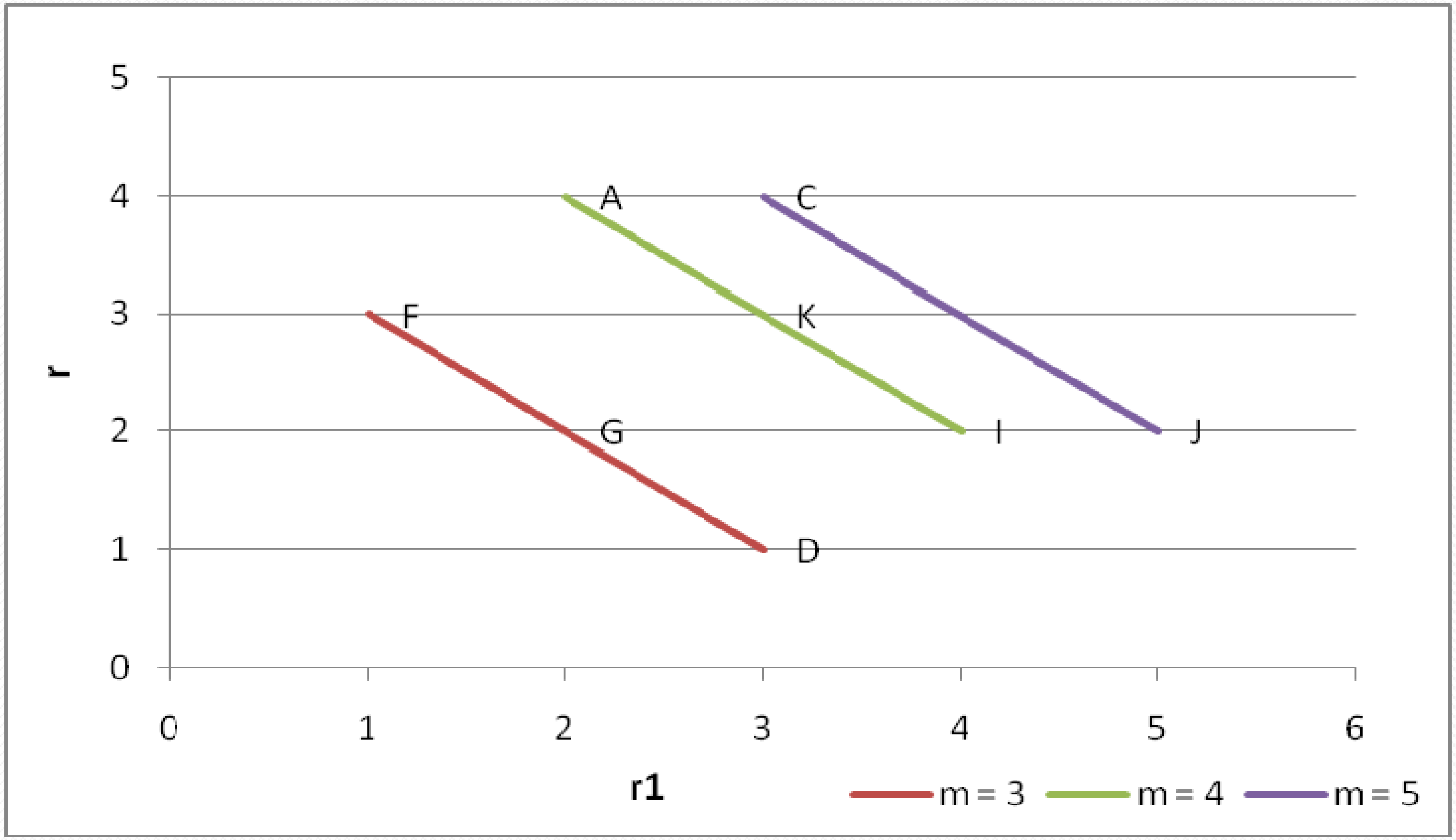
# Úkol č.1

Produkt M může být vyráběn různou kombinací dvou faktorů $R_1$ a $R_2$ v množstvích $r_1$ a $r_2$. Následující tabulka ukazuje možné kombinace $r_1$ a $r_2$ vedoucí k rozdílným množstvím produktu M.

