

Jméno a příjmení:

UČO:

Body

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Zadání příkladů**Příklad 1:** Zjistěte, zda má soustava lineárních rovnic

$$\begin{aligned} -x_1 & \quad +5x_3 + 7x_4 = 2 \\ x_1 + 5x_2 - 2x_3 - 10x_4 & = 6 \\ -2x_1 + 4x_2 + 12x_3 + 8x_4 & = 14 \\ x_1 - x_2 - 5x_3 - x_4 & = -5 \end{aligned}$$

žádné, právě jedno nebo nekonečně mnoho řešení. Zdůvodněte.

Příklad 2: Libovolnou metodou spočítejte determinant matice \mathbf{D} , kde

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -3 & 1 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Příklad 3: Je dána matice

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

a) Nalezněte inverzní matici \mathbf{G}^{-1} .

b) Pomocí inverzní matice \mathbf{G}^{-1} nalezněte řešení soustavy rovnic $\mathbf{G}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, kde $\mathbf{b} = (2, 3, -5)^\top$.

Příklad 4: Spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{x+1} - 1}.$$

Příklad 5: Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce $f(x) = (x+2) \cdot e^{x-1}$ v bodě $T = [1, ?]$.

Příklad 6: Pomocí vhodné substituce spočtěte integrál

$$\int \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx.$$

Příklad 7: Spočtěte integrál

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} \right) dx.$$

Příklad 8: Najděte inflexní body funkce

$$f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$$

a určete intervaly, na kterých je funkce konvexní, resp. konkávní.

Příklad 9: Najděte lokální extrémů funkce dvou proměnných

$$f(x, y) = x^2 + y^3 - xy - 2x + 5.$$

Příklad 10: Spočítejte parciální derivace prvního řádu funkce

$$f(x, y) = \sqrt{x + y^2}.$$