

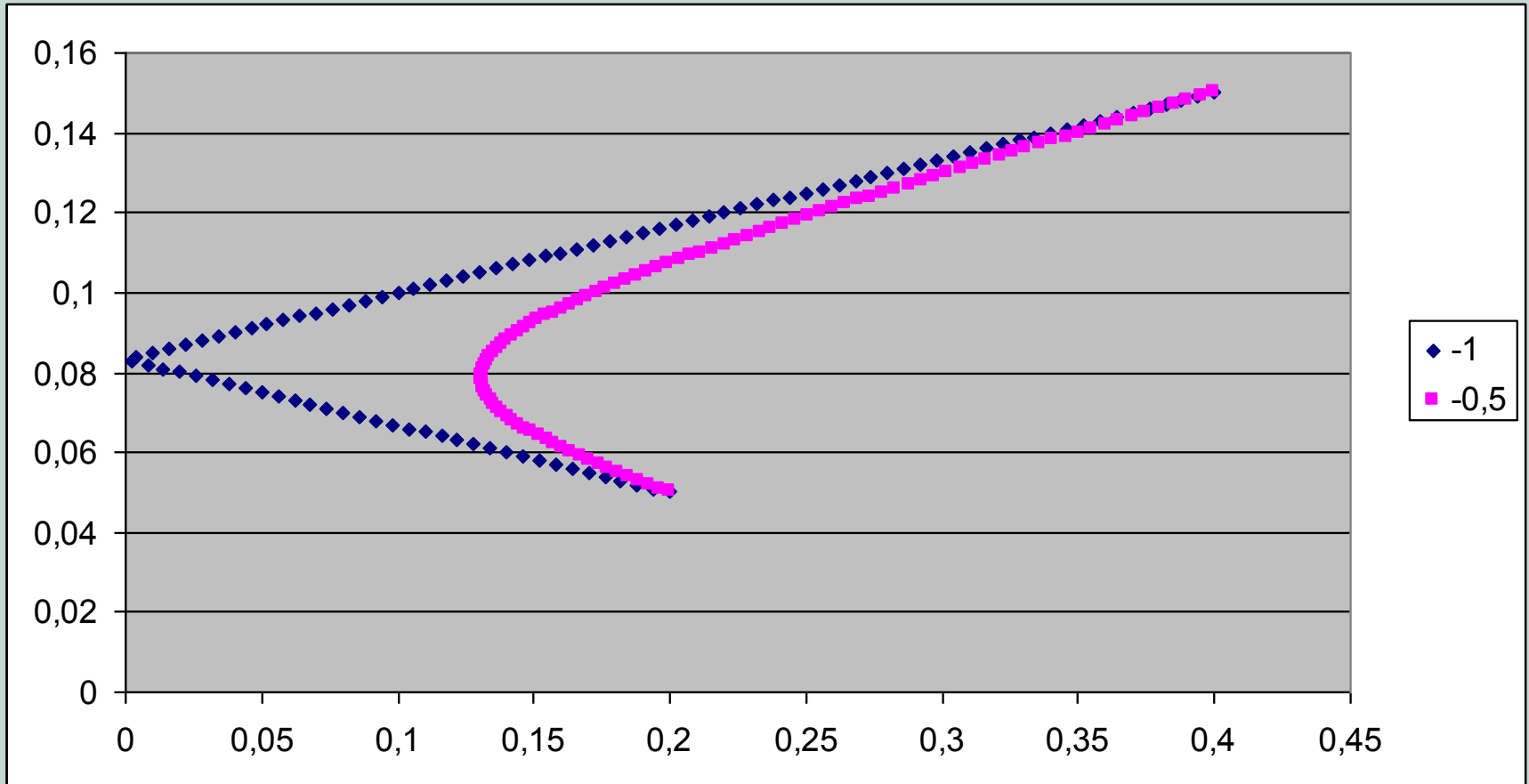
Teorie portfolia

Kvantifikace množiny efektivních
portfolií

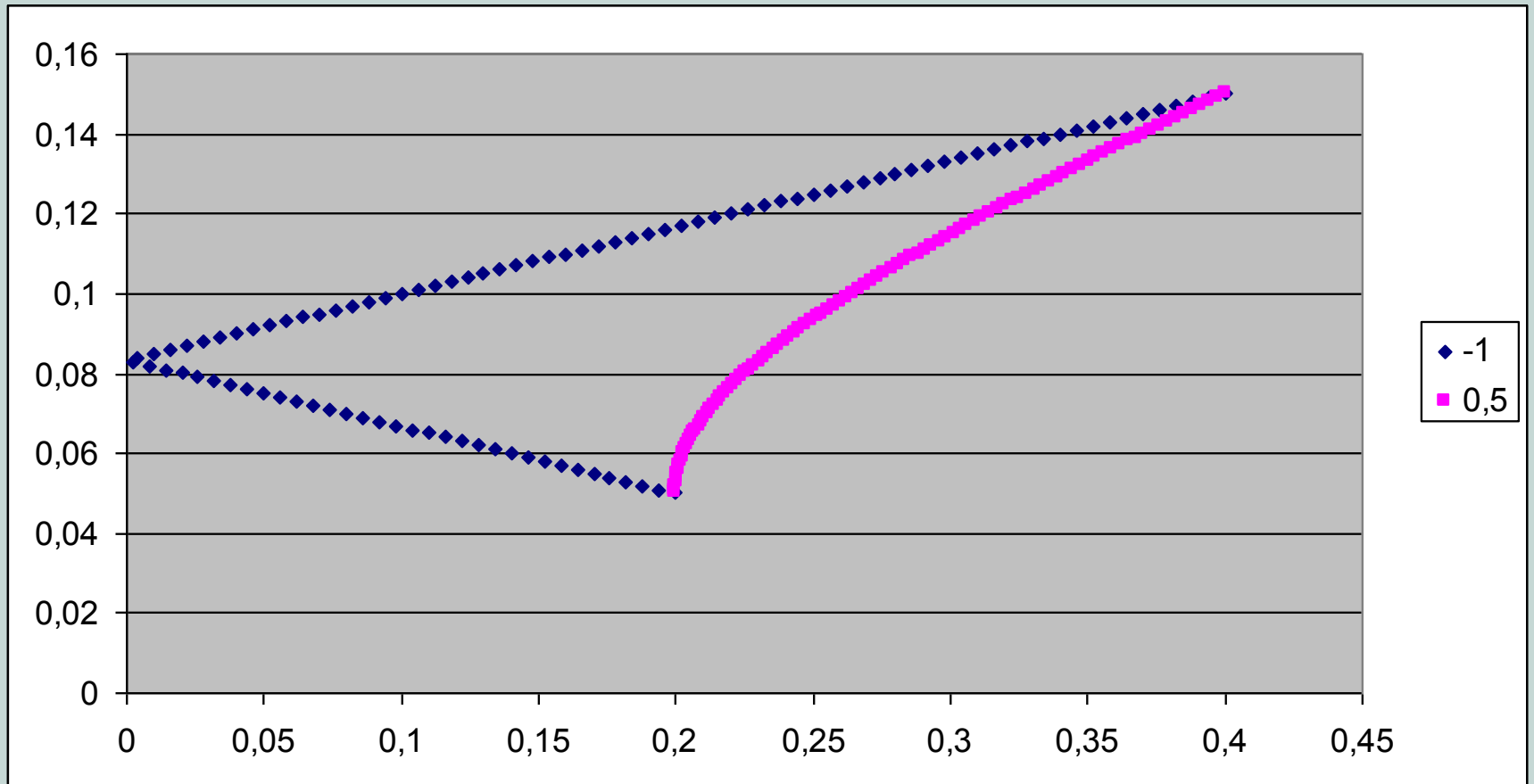
Téma přednášky

- sell short
- efektivní množina s povolením short sell
- nalezení portfolia s minimálním rizikem

