

Příklad13A

[Budíková]

Mějme homogenní Markovův řetězec s množinou stavů 0,1,2 a MPP ve tvaru

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- a) Nakreslete přechodový diagram a ukažte, že řetězec je absorpční
- b) Najděte fundamentální matici N a interpretujte její prvky
- c) Vypočtěte matici B přechodu do absorpčních stavů a interpretujte její prvky
- d) Určete vektor středních hodnot počtu kroků před absorpcí ($t = Ne$).

$$P^* = \begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 1 & 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}, \quad P^* = \begin{pmatrix} I & 0 \\ R & Q \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$N = (I - Q)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1/3 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2/3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 & 0 \\ 3/2 & 1 \end{pmatrix}$$

Prvky n_{ij} matice N udávají, kolikrát se proces v průměru ocitne v přechodných stavech. n_{ij} vyjadřuje střední hodnotu počtu průchodů stavem j , pokud proces na počátku vyšel ze stavu i , kde i, j jsou oba přechodné stavy.

$$B = NR = \begin{pmatrix} 3/2 & 0 \\ 3/2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t = Ne = \begin{pmatrix} 3/2 & 0 \\ 3/2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 5/2 \end{pmatrix}$$

Matice (zde ale vektor) B prstí přechodu do absorpčních stavů má jedničkové řádkové součty. Prvky matice vyjadřují pravděpodobnosti přechodu ze stavů přechodných do stavů absorpčních, (zde -jde-li o vektor, je zřejmé, že musí mít jedničkové prvky). Je to zřejmé z povahy absorpčních stavů, ve kterých musí proces skončit.

Matice H prstí přechodu mezi přechodnými stavy:

$$H = N - \tilde{N} = \begin{pmatrix} 3/2 & 0 \\ 3/2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3/2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 3/2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/4 & 0 \\ 3/4 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{stav1} \\ \text{stav0} \end{matrix}$$

Matice H v absorpčním řetězci vyjadřuje pravděpodobnosti (dočasného) setrvání v okruhu přechodných stavů.

Poznámka: Stav 0 je zřejmě přechodný, stav 2 je absorpční, stav 1 je přechodný