Příklad 5 se 3 kamerami **Uvažujme následující problém se zásobami:**
Máme obchod s foto- a optickými přístroji, který mj. prodává určitý typ kamer. Objednávky tohoto typu se uskutečňují jednou za týden, vždy v pátek. Nechť náhodné veličiny $D_1, D_2, D_3, \ldots,$ ... představují poptávku po kamerách (vyjádřenou počtem nakoupených kusů) **tohoto typu během prvního týdne, druhého týdne, ...**

Předpokládá se, že D_i jsou nezávisle a stejně rozdělení náhodné veličiny, které mají nějaké **známé pravděpodobnostní rozdělení. Nechť´ X_0 představuje počet kamer při zahájení prodeje, X_1 je počet kamer na konci prvního týdne, X_2 je počet kamer na konci prvního druhého, a tak dále. Předpokládejme, že na počátku jsou v prodejně tři kamery, tj. $X_0 = 3$. V sobotu večer obchod provede objednávku, a přes víkend se uskuteční dodávka objednaného počtu kamer, která se do prodejny dostane v pondělí před zahájením prodeje..**

Obchodník uplatňuje následující (s,S) objednávkový režim: tento režim spočívá v objednávání S jednotek, kdykoliv zásoba kamer klesne pod s ($(S \geq s)$. Jestliže je hladina zásob s nebo větší, neobjednává se nic.

Obchod uskutečňuje následující (s, S) objednávkovou politiku[1]:

Jestliže je počet kamer určených k prodeji menší než $s = 1$ (žádná kamera není na skladě), obchod objednává (až do výše) $S = 3$.

Jinak, obchod neobjednává (je-li nějaká kamera na skladě , žádná objednávka se neuskuteční). **Předpokládá se, že nerealizované obchody jsou ztracené, jestliže poptávka převýší dostupné zásoby[2].**

Zřejmě posloupnost náhodných veličin $\{X_t\}, t = 0,1,2,..$ je stochastický proces. Možné stavy procesu jsou celá čísla 0,1,2,3 představující možné počty kamer v prodejně na konci týdne.

Vskutku, náhodné proměnné X_t jsou zřejmě závislé a mohou být vyhodnoceny iterativně=**rekurzívně pomocí výrazu**

$$X_{t+1} = \max\{(3 - D_{t+1}), 0\} \quad , \text{pokud } X_t < 1 .$$

$$X_{t+1} = \max\{(X_t - D_{t+1}), 0\} \quad , \text{pokud } X_t \geq 1 . \text{ pro } t = 0,1,2,...$$

Jak je zřejmé, stav na konci týdne je dán stavem na počátku X_t, resp. 3, což je velikost plné dodávky při předtím vyprodané zásobě minus objem prodeje uskutečněného v t+1 týdnu D_{t+1} .

Tento příklad je použit pro ilustrativní)účely vícekrát v průběhu následujícího výkladu. Sekce 15.3 dále definuje typ stochastického procesu uvažovaného v této kapitole.

---

[1] **Malé s označuje počet kamer na skladě, velké S počet objednávaných kamer.**

[2] **Rozuměno, to, že neuspokojený zákazník už do obchodu později nepřijde (kameru si koupí jinde)**

Počáteční stav znamená 3 kamery na skladě: $X_0 = 3$. Předpokládejme, že se nákupy vyvinou tak, že na konci 1. týdne máme 2 kamery a na konci druhého týdne zůstane 1 kamera: $X_1 = 2, X_2 = 1$. Na konci 3.týdne, během kterého se prodá poslední třetí kamera, nebude v prodejně nic: $X_3 = 0$, pak se na konci týdne nakoupí 3 kamery. V následujícím 4.týdnu se nic neprodá, takže stav na konci nezmění $X_4 = 3$. V pátém týdnu se prodají 2 kamery, takže na jeho konci bude stav $X_5 = 1$

Tedy: doba prvního přechodu ze stavu 3 do stavu 1 jsou 2 týdny,
doba prvního přechodu ze stavu 3 do stavu 0 jsou 3 týdny,
doba prvního návratu ze stavu 3 do stavu 3 jsou 4 týdny,
doba prvního návratu ze stavu 3 do stavu 2 je 1 týden,

zatímco: střední doba přechodu ze stavu 3 do stavu 1 jsou (2+5)/2=3,5 týdne,
střední doba přechodu ze stavu 3 do stavu 0 jsou 3 týdny,
střední doba návratu ze stavu 3 do stavu 3 jsou 4 týdny,
střední doba návratu ze stavu 3 do stavu 2 je 1 týden,

(to vše, pokud by proces již dále nepokračoval a pokud bychom nespecifikovali rozdělení).