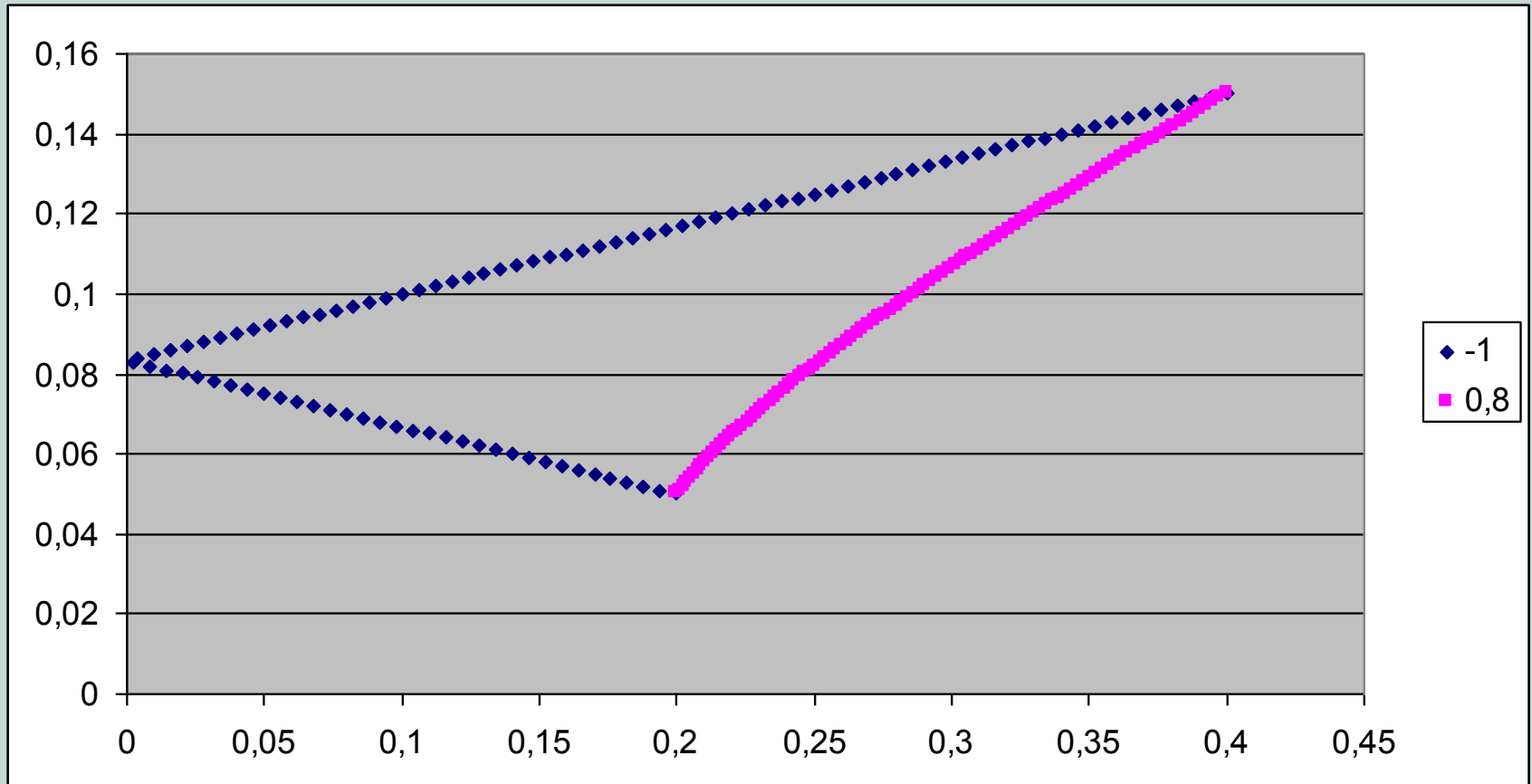
Sell short „zakázán“



Sell short „zakázán“



Sell short „zakázán“



Sell short

- předpokládejme, že investor věří, že akcie firmy ABC, které se momentálně prodávají za cenu 100 Kč, budou v budoucnu (např. za jeden měsíc) mít cenu 95 Kč
- dále bude (během měsíce) vyplacena dividenda v hodnotě 3 Kč na jednu akcii
- kdyby investor tuto akcii nakoupil, proběhly by následující finanční toky

Sell short

Akce	Čas	
	0	1
Nákup akcie	-100	
Dividenda		+3
Prodej akcie		+95
Celkové cash flow	-100	+98

Celková ztráta -2 Kč

Sell short

- předpokládejme, že investor zná někoho (kamaráda), kdo vlastní akcie firmy ABC a kdo z nějakého důvodu chce tyto akcie stále držet
- investor si může od této osoby akcie půjčit s příslibem, že akcie po určité době (měsíc) vrátí a že daná osoba nebude nic trazit (tzn. obdrží i dividendu)
- investor půjčené akcie prodá a obdrží 100 Kč

