Dynamická makroekonomie
ESF MU, Jaro 2009
Vyučující: Petr Harasimovič

Domácí úkol č. 1 – Neoklasický růstový model s reprezentativním agentem

k odevzdání 20. dubna na přednášce

Při řešení tohoto úkolu můžete používat jakékoli materiály a doporučuji spolupracovat se svými spolužáky. Nicméně úkol musíte opravdu vyřešit (tj. nikoli pouze opsat) a odevzdat samostatné řešení. Úloha, která bude zjevně opsána a na níž je vidět, že autor neví, co napsal, nebude bodována.

1. (4 body) Uvažujme následující CRRA (Constant relative risk aversion) užitkovou funkci
$$u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}. \tag{1}$$
   (a) (2 body) Ukažte, že míra relativní averze k riziku definovaná jako $\frac{-u''(c)c}{u'(c)}$ je rovna γ.
   (b) (2 body) Ukažte, že pro $\gamma = 1$ užitková funkce s konstantní mírou relativní averze k riziku má tvar $u(c) = \log(c)$. (Nápověda: Nejdříve transformujte $u(c)$ s využitím ekonomické teorie, konkrétně ordinality užitku.)

2. (11 bodů) Uvažujme ekonomiku s velkým množstvím identických lidí (normalizováno na 1, tj. počet lidí v této ekonomice je 1), kteří získávají užitek ze spotřeby spotřebních statků. Každý agent dostane v každém období přiděleno $\bar{l}$ jednotek času, které nabízí neelasticky na trhu práce za mzdu w. Agenti vlastní fyzický kapitál, který pronajímají na trhu kapitálu dokonale konkurenčním firmám za úrokovou míru r. Opotřebení kapitálu je zahrnuto v jeho ceně (úroková míra). Agenti se v každém období rozhodují, jak rozdělit své zdroje na spotřebu a investice do kapitálu, přičemž fyzický kapitál, který vlastní, mohou také spotřebovat.

   Produkt je vyráběn dokonale konkurenčními firmami podle produkční funkce $Y = F(K, L) \equiv K^{\alpha}L^{(1-\alpha)}$, kde L je aggregátní nabídka práce, K je stávající aggregátní zásoba kapitálu a $\alpha \in (0, 1)$ je parametr. Kapitál použitý při výrobě se opotřebovává s mírou δ.

Uvažujme problém reprezentativnho agenta, který se snaží maximalizovat svůj užitek. Jeho maximalizační problém vypadá následovně

$$\max_{\{c_t\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log(c_t), \tag{2}$$

$$\text{s.t.} \quad c_t + k_{t+1} = (1+r)k_t + w\bar{l}, \tag{3}$$

kde $\beta \in (0,1)$ je parametr, c_t je spotřeba v čase t, $\bar{l}$ je množství času stráveného prací a k_t je množství kapitálu, které má agent k dispozici v čase t. Dále r je úroková míra a w je mzda, které agenti považují za dané.

(a) (1 bod) Vypište zřetelně stavové a kontrolní proměnné. U stavových proměnných uveďte, zda jsou endogenní či exogenní.

(b) (2 body) Napište Bellmanovu rovnici (BE) se všemi příslušnými omezeními, uveďte proměnné, přes které maximalizujete. (Při formulaci problému ignorujte evoluci agregátního kapitálu, předpokládejte, že ekonomika je ve steady statu.)

(c) (3 body) Odvoďte Eullerovu rovnici (EE) a ekonomicky ji interpretujte.

(d) (1 bod) Napište podmínku transversality (TVC) a interpretujte ji.

(e) (4 body) Napište podmínky, které charakterizují stacionární rovnováhu (Steady State) a spočítejte rovnovážnou úroveň kapitálu (jako funkci parametrů). Předpokládejte přitom, že ceny jsou dány mezními produkty příslušných výrobních faktorů. Steady statové hodnoty všech proměnných zřetelně odlište od běžných hodnot (např. c vs. $\bar{c}$).

3. (25 bodů) Vyřešte problém 2 v Matlabu, přičemž předpokládejte, že ekonomika se nachází ve steady statu (tj. použijte steady statovou hodnotu kapitálové zásoby, kterou jste si spočítali v problému 2.). Použijte tyto hodnoty parametrů: $\alpha = 0.36$, $\beta = 0.96$, $\delta = 0.08$, $\bar{l} = 1$. Zvolte vhodně grid všech relevantních proměnných, tj. jeho rozpětí a hustotu. Pokud bude s něčím problém zkuste upravit grid (ujistěte se, že váš grid zahrnuje hledané řešení).

   Vykreslete hledanou hodnotovou funkci a všechna rozhodovací pravidla. Zamyslete se nad jejich tvarem a ujistěte se, že individuální a agregátní chování jsou vzájemně konzistentní. Přehledně (tj. v tabulce) reportujte rovnovážné hodnoty všech zajímavých ekonomických veličin – alokaci a ceny. Kódy mi pošlete elektronickou formou.