V příkladě 5 se 3 kamerami, rozdělení pravděpodobnosti **doby prvního přechodu ze stavu 3 do stavu 0** lze získat následovně:

$$f_{30}^{(1)} = p_{30}^{(1)} = 0{,}080$$

$$f_{30}^{(2)} = 0{,}249 - 0{,}080.0{,}080 = 0{,}243$$

....

Pro pevná i a j, jsou $f_{ij}^{(n)}$ nezáporná čísla, taková, že

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_{ij}^{(n)} \le 1$$

Bohužel **však tento součet může být ostře menší než 1, což znamená, že proces, který je na počátku ve stavu i nemusí nikdy dospět do stavu j**[3].

Pokud se tento součet rovná 1, pak $f_{ij}^{(n)}$ může být chápáno jako pravděpodobnostní rozdělení náhodné veličiny doba prvního přechodu (ze stavu *i* do stavu *j*).

V příkladě 5 s kamerami – ačkoliv všechny stavy jsou trvalé (jak bude dále ukázáno), **není až tak snadné ukázat, že** $\sum_{n=1}^{\infty} f_{ii}^{(n)} = 1$.

[3] Tak tomu bude, není-li stav j dosažitelný ze stavu i.

Vrátíme-li se k příkladu se zásobami kamer, je zřejmé, že $\{X_t\}$, kde X_t je počet kamer na skladě na konci t-tého týdne (předtím, než se obdrží objednávka) je Markovský řetězec. Nyní uvažme, jak získáme (jednokrokové) pravděpodobnosti přechodu, tj. prvky (jednokrokové) matice přechodu:

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & p_{03} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{30} & p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}.$$

za předpokladu, že každé D_t má Poissonovo rozdělení s parametrem $\lambda = 1$.

Abychom získali p_{00}, je nutné vyhodnotit $P\{X_t = 0 | X_{t-1} = 0\}$. Jestliže $X_{t-1} = 0$, potom $X_t = \max\{3 - D_t; 0\}$. Tedy, jestliže $X_t = 0$, pak poptávka během týdne musí být 3 nebo více.[4] Odtud $p_{00} = P\{D_t \geq 3\}$. Tato pravděpodobnost přechodu je právě pravděpodobnost, že Poissonovská náhodná veličina Dt s parametrem $\lambda = 1$ nabude hodnotu 3 nebo více, což je získatelné z tabulky A54, takže $p_{00} = 0{,}08$.

$p_{10} = P\{X_t = 0 | X_{t-1} = 1\}$ může být získána podobným způsobem: Jestliže $X_{t-1} = 1$, pak $X_t = \max\{1 - D_t; 0\}$. Abychom měli $X_t = 0$, poptávka během týdne musí být 1 nebo více. Tedy $p_{10} = P\{{}_tD \geq 1\} = 0{,}632$ (opět z tabulky A54).

Abychom určili $p_{21} = P\{X_t = 1 | X_{t-1} = 2\}$, zaznamenejme, že $X_t = \max\{2 - D_t; 0\}$, jestliže $X_{t-1} = 2$. Tedy, jestliže $X_t = 1$, potom poptávka během týdne musí být přesně 1. Odtud $p_{21} = P\{D_t = 1\} = 0{,}368$. (opět z tabulky A54).

