

.....  
Jméno studenta (hůlkovým písmem)

.....  
podpis a datum odevzdání

## Práce opravovaná tutorem, matematická analýza

Termín a způsob odevzdání určí tutor.

Práce může být napsaná ručně, avšak se slušnou úpravou, musí být podepsaná a listy musí být pevně spojeny. Součástí odevzdané práce musí být toto zadání, doplněné o uvedené údaje. Poříd'te si kopii své práce. Tuto kopii si musíte vzít ke zkoušce i k případnému jejímu opakování.

**Příklad 1. Určete definiční obor funkce a graficky jej znázorněte**

a)  $y = \frac{\log(x-1)}{\log x - 2}$

b)  $z = \sqrt{\frac{x+y}{x^2-5x+6}}$

**Příklad 2. Graficky znázorněte několik vrstevnic funkce**

a)  $z = x^2 - y^2$

b)  $z = x^2 + y^2$

c)  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

**Příklad 3.** Vypočítejte první a druhou derivaci funkce a určete její definiční obor

a)  $y = \log_2 \frac{1+x}{1-x}$

b)  $y = x\sqrt{1-x^2}$

**Příklad 4.** Určete průběh funkce

a)  $y = \frac{1}{x} \ln x$

b)  $y = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

**Příklad 5.** Určete absolutní extrémy funkce

a)  $y = x^2 - 5x + 6$  na intervalu  $\langle -1, 10 \rangle$

b)  $y = \sqrt{-x^2 + 5x - 6}$  na jejím definičním oboru

**Příklad 6.**

a) Napište Taylorův polynom pro funkci  $y = \arcsin x$  pro  $n = 5$  v bodě  $x = 0$  a chybu aproximace funkce  $\arcsin x$  tímto polynomem. Výsledek použijte k výpočtu přibližné hodnoty  $\arcsin 0,5$ .

b) Vysvětlete pojem diferenciálu funkce  $y = f(x)$  v bodě  $a$  a vypočítejte diferenciál funkce

$$y = \frac{x+1}{x-1}$$

v obecném bodě  $x$ .

**Příklad 7.** Vypočítejte následující integrály a určete intervaly v nichž integrály existují

a)  $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^2 dx$

c)  $\int (x + \frac{1}{x})^3 dx$

e)  $\int e^x \sin x dx$

b)  $\int \frac{3x-5}{x^2+1} dx$

d)  $\int x \ln x dx$

f)  $\int \arctan x dx$

**Příklad 8.** Vypočítejte tyto integrály a určete intervaly v nichž integrály existují

a)  $\int \sqrt{3x+1} dx$ , [ substituce:  $3x+1 = t$  ]

b)  $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$ , [ substituce:  $t = e^x + 1$  ]

c)  $\int \sin x^2 \cos x dx$ , [ substituce:  $t = \sin x$  ]

d)  $\int \frac{3x+1}{x^2-3x+2} dx$ , [ rozložte na součet parciálních zlomků. ]

e)  $\int x^2 \sqrt[5]{1+x^3} dx$ , [ substitute:  $x^3 + 1 = t$  ]

**Příklad 9.** Vypočítejte tyto integrály

a)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$ , [ substitute:  $\sin x = t$  ]

b)  $\int_0^1 x e^{2x^2} dx$ , [ substitute:  $2x^2 = t$  ]

c)  $\int_2^5 \frac{1}{(x-3)^2} dx$ , [Pozorně zkoumejte proveditelnost jednotlivých kroků.]

**Příklad 10.** Vypočítejte tyto nevlastní integrály

a)  $\int_0^1 \frac{x^2+3}{\sqrt{x}} dx$       b)  $\int_2^\infty \frac{dx}{x^2+2}$       c)  $\int_0^\infty \frac{dx}{x+2}$       d)  $\int_1^\infty \frac{dx}{e^x}$

**Příklad 11.** Vypočítejte všechny parciální derivace 1. a 2. řádu.

a)  $z = \sqrt{3x^5 - 7x^2y^2 + 3xy^2 - 2y^2 + x}$

b)  $z = \ln(x^3 + y^2)$

**Příklad 12.** Nalezněte lokální extrémy funkcí

a)  $z = xy + 50/x + 20/y$  za předpokladu  $x > 0, y > 0$ .

b)  $u = x^3 + y^2 + z^2 + 12xy + 2z$

**Příklad 13.** Vyslovte Taylorovu větu pro funkce dvou proměnných. Napište Taylorův polynom pro funkci  $z = x^y$  v bodě  $[2, 3]$ .