

Cvičení z Teorie ekonometrie I – 4.3.2009, 11.3.2009

- **Obsah:** Metoda nejmenších čtverců - vybrané otázky a ilustrace.
- Využijte data v matlabovském datovém souboru `wage2.mat` k odhadu jednoduché regrese vysvětlující měsíční plat (*wage*) na dosaženém počtu bodů IQ (*IQ*). Datový soubor je nahrán a "zpracován" v m-fajlu `cv02_wage2.m`.
 - Nalezněte průměrnou mzdu a průměrné IQ ve vzorku. Vykreslete datové vzorky (se svými průměry). Jaká je standardní odchylka IQ? (IQ je standardizováno tak, že průměr populace je 100 a standardní odchylka 15)
 - Odhadněte jednoduchý regresní model kde jednobodové zvýšení IQ změní mzdu o konstantní výši (v dolarech). Využijte tento model k predikci zvýšení mzdy pokud by IQ vzrostlo o 15 bodů. Vysvětluje *IQ* většinu variability ve mzdě?
 - Odhadněte model zkoumající procentní efekt změny IQ na mzdu. Pokud se *IQ* zvýší o 15 bodů, jaké bude přibližné procentní zvýšení predikované mzdy?
 - K výpočtu si zkuste vytvořit jednak svou vlastní funkci s názvem např. `moje_ols.m` popř. pak využijte funkci `ols.m` z ekonometrického toolboxu.
- Soubor `USGas_Greene.dat` obsahuje údaje o spotřebě benzínu v USA v letech 1960-1995 a další časové řady, které jsou popsány v souboru `usgas_greene.m`
 - Spočítejte regresi spotřeby benzínu na hlavu na všechny ostatní vysvětlující proměnné, včetně časového trendu. Jsou znaménka odhadnutých parametrů v souladu s vaším očekáváním?
 - Testujte hypotézu, že alespoň z pohledu poptávky po benzínu spotřebitel nerozlišuje mezi změnami v cenách nových a použitých vozů.
 - Odhadněte cenovou elasticitu poptávky, důchodovou elasticitu poptávky a křížovou cenovou elasticitu s ohledem na cenu veřejné dopravy.
 - Odhadněte předchozí regresi v logaritmech, kdy koeficienty budou přímo odhady elasticit (samozřejmě časový trend nelogaritmujte). Porovnejte tyto odhady s odhady předchozí podotázky. Jakou specifikaci byste upřednostnili?
 - Cenové indexy trhu s automobily jsou normalizovány vzhledem k roku 1967, přičemž agregátní cenové indexy jsou ukotveny vzhledem k roku 1982? Ovlivňuje tento nesoulad výsledky? Jak? Pokud znormalizujete veškeré indexy tak, aby v roce 1982 měly hodnotu 1, jak to ovlivní výsledky?
 - Upravte svůj model tak, aby neobsahoval většinu statisticky nevýznamných proměnných a zopakujte úlohu na test hypotézy o vlivu cen nových a ojetých automobilů, případně porovnejte své nové výsledky elasticit s původními odhady.

- **Regresní model s dvěma vysvětlujícími proměnnými.** Pro regresní model $y = \alpha + \beta x + \epsilon$:
 - Ukažte, že normální rovnice pro metodu nejmenších čtverců implikují $\sum_i e_i = 0$ a $\sum_i x_i e_i = 0$.
 - Ukažte, že řešení pro úrovnovou konstantu je $a = \bar{y} - b\bar{x}$.
 - Ukažte, že řešení pro b je $b = [\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})] / [\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2]$.
 - Dokažte, že tyto dvě hodnoty jednoznačně minimalizují součet čtverců. Ukažte tedy, že diagonální prvky matice druhých derivací sumy čtverců podle jednotlivých parametrů jsou oba pozitivní a že determinant je roven $4n[(\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\bar{x}^2] = 4n[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2]$ a je kladný pokud nejsou všechny hodnoty x stejné.
- **Změna v součtu čtverců.** Předpokládejme, že \mathbf{b} je vektor parametrů získaný metodou nejmenších čtverců regresi \mathbf{y} na \mathbf{X} a \mathbf{c} je jiný vektor rozměru $K \times 1$. Dokažte, že rozdíl dvou součtů čtverců reziduí je

$$(y - Xc)'(y - Xc) - (y - Xb)'(y - Xb) = (c - b)'X'X(c - b)$$

Dokažte, že tento rozdíl je kladný.

- **Lineární transformace dat.** Předpokládejme regresi metodou nejmenších čtverců y na K proměnných (s konstantním členem) X . Předpokládejme alternativní sadu regresorů $Z = XP$, kdy P je nesingulární matice. Každý sloupec matice Z je tedy mixem některých sloupců X . Dokažte, že vektor reziduí v regresi y na X a y na Z jsou identické. Jaký význam to má pro otázku kvality (vystižení) regrese změnou měřítek u nezávislých proměnných?
- **Frisch and Waugh.** V regresi pomocí metody nejmenších čtverců y na konstantu a X můžeme spočítat regresní koeficienty i tak, že nejdříve transformujeme y na své odchylky od střední hodnoty (průměru) \bar{y} a stejně tak i upravíme sloupce matice X . Po té provedeme regresi takto centrovaných hodnot na transformované hodnoty matice X (bez konstanty). Získáme stejné výsledky pokud takto budeme transformovat jen y ? A co když transformujeme pouze X ? Zkuste si tento postup i na empirických datech.
- Předpokládejme, že E_d , E_n , E_s jsou výdaje na tři kategorie zboží (consumer durables, non-durables and services). Celkový příjem (důchod) je pak dán jako $Y = E_d + E_n + E_s$. Předpokládejme dále, že je dán výdajový systém:

$$\begin{aligned} E_d &= \alpha_d + \beta_d Y + \gamma_{dd} P_d + \gamma_{dn} P_n + \gamma_{ds} P_s + \epsilon_d \\ E_n &= \alpha_n + \beta_n Y + \gamma_{nd} P_d + \gamma_{nn} P_n + \gamma_{ns} P_s + \epsilon_n \\ E_s &= \alpha_s + \beta_s Y + \gamma_{sd} P_d + \gamma_{sn} P_n + \gamma_{ss} P_s + \epsilon_s \end{aligned}$$

- Jestliže všechny rovnice odhadneme metodou nejmenších čtverců, dokažte, že součet důchodových koeficientů bude jednička a součet ostatních koeficientů (po sloupcích) bude nulový.