Hodnoty distribuční funkce náhodné veličiny s Poissonovým rozdělením s parametrem $\lambda = 1$

$P(Z_t \leq 0) = 0{,}368$, tj. $P(Z_t = 0) = 0{,}368$ (záporné hodnoty se nenabývají) $P(Z_t > 0) = 0{,}632$

$P(Z_t \leq 1) = 0{,}736$, odtud $P(Z_t = 1) = 0{,}736 - 0{,}368 = 0{,}368$, $P(Z_t > 1) = 0{,}264$

$P(Z_t \leq 2) = 0{,}920$, odtud $P(Z_t = 2) = 0{,}920 - 0{,}736 = 0{,}184$, $P(Z_t > 2) = 0{,}080$

$P(Z_t \leq 3) = 0{,}981$, odtud $P(Z_t = 3) = 0{,}981 - 0{,}920 = 0{,}061$, $P(Z_t > 3) = 0{,}019$

dostaneme

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}080 & 0{,}184 & 0{,}368 & 0{,}368 \\ 0{,}632 & 0{,}368 & 0 & 0 \\ 0{,}264 & 0{,}368 & 0{,}368 & 0 \\ 0{,}080 & 0{,}184 & 0{,}368 & 0{,}368 \end{pmatrix}$$

$X_{t+1} = \max\{(3 - D_{t+1}), 0\}$, pokud $X_t < 1$.

$X_{t+1} = \max\{(X_t - D_{t+1}), 0\}$, pokud $X_t \geq 1$. pro $t = 0,1,2,\ldots$

[4] Aby se zásoba do konce týdne zcela vyprodala.

Komentář k výpočtu jednotlivých prvků matice P :

P_{00} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne zásoba vyčerpána, pak se nakoupí na jeho konci 3 kamery a ty se během týdne všechny vyprodají (takže poptávka byla $D_t \geq 3$). $P\{D_t \geq 3\} = 1 - 0{,}920 = 0{,}080$

P_{01} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne zásoba vyčerpána, tudíž se nakoupí na jeho konci 3 kamery a během t-tého týdne se prodají 2 kamery (takže poptávka byla $D_t = 2$). $P\{D_t = 2\} = 0{,}184$

P_{02} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne zásoba vyčerpána, tudíž se nakoupí na jeho konci 3 kamery a během t-tého týdne se prodá 1 kamery (takže poptávka byla $D_t = 1$). $P\{D_t = 1\} = 0{,}368$

P_{03} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne zásoba vyčerpána, tudíž se nakoupí na jeho konci 3 kamery a během t-tého týdne se neprodá žádná (takže poptávka byla $D_t = 0$). $P\{D_t = 0\} = 0{,}368$

P_{10} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 1 kamera, nic více se neobjedná a v následujícím týdnu se ta jedna kamera vykoupí $D_t \geq 1$). $P\{D_t \geq 1\} = 1 - 0{,}368 = 0{,}632$

P_{11} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 1 kamera, nic více se neobjedná a v následujícím týdnu se ta jedna kamera neprodá (takže poptávka $D_t = 0$). $P\{D_t = 0\} = 0{,}368$

P_{12} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 1 kamera, nic více se neobjedná. V dalším týdnu se počet kamer bez objednání zvýšit nemůže. Takže $P\{X_t = 1, X_{t+1} = 2\} = 0$

P_{13} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 1 kamera, nic více se neobjedná. V dalším týdnu se počet kamer bez objednání zvýšit nemůže. Takže $P\{X_t = 1, X_{t+1} = 3\} = 0$

P_{20} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 2 kamery, nic se tedy neobjedná a v následujícím t-tém týdnu se ty dvě kamery vykoupí $D_t \geq 2$). $P\{D_t \geq 2\} = 0{,}264$.

P_{21} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 2 kamery, nic se tedy neobjedná a v následujícím t-tém týdnu se jedna z nich vykoupí $D_t = 1$). $P\{D_t = 1\} = 0{,}368$.

P_{22} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 2 kamery, nic se tedy neobjedná a v následujícím t-tém týdnu se žádná neprodá $D_t = 0$). $P\{D_t = 0\} = 0{,}368$.

P_{23} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 2 kamery, nic se tedy neobjedná. V následujícím t-tém týdnu tedy stav kamer nemůže být vyšší než 2. $P\{X_t = 2, X_{t+1} = 3\} = 0$.

