

## Příklad 14

[ VK př. 2.4 str.24 ]

Předpokládejme, že týdenní poptávka po určité položce zásob (např. BTV) je charakterizována pravděpodobnostním rozdělením uvedeným v **tabulce 1**

Velikost poptávky:	0	1	2	3	4
Prst výskytu poptávky:	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1

Interval pořízení zásob činí 1 týden. Náklady objednávky činí 100 PJ, skladovací náklady na jeden BTV po dobu jednoho týdne činí 40 PJ<sup>1</sup>. Prodejem jednoho kusu položky zásob (BTV) je dosaženo zisku 200 PJ.

**Záměrem je provést analýzu strategie řízení zásob BTV uvedené v tabulce 2**

Stav zásob počátkem týdne:	0	1	2	3	4
Velikost objednávky:	3	3	0	0	0

K posouzení příslušné strategie řízení zásob je třeba stanovit očekávané náklady spojené se zásobovacím procesem. Sestavíme proto MPP, přičemž stavem procesu budeme rozumět velikost počáteční zásoby v každém období. Při uplatnění strategie řízení zásob uvedené v **Tabulce 2**, se proces může nacházet v jednom z pěti stavů: S0,S1,S2,S3,S4. Nachází-li se proces ve stavu S0, objednájí se 3 kusy BTV, které budou dodány na sklad na začátku příštího týdne. Proces tedy může přejít ze stavu S0 pouze do stavu S3, takže  $p_{03} = 1$ , a tedy  $p_{00} = p_{01} = p_{02} = p_{04} = 0$ . Nachází-li proces ve stavu S1, může přejít jen do stavu S4, byla-li ve výchozím období poptávka nulová nebo do stavu S3, byla-li poptávka ve výchozím období 1, 2, nebo 3 kusy BTV. Proto  $p_{14} = 0,2$ ,  $p_{13} = 0,8$  a  $p_{10} = p_{11} = p_{12} = 0$ . Nachází-li se proces ve stavu S2, nemůže přejít při zvolené strategii objednávek do stavů S3 a S4, tedy  $p_{23} = p_{24} = 0$ . Byla-li ve výchozím týdnu poptávka nulová, setrvá proces s prstí  $p_{22} = 0,2$ , s prstí  $p_{21} = 0,2$  přejde do stavu 1, byl-li během týdne poptáván právě 1 kus a s prstí  $p_{20} = 0,6$  přejde do stavu 0, byla-li poptávka v tomto týdnu po 2,3 nebo 4 kusech. Obdobně bychom stanovili zbývající pravděpodobnosti přechodu a dostaneme MPP ve tvaru

$$P = \begin{matrix} & \text{stavy} & & & & & \\ & & s0 & s1 & s2 & s3 & s4 \\ \begin{matrix} s0 \\ s1 \\ s2 \\ s3 \\ s4 \end{matrix} & P = & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,8 & 0,2 \\ 0,6 & 0,2 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,4 & 0,2 & 0,2 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,4 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Tato matice pravděpodobností přechodu odpovídá MMP s vlastnosti regulárního Markovova řetězce, protože všechny stavy řetězce tvoří uzavřenou třídu stavů a jsou *ergodické* (řetězec je zřejmě nerozložitelný).

<sup>1</sup> Když se BTV prodá v průběhu týdne, nepočítají se žádné skladovací náklady

Má tedy smysl hledat limitní stacionární vektor  $a = (a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4)$ , který získáme obvyklým řešením soustavy  $a = aP$  za podmínky  $\sum_{i=0}^4 a_i = 1$ .

Výpočtem této soustavy rovnic dostaneme řešení:

$$a_0 = 0,1729 \quad a_1 = 0,2061 \quad a_2 = 0,1345 \quad a_3 = 0,4350 \quad a_4 = 0,0515$$

Z interpretace těchto limitních prstí plyne, že se během delšího časového úseku při uvažované obchodní strategii řízení zásob setkáme s tím, že v 17,28% z celkového počtu týdnů nebude na skladě žádný BTV, ve 20,61% z celkového počtu týdnů budeme začínat období s jedním BTV na skladě, atd.

Na základě znalosti těchto hodnot můžeme přistoupit je kalkulaci nákladů spojených s užitím uvažované strategie řízení zásob. Podle ní objednáme tehdy, činí-li zásoba na skladě počátkem týdne 0 nebo 1 kus. Tato situace nastává dohromady ve 37,9% z celkového počtu týdnů. Proto střední týdenní hodnota nákladů na objednávání bude činit  $0,379 \times 100 = 37,9$  PJ.

Je-li proces ve stavu S0, nevznikají žádné náklady na skladování zásob, ale současně nedocílujeme žádného zisku za každý kus, který by mohl být prodán.

Je-li proces ve stavu S1, pak v běžném týdnu

- s prstí 0,8 prodáme v běžném týdnu jeden kus a s prstí  $p_{14} = 0,2$  nám tento jeden kus zůstane celý týden na skladě, což bude spojeno s skladovacími náklady ve výši  $0,2 \times 1,40 = 8$  PJ

Očekávaný hrubý zisk při stavu 1 je tedy  $0,8 \times 1 \times 200 - 0,2 \times 1,40 = 152$  PJ.