Vyznačte jen technicky efektivní kombinace faktorů v grafu $r_1$ - $r_2$ a čarou spojte ty kombinace faktorů, které přísluší stejnému produkčnímu množství. U nevyznačených kombinací faktorů zdůvodněte, proč nejsou technicky efektivní.

| **Bod** | $r_1$ | $r_2$ | **m** |
|---|---|---|---|
| A | 2 | 4 | 4 |
| B | 5 | 3 | 5 |
| C | 3 | 4 | 5 |
| D | 3 | 1 | 3 |
| E | 2 | 5 | 4 |
| F | 1 | 3 | 3 |
| G | 2 | 2 | 3 |
| H | 3 | 4 | 4 |
| I | 4 | 2 | 4 |
| J | 5 | 2 | 5 |
| K | 3 | 3 | 4 |
| L | 4 | 1 | 3 |

# Úkol č.1 - řešení




B, E, H, L jsou neefektivní

# Úkol č.2

Karel Novák je komplementář firmy Novák - dřevo - k.s. Firma dodává na trh tři produkty: prkna, trámy a suroviny na dřevotřískové desky. Novák nakupuje od různých lesních podniků borovou kmenovinu, z jejíž silné části řeže prkna, a užší části zpracovává na trámky. Odpad drtí na třísky. V jakém poměru se podaří vyrobit jednotlivé 3 druhy produkce, závisí na jakosti kmenoviny. (Tenké kmeny poskytují málo prken, relativně mnoho trámků a zejména hodně třísek). Novák má pro příští rok se svými zákazníky uzavřeny smlouvy na dodávku celkem 4 200 $m^3$ prken (P), 2 800 $m^3$ trámků (T) a 1 000 $m^3$ třísek(S). Potřebné množství suroviny (kmenoviny) si doplňuje periodickými dodávkami na sklad.

# Úkol č.2

Jako dodavatelé připadají v úvahu dva lesní podniky I a II. Podnik I (Lesy České republiky) dodává jen velké, silné kmeny. Ty nazveme druhem I a dodací množství označíme $m_1$. Dodavatel II (Lesy Slovenské republiky) nabízí naproti tomu jen relativně tenké kmeny. Dodací množství tohoto druhu II označíme $m_2$.

Druh I při zpracování poskytuje výtěžnost produktů prkna, trámky a třísky v relaci 60% : 32% : 8 %. Ze suroviny druhu II lze získat tytéž produkty v relaci 45% : 35% : 20%.

Dodavatel I nabízí 2 000 $m^3$ kmenoviny, dodavatel II 5 000 $m^3$. Postačí úhrn těchto množství k takové produkci prken, trámků a třísek, která pokryje uzavřené smlouvy se zákazníky Nováka?

# Úkol č.2 - řešení

- 2 000 $m^3$ kmenoviny druhu I ($m_1$) poskytne

  2000 * 0,6 = 1 200 $m^3$ prken (P)

  2000 * 0,32 = 640 $m^3$ trámků (T)

  2000 * 0,08 = 160 $m^3$ třísek (S)

- 5 000 $m^3$ kmenoviny druhu II ($m_2$) poskytne

  5000 * 0,45 = 2 250 $m^3$ prken (P)

  5000 * 0,35 = 1 750 $m^3$ trámků (T)

  5000 * 0,20 = 1 000 $m^3$ třísek (S)

# Úkol č.3

Jak velké by při $m_1$ = 2 000 $m^3$ muselo být Lesy SR nabízené množství $m_2$, aby Novák splnil své dodavatelské smlouvy v jednotlivých druzích produktu?

# Úkol č.3 - řešení

| Druh produktu | Požadovaná produkce | Produkce z $m_1$ | Požadovaná produkce z m (1 – 2) | Koeficient výtěžnosti | Potřebné množství |
|---|---|---|---|---|---|
| P (Prkna) | 4 200 | 1 200 | 3 000 | 0,45 | 6 666,7 |
| T (Trámky) | 2 800 | 640 | 2 160 | 0,35 | 6 171,4 |
| S (Třísky) | 1 000 | 160 | 840 | 0,20 | 4 200 |

K řešení využita komplexní ekonomicko-matematická metoda 2. stupně obtížnosti : TROJČLENKA