P_{30} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 3 kamery, nic se tedy neobjedná a v následujícím t-tém týdnu se všechny tři kamery vykoupí $D_t \geq 3$). $P\{D_t \geq 3\} = 1 - 0{,}920 = 0{,}080$.

P_{31} vystihuje situaci, kdy jsou na konci t-1 týdne 3 kamery, nic se tedy neobjedná a v následujícím t-tém týdnu se dvě z nich prodají $D_t = 2$). $P\{D_t = 2\} = 0{,}184$.

P_{32} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 3 kamery, nic se tedy neobjedná a v následujícím t-tém týdnu se jedna z nich prodá $D_t = 1$). $P\{D_t = 1\} = 0{,}368$.

P_{33} vystihuje situaci, kdy je na konci t-1 týdne 3 kamery, nic se tedy neobjedná a v následujícím t-tém týdnu se žádná neprodá $D_t = 0$. $P\{D_t = 0\} = 0{,}368$.

V příkladě 5 s kamerami počáteční stav znamená 3 kamery na skladě: $X_0 = 3$. Předpokládejme, že se nákupy vyvinou tak, že na konci 1. týdne máme 2 kamery a na konci druhého týdne zůstane 1 kamera: $X_1 = 2, X_2 = 1$. Na konci 3.týdne, během kterého se prodá poslední třetí kamera, nebude v prodejně nic $X_3 = 0$, pak se na konci týdne nakoupí 3 kamery. V tomto 4.týdnu se nic neprodá, takže stav na konci nezmění $X_4 = 3$. V 5. týdnu se prodají 2 kamery, takže na konci bude stav $X_5 = 1$

Vypočtěme pro daný příklad matici pravděpodobností přechodu po dvou krocích.

$$P^{(2)} = P^2 = \begin{pmatrix} 0{,}080 & 0{,}184 & 0{,}368 & 0{,}368 \\ 0{,}632 & 0{,}368 & 0 & 0 \\ 0{,}264 & 0{,}368 & 0{,}368 & 0 \\ 0{,}080 & 0{,}184 & 0{,}368 & 0{,}368 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}080 & 0{,}184 & 0{,}368 & 0{,}368 \\ 0{,}632 & 0{,}368 & 0 & 0 \\ 0{,}264 & 0{,}368 & 0{,}368 & 0 \\ 0{,}080 & 0{,}184 & 0{,}368 & 0{,}368 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0{,}249 & 0{,}286 & 0{,}300 & 0{,}165 \\ 0{,}283 & 0{,}252 & 0{,}233 & 0{,}2330 \\ 0{,}351 & 0{,}319 & 0{,}233 & 0{,}097 \\ 0{,}249 & 0{,}286 & 0{,}300 & 0{,}165 \end{pmatrix}$$

Takže pokud je na konci týdne v obchodě jedna kamera, pak s pravděpodobností 0,283 nezbude o dva týdny později na skladě kamera žádná $P_{10}^{(2)} = 0{,}283$. Podobně, pokud jsou na konci jednoho týdne v obchodě 2 kamery, budou o dva týdny později v obchodě právě 3 kamery s pravděpodobností 0,097 $P_{23}^{(2)} = 0{,}097$. Pravděpodobnost toho, že za stejného výchozího stavu dojde během dvou týdnů k úplnému vyprodání kamer, je zřejmě 0,351. $P_{20}^{(2)} = 0{,}351$

Matice pravděpodobností přechodu po čtyřech krocích bude vypadat takto

$$P^{(4)} = P^4 = \begin{pmatrix} 0{,}249 & 0{,}286 & 0{,}300 & 0{,}165 \\ 0{,}283 & 0{,}252 & 0{,}233 & 0{,}2330 \\ 0{,}351 & 0{,}319 & 0{,}233 & 0{,}097 \\ 0{,}249 & 0{,}286 & 0{,}300 & 0{,}165 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}249 & 0{,}286 & 0{,}300 & 0{,}165 \\ 0{,}283 & 0{,}252 & 0{,}233 & 0{,}2330 \\ 0{,}351 & 0{,}319 & 0{,}233 & 0{,}097 \\ 0{,}249 & 0{,}286 & 0{,}300 & 0{,}165 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0{,}289 & 0{,}286 & 0{,}261 & 0{,}164 \\ 0{,}282 & 0{,}285 & 0{,}268 & 0{,}166 \\ 0{,}284 & 0{,}283 & 0{,}263 & 0{,}171 \\ 0{,}289 & 0{,}286 & 0{,}261 & 0{,}164 \end{pmatrix}$$

