Teorie portfolia

Úvodní přednáška

Stručný přehled témat předmětu

1. Úvod do teorie portfolia; Aktiva v teorii portfolia, výnosnost a riziko změny jeho výnosnosti
2. Kvantifikace očekávaného výnosu a změny výnosu portfolia
3. Markowitzův model
4. Kvantifikace množiny efektivních portfolií v Sharpeho a Markowitzově smyslu
5. Bezrizikové aktivum
6. Matematické modely pro určení podílů (vah) aktiv v portfoliu
7. Model oceňování kapitálových aktiv CAPM, přímka kapitálového trhu
8. Model kapitálových aktiv ve tvaru SML, využití přímky cenného papíru
9. Jednoindexový model a určení podílů cenných papírů v portfoliu
10. Faktorové modely, sloučení CAPM a APT
11. Vícefaktorové modely
12. Portfolio na českém kapitálovém trhu, tvorba, likvidita cenných papírů a portfolia

Téma přednášky

- trocha historie teorie portfolia
- základní pojmy
- aktiva v teorii portfolia
- výnosnost aktiv
- riziko změny výnosnosti aktiv

Trocha historie teorie portfolia

- J. Hickse: Application of Mathematical Methods to the Theory of Risk (1934) – investoři si všímají statistického rozdělení pravděpodobnosti dosažení výnosu
- Harry Markowitz: Portfolio Selection, Journal of Finance, březen 1952 – je považován za zakladatele moderní teorie portfolia

Harry Markowitz

- jako první se zabývá vztahem mezi výnosností a rizikem
- konstruuje efektivní hranici portfolií, která znázorňuje body s maximálním výnosem pro danou úroveň rizika
- tím pokládá základy pro teorii portfolia

Harry Markowitz

- Markowitz předpokládá, že investor má na počátku období k dispozici *určité množství kapitálu*, který bude investovat na *předem určené časové období*, na jehož konci pak investor nakoupené a držené cenné papíry prodá a zisk buď použije pro vlastní potřebu nebo jej opět reinvestuje
- na *investování* se Markowitz dívá jako na *periodickou aktivitu*, při které si investor vybírá mezi investicemi s různými očekávanými výnosy a s různou mírou jistoty, že očekávaného výnosu bude dosaženo
- podle Markowitze sleduje investor dva protichůdné cíle a to *maximalizaci výnosu* na jedné straně a *minimalizaci rizika* (že tohoto cíle nebude dosaženo) na straně druhé

Další vývoj (1)

- model CAPM (model oceňování kapitálových aktiv) – základy položeny článkem W. F. Sharpe: Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk (1964) – dochází k rozšíření portfolia rizikových aktiv o bezrizikovou investici
- v návaznosti na možnost bezrizikového investování byla vytvořena přímka CML
- objevuje se také přímka SML

Další vývoj (2)

- důležitou etapou vývoje teorie portfolia je APT (arbitrážní teorie oceňování)
- není založena na myšlence, že všichni investoři pohlížejí na portfolio ve smyslu očekávaného výnosu a rizika dosažení tohoto výnosu
- je postaven na myšlence, že investoři dávají přednost vyšší úrovni bohatství před nižší

Základní pojmy (1)

- portfolio – soubor různých investic (peněžní hotovost, cenné papíry včetně derivátů, nemovitosti atd.), které investor vytváří se záměrem minimalizovat riziko spojené s investováním a současně maximalizovat výnos z těchto investic
- teorie portfolia – jedná se o mikro-ekonomickou disciplinu, která zkoumá, jaké kombinace aktiv je vhodné držet, aby takto vytvořené portfolio mělo předem určené vlastnosti.

Základní pojmy (2), aneb co byste měli už znát

- aktivní správa portfolia versus pasivní správa portfolia
- aktiva – viz. dále
- order size – lot
- typy příkazů – market order, limit order, stop order
- short sale – prodej na krátko
- margin – záloha, marže
- blue chip
- (burzovní) index

Aktiva v teorii portfolia

- portfolio je obvykle definováno jako skupina aktiv
- hmotná, nehmotná a finanční – dále budeme uvažovat pouze aktiva finanční, a to cenné papíry
- výnos(nost), riziko a likvidita – magický trojúhelník investování

Finanční aktiva

- finanční aktiva dělíme na
  - hotovost a depozita
  - cenné papíry – majetkové, dluhové, nárokové
- existují i jiné pohledy na členění aktiv
- dále nás budou zajímat především akcie

Výnosnost aktiv

- jedním z hlavních ukazatelů

$$r = + = \frac{P - + D}{P_{t-}} = \frac{P - +}{P_{t-}}$$

- pro *k* = 1 se jedná o jednodenní výnosnost
- protože budoucnost je nejistá, stává se z investice (resp. z její výnosnosti) náhodná veličina