# Úkol č.3 - řešení

- TROJČLENKA: 1 $m^3$ .... 0,45 $m^2$ prkna

  x $m^3$ .... 3000 $m^2$ prken

x/1 = 3000/0,45 .............. x = 6 666,66666667 $m^3$ suroviny

- Atd.
- Jestliže z 1 $m^3$ suroviny II lze získat 45 % prken, pak je třeba na výrobu 3 000 $m^3$ prken 6 667 $m^3$ kmenoviny II.
- Ke splnění všech dodacích povinností potřebuje pan Novák nejméně 6 666,7 $m^3$ druhu II. V tomto případě ale vzniká značné překročení produkce u trámků a především u třísek

# Úkol č. 4 - bonus

- Existují dva výrobní faktory $R_1$, $R_2$.
- Je dána jedna optimální kombinace výrobních faktorů k vyprodukování množství výrobku …… m.
- Množství faktoru $R_1 = 5$
- Množství faktoru $R_2 = 7$
- Vyprodukované množství $m=10$
- Nalezněte(navrhněte) alespoň dvě neoptimální kombinace.
- Vytvořte takovou kombinaci, která bude novým optimem.

# Pokračování pro zájemce

- Jak se +- určí tvar izokvanty
- Je to z Mikroekonomie 2

# Vlastnosti izokvant

- analogie indiferenčních křivek spotřeby
- izokvanty jsou seřazeny z kardinalistického pohledu (objem výstupu můžeme přesně určit)
- izokvanty se neprotínají
- izokvanty jsou klesající a konvexní směrem k počátku

# Mezní míra technické substituce

- *Marginal Rate of Technical Substitution (MRTS)*
- poměr, ve kterém firma nahrazuje kapitál prací, aniž se změní velikost výstupu
- $MRTS = -\Delta K/\Delta L$
- $-\Delta K.MP_K = \Delta L.MP_L \rightarrow -\Delta K/\Delta L = MP_L/MP_K \rightarrow MRTS = MP_L/MP_K$

# Elasticita substituce

- procentní změna poměru vstupů (K/L) ku procentní změně MRTS
- určuje zakřivení izokvant
- $$\sigma = \frac{d(K/L)\,/\,K/L}{dMRTS\,/\,MRTS}$$
- σ = ∞ pro dokonale nahraditelné VF
- σ = 0 pro VF v dokonale komplementárním vztahu

# Optimální kombinace vstupů

- opět jde o analogii optima spotřebitele
- firma je rovněž limitována svým rozpočtem
- rozpočtové omezení je dáno finančními prostředky firmy a cenami výrobních faktorů
- linie rozpočtu firmy (izokosta) je dána:

TC = w.L + r.K, kde

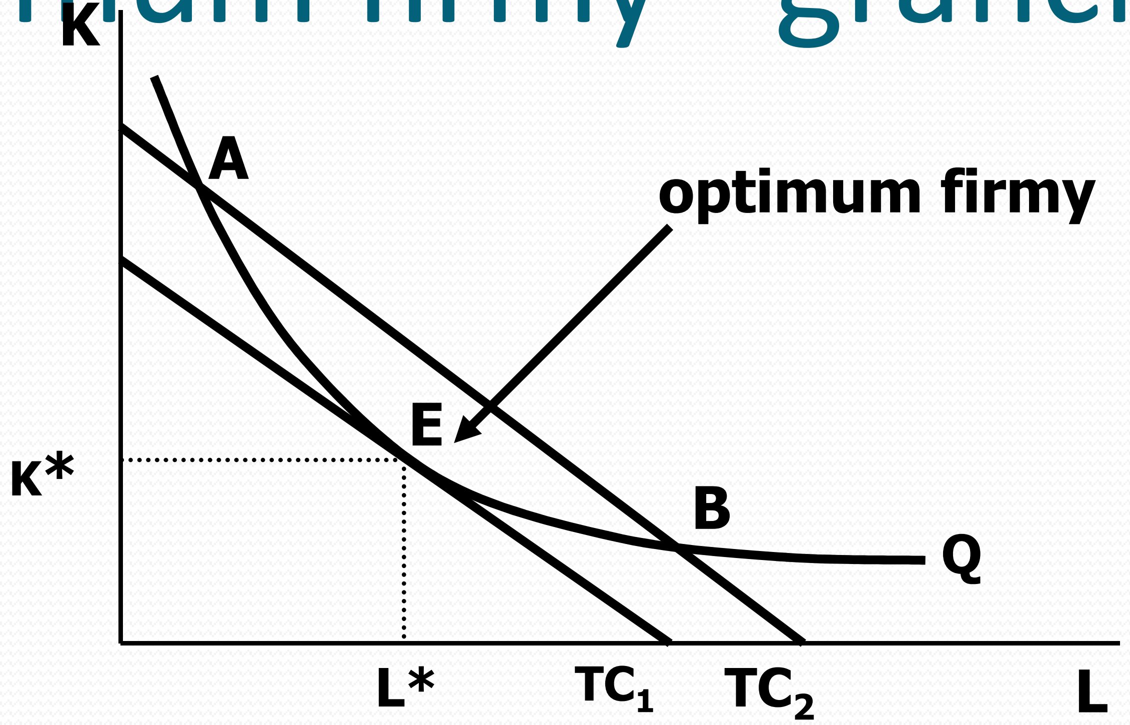
w……mzdová sazba (cena VF práce)