Takže pokud je na konci týdne v obchodě jedna kamera, pak s pravděpodobností 0,282 nezbude o čtyři týdny později na skladě kamera žádná $P_{10}^{(4)} = 0{,}282$. Podobně, pokud jsou na konci jednoho týdne v obchodě 2 kamery, budou o čtyři týdny později v obchodě právě 3 kamery s pravděpodobností 0,171 $P_{23}^{(4)} = 0{,}171$. Pravděpodobnost toho, že za stejného výchozího stavu dojde během 4 týdnů k úplnému vyprodání kamer, je zřejmě 0,284, neboť $P_{20}^{(4)} = 0{,}284$.

Pravděpodobnosti přechodu po jednom nebo po n-krocích jsou podmíněné pravděpodobnosti. $p_{ij}^{(n)} = P\{X_n = j | X_0 = i\}$.

Pokud bychom potřebovali určit nepodmíněné pravděpodobnosti, musíme specifikovat pravděpodobnostní rozdělení počátečního (výchozího) **stavu. Nazvěme ho** $Q_{X_0}(i)$ **, kde**

$$Q_{X_0}(i) = P\{X_0 = i\} \quad \text{pro } i=0,1,2,\ldots,M .$$

Pak zřejmě plyne

$$P\{X_n = j\} = Q_{X_0}(0)p_{0j}^{(n)} + Q_{X_0}(1)p_{1j}^{(n)} + Q_{X_0}(2)p_{2j}^{(n)} + \ldots + Q_{X_0}(M)p_{Mj}^{(n)}$$

V příkladě 5 s kamerami **jsme učinili předpoklad, že počáteční stav byl dán 3 kamerami v prodejním skladě. Takže**

$$Q_{X_0}(0) = Q_{X_0}(1) = Q_{X_0}(2) = 0 \quad \text{a současně} \quad Q_{X_0}(3) = 1 .$$

Vektor počátečních pravděpodobností má tedy rozdělení

$$p(0) = Q_{x_0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Tedy nepodmíněná pravděpodobnost toho, že budou i po dvou týdnech v prodejně právě 3 kamery je 0,165, neboť

$$P\{X_2 = 3\} = (1).p_{33}^{(2)}$$

Alternativa: **Pokud bychom na počátku na rozdíl od přijatého výchozího stavu přijali rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti všech stavů tj.** $Q_{X_0}(i) = 1/4$ **, dostali bychom**

$$P\{X_2 = 3\} = \left(\frac{1}{4}\right).0{,}165 + \left(\frac{1}{4}\right).0{,}233 + \left(\frac{1}{4}\right).0{,}097 + \left(\frac{1}{4}\right).0{,}165 = 0{,}165$$

Poznámka: **Okolnost, že tentýž výsledek** (nezávisle na přijatém výchozím rozdělení prsti $p(0) = Q_{x_0}$) **byl získán použitím dvou zcela odlišných počátečních rozdělení pravděpodobnosti je čistě náhodná.**

Distribuční funkce Poissonova rozdělení s parametrem λ **je dána vztahem**

$$P(X=k)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\lambda^k.exp(-\lambda)}{k!}$$ **. Pak zřejmě**

Distribuční funkciPoissonova rozdělení s parametrem 1 **ze zapsat jako**

$$P(X=k)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1^k.exp(-1)}{k!}$$

Spočtěme některé hodnoty příslušné pravděpodobnostní funkce tohoto rozdělení

$$P(X=0)=\frac{1^0.\exp(-1)}{0!}=\frac{1}{e}=0{,}3679$$

$$P(X=1)=\frac{1^1.\exp(-1)}{1!}=\frac{1}{e}=0{,}3679$$

$$P(X=2)=\frac{1^2.\exp(-1)}{2!}=\frac{1}{2e}=0{,}1839$$

$$P(X=3)=\frac{1^4.\exp(-1)}{3!}=\frac{1}{6e}=0{,}0613$$ **.... atd.**

Další pokračování Příkladu 5 s kamerami - střední doba přechodu

V příkladě se zásobami kamer mohou být tyto rovnice použity ke spočtení očekávané doby, během které zásoba kamer dojde, pokud proces začne tehdy, jsou-li na prodejně tři kamery. Může být přitom získána tzv. očekávaná/střední doba prvního přechodu μ_{30} (ze stavu 3 do stavu 0).