Náhodná veličina

- náhodná veličina je definována jako veličina, jejíž hodnota je určena výsledkem náhodného pokusu
- nejdůležitějším rysem náhodné veličiny je proměnlivost hodnot v průběhu opakování pokusu vlivem náhodných činitelů
- není možné předem jednoznačně určit hodnotu této náhodné veličiny
- výnosnost aktiva je považována za diskrétní náhodnou veličinu

Charakteristiky náhodné veličiny

- k poznání zákonitostí, jimiž se řídí náhodná veličina, je třeba určit hodnoty, které tato náhodná veličina může nabývat a popsat pravděpodobnostní chování této veličiny, tj. určit pravděpodobnosti, se kterými náhodná veličina X nabývá daných hodnot x
- v mnoha případech je určení zákona rozdělení náhodné veličiny značně obtížné a proto je výhodné i účelné určit rozložení náhodné veličiny X přibližně, pomocí číselných charakteristik
- nejběžnější charakteristiky rozdělení pravděpodobnosti jsou *střední hodnota* (mean) náhodné veličiny a její *rozptyl* (variance) – odtud plyne označení Mean Variance Portfolio Theory

Střední hodnota (diskrétní případ)

- E(X) – označení – charakteristika úrovně (polohy)

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i . p(x_i)$$

- některé vlastnosti střední hodnoty
  - E(k) = k, kde k je konstanta
  - E(k.x) = k.E(X)
  - E(X + Y) = E(X) + E(Y)
  - E(X.Y) = E(X).E(Y)

Rozptyl (diskrétní případ)

- je charakteristikou (mírou) variability náhodné veličiny
- označení D(X)

$$D(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$D(X) = \sum_{i=1}^{n} [x_i - E(X)]^2 . p(x_i)$$

- některé vlastnosti rozptylu
  - D(c+X) = D(X), specielně D(c) = 0
  - D(c.X) = c^2. D(X)
  - D(X+Y) = D(X) + D(Y), pro nezávislé náh. veličiny

Riziko změny výnosnosti aktiv

- riziko změny výnosnosti aktiv je dáno směrodatnou odchylkou

$$směrodatná\ odchylka = \sqrt{D(X)}$$

Statistický soubor

- budeme vycházet z historických dat
- provedeme analýzu statistického souboru
- charakteristika polohy pro statistický soubor – (prostý) aritmetický průměr – označení $\bar{x}$
- míra variability pro statistický soubor – rozptyl (resp. směrodatná odchylka) - označení

$$\hat{\sigma}^2 \; nebo \; s^2 \; (resp. \; \hat{\sigma} \; nebo \; s)$$

Rozptyl versus výběrový rozptyl

- pohlíží-li se na daný soubor jako na populaci (tj. vše je zahrnuto), jedná se o rozptyl (resp. směrodatnou odchylku)
- pohlíží-li se na daný soubor jako na výběr (tj. vzorek ze základního souboru), jedná se o výběrový rozptyl (resp. výběrovou směrodatnou odchylku)
- POZOR! Excel rozlišuje tyto dvě varianty

Jak se liší rozptyl a výběrový rozptyl?

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

je zřejmé, že rozdíl mezi rozptylem a výběrovým rozptylem je při velkém rozsahu souboru (n>30) prakticky zanedbatelný

Vzájemná závislost dvou aktiv

- všechny dříve uvedené charakteristiky popisují pouze rozdělení náhodných veličin
- neříkají nic o tom, zda se tyto náhodné veličiny vzájemně ovlivňují
- prostředkem pro měření těsnosti vztahů mezi dvěma náhodnými veličinami X, Y je kovariance
- označení cov(X,Y) nebo σ, resp. s_{XY} pro výběr
- kovarianci dvou náhodných veličin definujeme jako střední hodnotu součinu odchylek obou veličin od jejich středních hodnot
- D(X+Y) = D(X) + D(Y)+2cov(X,Y), pro náh. veličiny

Kovariance

- charakterizuje vzájemnou závislost dvou proměnných
- pokud hodnota kovariance nabývá kladných hodnot, tak se jedná o aktiva, jejichž výnosnost se pohybuje stejným směrem

$$\operatorname{cov}(X,Y)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$$

- kovariance nabývá hodnot v intervalu od -∞ do +∞

Korelace

- u některých typů aktiv může kovariance nabývat hodnot například v desetinách u jiných v tisícinách atd.
- zavedeme korelaci, která se pohybuje v rozmezí -1 až +1 (včetně, tj. <-1;1>)

$$\rho = \frac{\sigma}{\sigma \cdot \sigma}$$