r…….úroková sazba (cena VF kapitálu)

# Optimální kombinace vstupů

- tam, kde se dotýká izokvanta s izokostou, čili:
- tam, kde se rovnají směrnice izokvanty (MRTS) a izokosty (w/r)
- optimum: MRTS = w/r , a tedy:
- $MP_L/MP_K = w/r$
- pouze v bodě optima vyrábí firma daný výstup s minimálními náklady, neboli:
- pouze v bodě optima vyrábí firma s danými náklady maximální možný výstup

# Optimum firmy - graficky



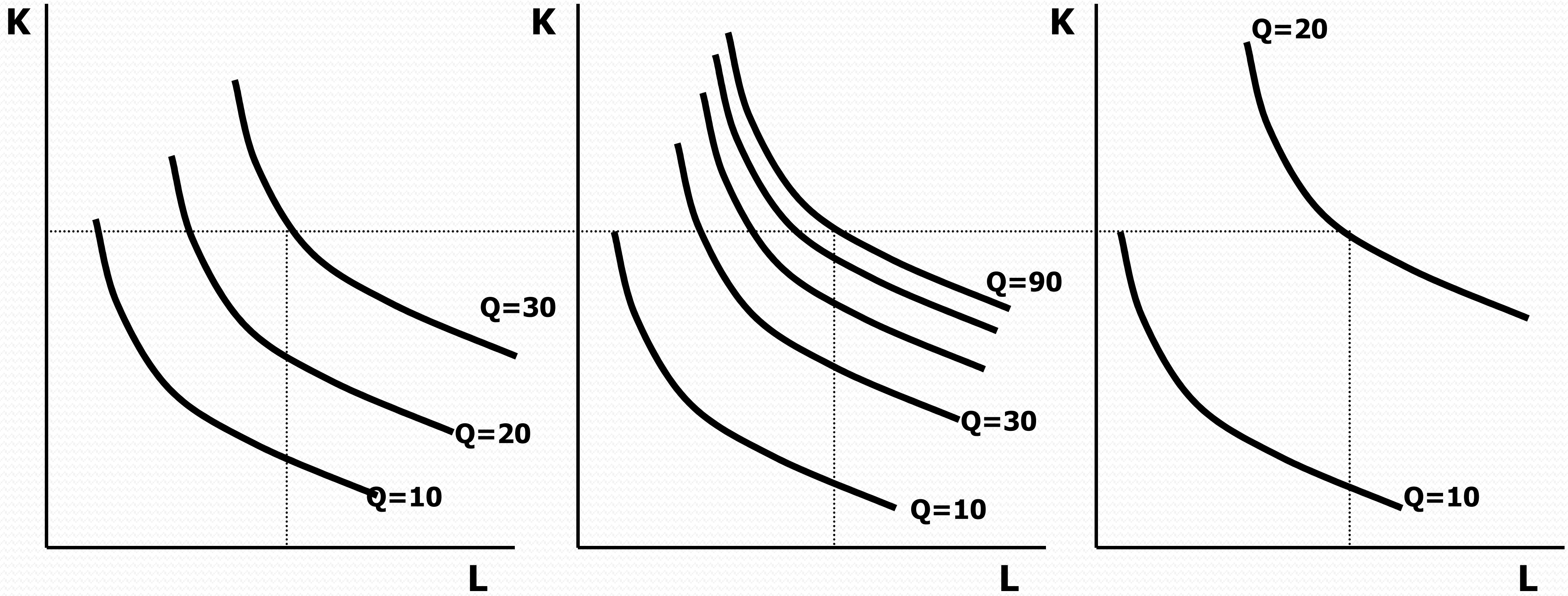

**V bodech A a B firma nevyrábí daný výstup s minimálními náklady**

**V bodech A a B firma s danými náklady nevyrábí maximální možný výstup**

# Výnosy z rozsahu

- jde o vztah mezi změnami vstupů a změnami výstupu - o kolik % se zvýší výstup, zvýšíme-li množství vstupů o 1 %
- klesající, konstantní nebo rostoucí
- klesající: výstup roste pomaleji než množství vstupů
- konstantní: výstup roste stejným tempem jako množství vstupů
- rostoucí: výstup roste rychleji než množství vstupů

# Konstantní, rostoucí a klesající výnosy z rozsahu




**konstantní výnosy z rozsahu – izokvanty jsou stejně daleko od sebe (produkční kopec je stále stejně strmý)**

**rostoucí výnosy z rozsahu – izokvanty se k sobě přibližují (produkční kopec je stále strmější)**

**klesající výnosy z rozsahu – izokvanty se od sebe oddalují (produkční kopec je stále plošší)**

# Příklady produkčních funkcí

1. Lineární produkční funkce:

   $Q = f(K,L) = a.K + b.L$

- ☞ obsahuje konstantní výnosy z rozsahu, protože:

  $f(t.K,t.L) = a.t.K + b.t.L = t(a.K+b.L) = t.f(K,L)$

- ☞ elasticita substituce vstupů:

  $\sigma = \infty \rightarrow$ práce a kapitál jsou dokonalé substituty – izokvanty jsou rovnoběžné přímky

# Příklady produkčních funkcí

2. Produkční funkce s fixní proporcí vstupů:

$Q = \min(a.K, b.L)$

„min" znamená, že výstup je omezen menší ze dvou hodnot v závorce – mám-li 1 auto a 2 řidiče, přidáním 3. řidiče nezvýším množství přepraveného nákladu

☞ výnosy z rozsahu konstantní:

$f(t.K, t.L) = \min(a.t.K, b.t.L) = t.\min(a.K, b.L) = t.f(K, L)$

☞ elasticita substituce vstupů:

$\sigma = 0 \rightarrow$ K a L jsou doko. komplementy – izokvanty mají tvar písmene „L"

# Příklady produkčních funkcí

3. Cobb-Douglasova produkční funkce:

$Q = f(K,L) = A.K^a.L^b$

☞ výnosy z rozsahu:

$f(t.K,t.L) = A.(t.K)^a(t.L)^b = A.t^{a+b}.K^a.L^b = t^{a+b}.f(K,L)$

závisí na hodnotách „a“ a „b“, if:

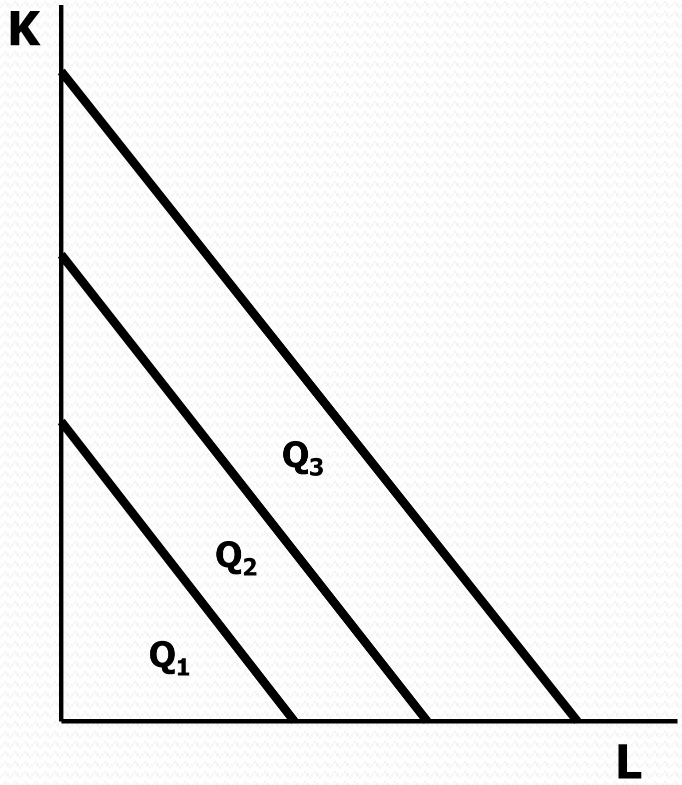
$a+b=1 \rightarrow$ konstantní výnosy z rozsahu