Pro výpočet středních dob přechodu lze u ergodického řetězce užít tento postup:

Řešíme soustavu rovnic tvaru

$$\mu_{ij}=1+p_{i1}.\mu_{1j}+p_{i2}.\mu_{2j}+p_{i3}.\mu_{3j}$$, neboli

$$\mu_{ij}=1+\sum_{k=1,k\neq j}^{M}p_{ik}.\mu_{kj}$$ **, maticově tedy**

$$M=1+P.M$$

$$\begin{pmatrix}\mu_{11} & \mu_{12} & \cdots & \mu_{1M}\\ \mu_{21} & \mu_{22} & \cdots & \mu_{2M}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \mu_{M1} & \mu_{M2} & \cdots & \mu_{MM}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1M}\\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2M}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ p_{M1} & p_{M2} & \cdots & p_{MM}\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}\mu_{11} & \mu_{12} & \cdots & \mu_{1M}\\ \mu_{21} & \mu_{22} & \cdots & \mu_{2M}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \mu_{M1} & \mu_{M2} & \cdots & \mu_{MM}\end{pmatrix}$$

Pokud předpokládáme, že jsou všechny stavy trvalé, (jak bylo dříve ukázáno)**, pak soustava rovnic vede k výrazům**

$$\mu_{i0} = 1 + p_{i1}.\mu_{10} + p_{i2}.\mu_{20} + p_{i3}.\mu_{30}$$, jmenovitě

$$\mu_{30} = 1 + p_{31}.\mu_{10} + p_{32}.\mu_{20} + p_{33}.\mu_{30}$$

$$\mu_{20} = 1 + p_{21}.\mu_{10} + p_{22}.\mu_{20} + p_{23}.\mu_{30}$$

$$\mu_{10} = 1 + p_{11}.\mu_{10} + p_{12}.\mu_{20} + p_{13}.\mu_{30}$$

neboli po dosazení pravděpodobností p_{ij} z MPP**:**

$$\mu_{30} = 1 + 0{,}184.\mu_{10} + 0{,}368.\mu_{20} + 0{,}368.\mu_{30}$$

$$\mu_{20} = 1 + 0{,}368.\mu_{10} + 0{,}368.\mu_{20}$$

$$\mu_{10} = 1 + 0{,}368.\mu_{10}$$,

protože mj. $p_{23}, p_{12}, p_{13} = 0$

Simultánní řešení této soustavy rovnic je následující

$$\mu_{10} = 1{,}58 \qquad \mu_{20} = 2{,}51 \qquad \mu_{30} = 3{,}50$$.

takže očekávaná doba, než se vyčerpá zásoba kamer, pokud byly na počátku v prodejně 3 kamery, je 3,50 týdne.

Při provádění těchto výpočtů dostáváme současně očekávané doby μ_{20} a μ_{10} , což jsou doby (v týdnech), během kterých by došlo k vyčerpání počáteční zásoby, pokud by tato počáteční zásoba byla 2 , resp. 1 kamera.

V příkladě s kamerami počáteční stav znamená 3 kamery na skladě: $X_0 = 3$. Předpokládejme, že se nákupy vyvinou tak, že na konci 1. týdne máme 2 kamery a na konci druhého týdne zůstane 1 kamera: $X_1 = 2, X_2 = 1$. Na konci 3.týdne, během kterého se prodá poslední třetí kamera, nebude v prodejně nic: $X_3 = 0$, pak se na konci týdne nakoupí 3 kamery. V následujícím 4.týdnu se nic neprodá, takže stav na konci nezmění $X_4 = 3$. V pátém týdnu se prodají 2 kamery, takže na jeho konci bude stav $X_5 = 1$