

Příklad 6

[VK př. 2.5 str.29]

Sledujeme firmu, která třídí své pohledávky po termínu splatnosti do třicetidenních intervalů. Předpokládejme že pohledávky, které jsou nad 90 dní po splatnosti se považují za nedobytné. Režim průběhu pohledávek pak můžeme popsat pomocí absorpčního MŘ. Jestliže za období přechodu zvolíme 30 dní, pak MPP bude obsahovat tři stavy přechodné (s_1, s_2, s_3) a dva stavy absorpční (s_4, s_5). Stav s_1 bude vyjadřovat pohledávky s dobou 0-30 dnů po splatnosti, stav s_2 pohledávky 31-60 dní po splatnosti, stav s_3 pohledávky s dobou 61-90 dní po splatnosti. Stav s_4 bude vyjadřovat splacené pohledávky a stav s_5 nedobytné pohledávky.

Při konstrukci matice pravděpodobností přechodu P mezi stavy mohou v průběhu sledovaného časového intervalu nastat následující situace:

- dosud nesplacená se zaplacením splatí.
- nezaplacená pohledávky přejde do vyššího stavu
- pohledávka překročí 90-denní hranici pro splatnost a přejde mezi nedobytné

MPP P , jejíž prvky byly získány sledováním doby splatnosti jednotlivých pohledávek za dostatečně dlouhé období, má tvar

$$\begin{array}{c} \text{stavy} \\ \text{s1} \\ \text{s2} \\ \text{s3} \\ \text{s4} \\ \text{s5} \end{array} P = \begin{array}{ccccc} \text{s1} & 0 & 0,77 & 0 & 0,23 & 0 \\ \text{s2} & 0 & 0 & 0,34 & 0,66 & 0 \\ \text{s3} & 0 & 0 & 0 & 0,73 & 0,27 \\ \text{s4} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \text{s5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Přečíslováme-li jednotlivé stavy tak, abychom získali uzavřený celek absorpčních a přechodných stavů, nabude matice P^* tvar

$$\begin{array}{c} \text{stavy} \\ \text{s4} \\ \text{s5} \\ \text{s1} \\ \text{s2} \\ \text{s3} \end{array} P^* = \begin{array}{ccccc} \text{s4} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{s5} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \text{s1} & 0,23 & 0 & 0 & 0,77 & 0 \\ \text{s2} & 0,66 & 0 & 0 & 0 & 0,34 \\ \text{s3} & 0,73 & 0,27 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Submatice Q vyjadřující prsti přechodu mezi přechodnými stavy s_1, s_2, s_3 bude zde mít tvar

$$\begin{array}{c} \text{stavy} \\ \text{s1} \\ \text{s2} \\ \text{s3} \end{array} Q = \begin{array}{ccc} \text{s1} & 0 & 0,77 & 0 \\ \text{s2} & 0 & 0 & 0,34 \\ \text{s3} & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Submatice R vyjadřující pravděpodobnosti přechodu mezi přechodnými stavy s_1, s_2, s_3 a absorpčními stavy s_4, s_5 bude zde mít tvar

$$\begin{array}{c} \text{stavy} \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{array} R = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} s_4 & s_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0,23 & 0 \\ 0,66 & 0 \\ 0,73 & 0,27 \end{pmatrix} \end{array}$$

Fundamentální matici N vypočteme ze vztahu $N = (I - Q)^{-1}$. Zřejmě máme

$$I - Q = \begin{pmatrix} 1 & -0,77 & 0 \\ 0 & 1 & -0,34 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ a následně}$$

$$N = (I - Q)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0,77 & 0,2618 \\ 0 & 1 & 0,34 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Budeme-li vycházet z interpretace prvků fundamentální matice N , je možné očekávat, že pohledávka zařazená do stavu s_1 setrvá v průměru v tomto stavu 30 dní, ve stavu s_2 setrvá v průměru 23,1 dne ($=0,77 \times 30$ dní) a ve stavu s_3 setrvá v průměru 7,8 dne ($=0,26 \times 30$ dnu). Stejným způsobem bychom mohli interpretovat zbývající prvky fundamentální matice N .

Matici B vyjadřující pravděpodobnosti přechodu ze stavů přechodných do stavů absorpčních vypočteme jako součin fundamentální matice N a submatice R . Dostaneme:

$$\begin{array}{c} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{array} B = N \cdot R = \begin{pmatrix} 1 & 0,77 & 0,2618 \\ 0 & 1 & 0,34 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,23 & 0 \\ 0,66 & 0 \\ 0,73 & 0,27 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9293 & 0,0707 \\ 0,9082 & 0,0918 \\ 0,73 & 0,27 \end{pmatrix}^1$$

Prvky v prvním řádku této matice B nám říkají, že pohledávka zařazená do stavu s_1 bude s pravděpodobností $0,9293$ zaplacená a s pravděpodobností $0,0707$ se stane nedobytnou. Podobně, pohledávka zařazená do stavu s_3 bude zaplacená s pravděpodobností $0,73$, ale s pravděpodobností $0,27$ nebude zaplacená nikdy. Stejně tak je možné interpretovat druhý řádek matice B . Výše uvedené hodnoty prvků matic P, N, B je ale možné využít ke stanovení dalších ukazatelů:

Budeme-li např. znát **průměrný objem pohledávek po termínu splatnosti** v jednotlivých 30-denních intervalech, v průběhu tříměsíčního období sledování, můžeme stanovit očekávanou splacenou a nedobytnou hodnotu pohledávek. Předpokládejme, že objem pohledávek po termínu splatnosti v jednotlivých 30-denních intervalech je vyjádřen vektorem k , kde

¹ Všimněme si, že řádkové součty matice B se rovnají 1

$$k = \begin{pmatrix} 4030000\text{Kč} \\ 9097000\text{Kč} \\ 3377000\text{Kč} \end{pmatrix}$$

Potom **průměrné hodnoty očekávaných zaplacených a nedobytných pohledávek** je možné stanovit ze vztahu

$$y = (y_1 \quad y_2) = k' B = (4030000 \quad 9097000 \quad 3377000) \begin{pmatrix} 0,9293 & 0,0707 \\ 0,9082 & 0,0918 \\ 0,73 & 0,27 \end{pmatrix} = (14472184 \quad 2031816)$$

Znamená to tedy, že hodnota pohledávek y_1 , které budou splaceny, by byla **14462 184Kč** a průměrná hodnota nedobytných pohledávek y_2 by dosáhla hodnoty **2031 816 Kč**. □ .