Je-li proces ve stavu S2, pak v běžném týdnu

- s prstí 0,2 neprodáme nic (výnos 0)

a s prstí 0,2 nám oba BTV zůstanou celý týden na skladě (náklad  $0,2 \times 2 \times 40$  PJ = 16 PJ),

- s prstí 0,2 prodáme jeden kus (výnos  $0,2 \times 1 \times 200$  PJ = 40 PJ)

a s prstí 0,2 nám zbývající BTV zůstane celý týden na skladě (náklad  $0,2 \times 1 \times 40$  PJ = 8 PJ),

- s prstí 0,6 prodáme 2 kusy (činí-li poptávka 2 či více BTV) (výnos  $0,6 \times 2 \times 200$  PJ = 240 PJ)

a s prstí 0,6 nám nezůstane na skladě nic (náklad  $0,6 \times 0 \times 40$  PJ = 0 PJ)

Očekávaný hrubý zisk při stavu 2 je tedy  $0 + 40 + 240 - 16 - 8 - 0 = 256$  PJ

Je-li proces ve stavu S3, pak v běžném týdnu

- s prstí 0,2 neprodáme nic (výnos 0)

a s prstí 0,2 nám tři BTV zůstanou celý týden na skladě (náklad  $0,2 \times 3 \times 40$  PJ = 24 PJ)

- s prstí 0,2 prodáme jeden kus (výnos  $0,2 \times 1 \times 200$  PJ = 40 PJ)

a s prstí 0,2 nám zbývající 2 BTV zůstanou celý týden na skladě (náklad  $0,2 \times 2 \times 40$  PJ = 16 PJ),

- s prstí 0,4 prodáme 2 kusy (činí-li poptávka přesně 2 BTV) (výnos  $0,4 \times 2 \times 200$  PJ = 160 PJ)

a s prstí 0,4 nám zbývající 1 BTV zůstane celý týden na skladě (náklad  $0,4 \times 1 \times 40$  PJ = 16 PJ),

- s prstí 0,2 (0,1+0,1) prodáme 3 ks (je-li poptávka 3 nebo 4 BTV) (výnos  $0,2 \times 3 \times 200$  PJ = 120 PJ)

a s prstí 0,2 nám nezůstane na skladě nic (náklad  $0,2 \times 0 \times 40$  PJ = 0 PJ)

Očekávaný hrubý zisk při stavu 2 je tedy  $0 + 40 + 160 + 120 - 24 - 16 - 16 - 0 = 264$  PJ

### Je-li proces ve stavu S4, pak v běžném týdnu

- s prstí 0,2 neprodáme nic (výnos 0)

a s prstí 0,2 nám čtyři BTV zůstanou celý týden na skladě (náklad  $0,2*4*40PJ=32 PJ$ )

- s prstí 0,2 prodáme jeden kus (výnos  $0,2*1*200PJ=40PJ$ )

a s prstí 0,2 nám tři zbývající 2 BTV zůstanou celý týden na skladě (náklad  $0,2*3*40PJ=24PJ$ ),

- s prstí 0,4 prodáme 2 kusy (činí-li poptávka přesně 2 BTV) (výnos  $0,4*2*200PJ=160PJ$ )

a s prstí 0,4 nám zbývající 2 BTV zůstanou celý týden na skladě (náklad  $0,4*2*40PJ=32PJ$ ),

- s prstí 0,1 prodáme 3 ks (je-li poptávka 3 BTV) (výnos  $0,1*3*200PJ = 60PJ$ )

a s prstí 0,1 nám zbývající 1 BTV zůstane celý týden na skladě (náklad  $0,1*1*40PJ=4PJ$ ),

- s prstí 0,1 prodáme 4 ks (je-li poptávka 4 BTV) (výnos  $0,1*4*200PJ = 80PJ$ )

a s prstí 0,1 nám nezůstane na skladě nic (náklad  $0,1*0*40PJ=0 PJ$ )

Očekávaný hrubý zisk při stavu 2 je tedy  $0+40+160+60+80 - 32-24-32-4 = 340-92 = 248 PJ$

Výsledky jsou soustředěny v závěrečné tabulce 3

Stav zásob počátkem týdne:	0	1	2	3	4
Očekávaný hrubý zisk:	0	152	256	264	248 <sup>2</sup>

Z hodnot limitního vektoru  $a$  víme, jak často se v delším časovém období budeme setkávat s hodnotami jednotlivých počátečních týdenních stavů.

Celkový očekávaný (průměrný) týdenní čistý zisk<sup>3</sup> z prodeje BTV proto činí:

$$EZ = 0,1729 * 0 + 0,2061 * 152 + 0,1345 * 256 + 0,4350 * 264 + 0,0515 * 246 = 193,37$$

peněžních jednotek.

<sup>2</sup> V učebnici je chybný údaj 246

<sup>3</sup> Pokud ovšem nepočítáme náklady objednávek