$a+b>1 \rightarrow$ rostoucí výnosy z rozsahu

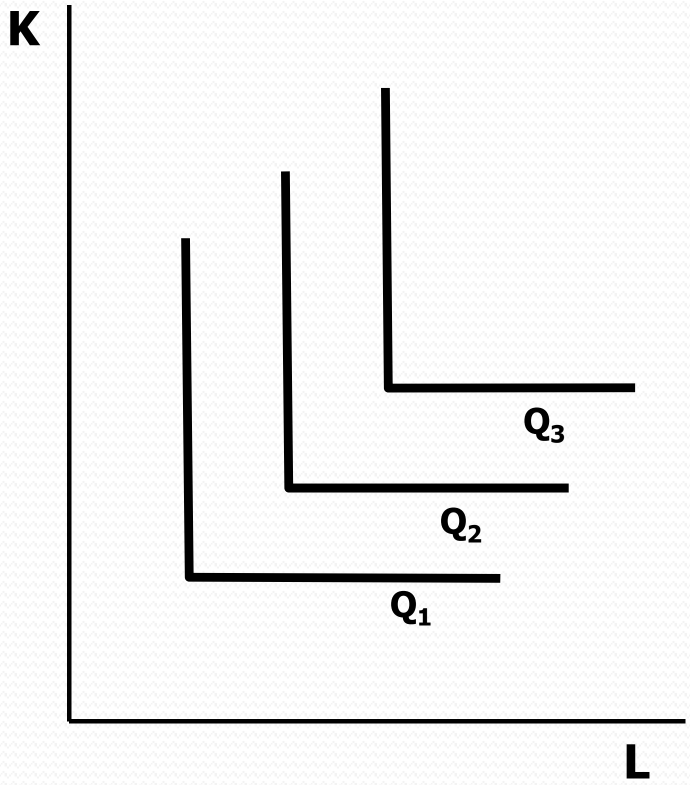
$a+b<1 \rightarrow$ klesající výnosy z rozsahu

☞ izokvanty jsou konvexní směrem k počátku

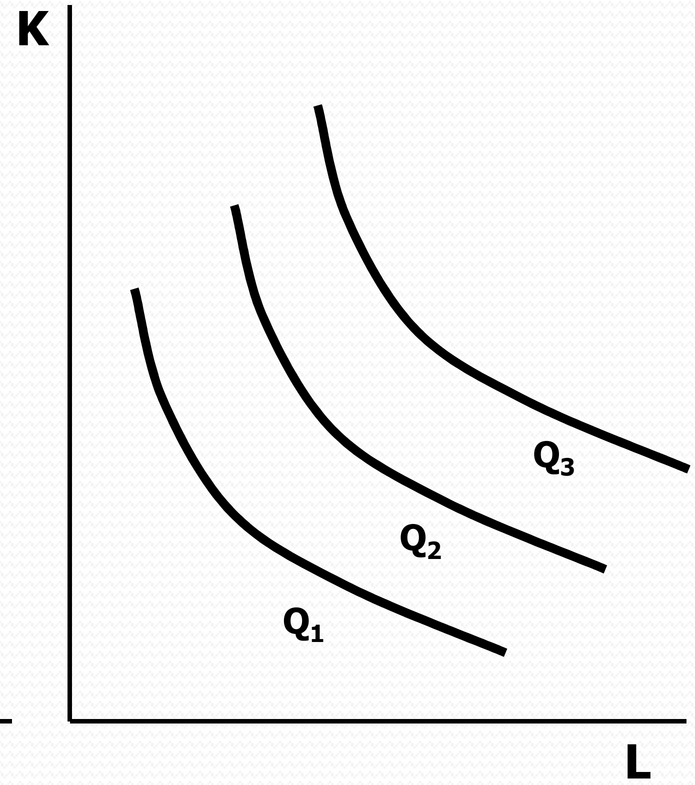
# Příklady produkční funkcí




**Lineární produkční funkce**




**Produkční funkce s fixní proporcí vstupů**




**Cobb-Douglasova produkční funkce**