Sell short

- v okamžiku výplaty dividend musí investor zaplatit výši dividendy kamarádovi, ale protože nevládní dané akcie, musí tyto dividendy zaplatit „z vlastní kapsy“
- po měsíci investor akcie nakoupí zpět za tržní cenu (předpokládejme 95 Kč) a vrátí půjčené akcie svému kamarádovi
- můžeme tedy shrnout všechny finanční toky pro tento případ

Sell short

Akce	Čas	
	0	1
Prodej akcie	+100	
Dividenda		-3
Nákup akcie		-95
Celkové cash flow	+100	-98

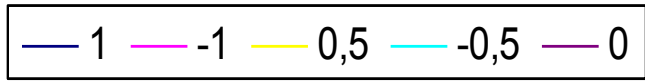
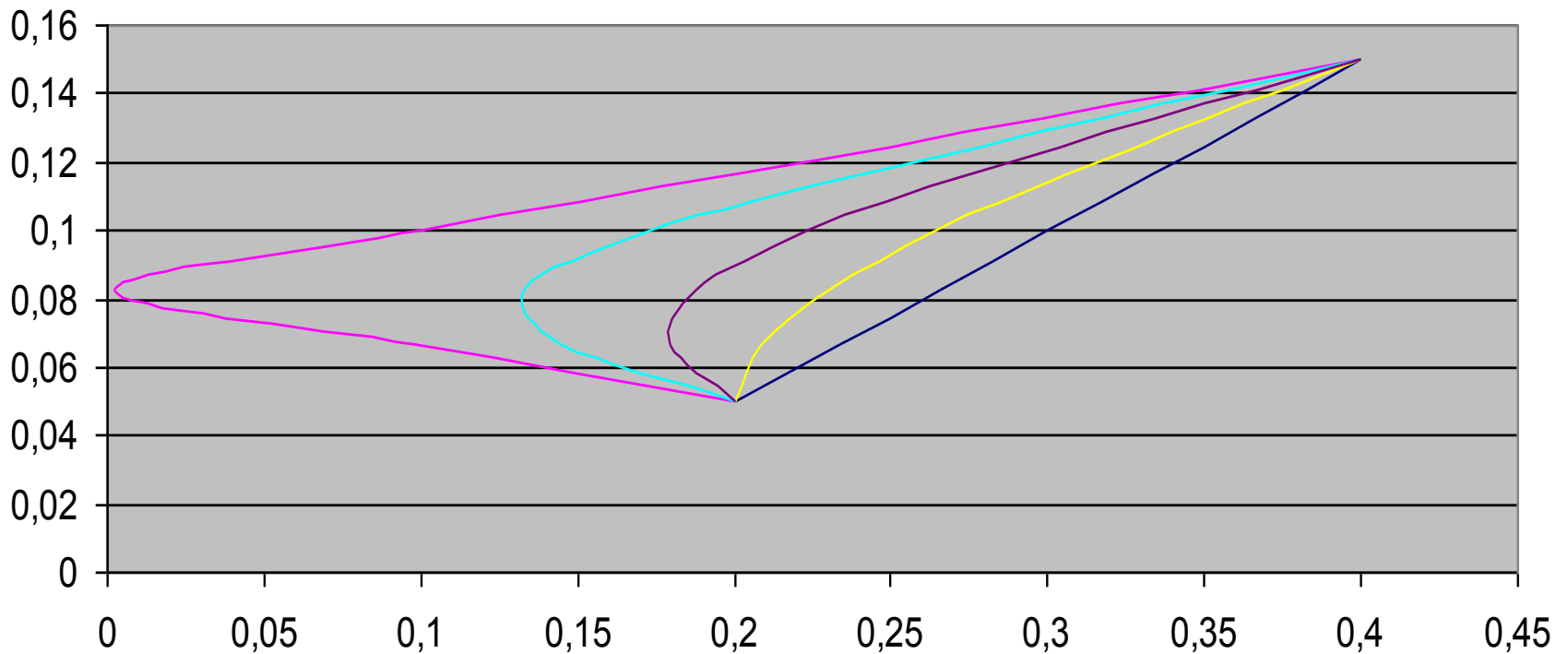
Celkový zisk je + 2 Kč

Sell short

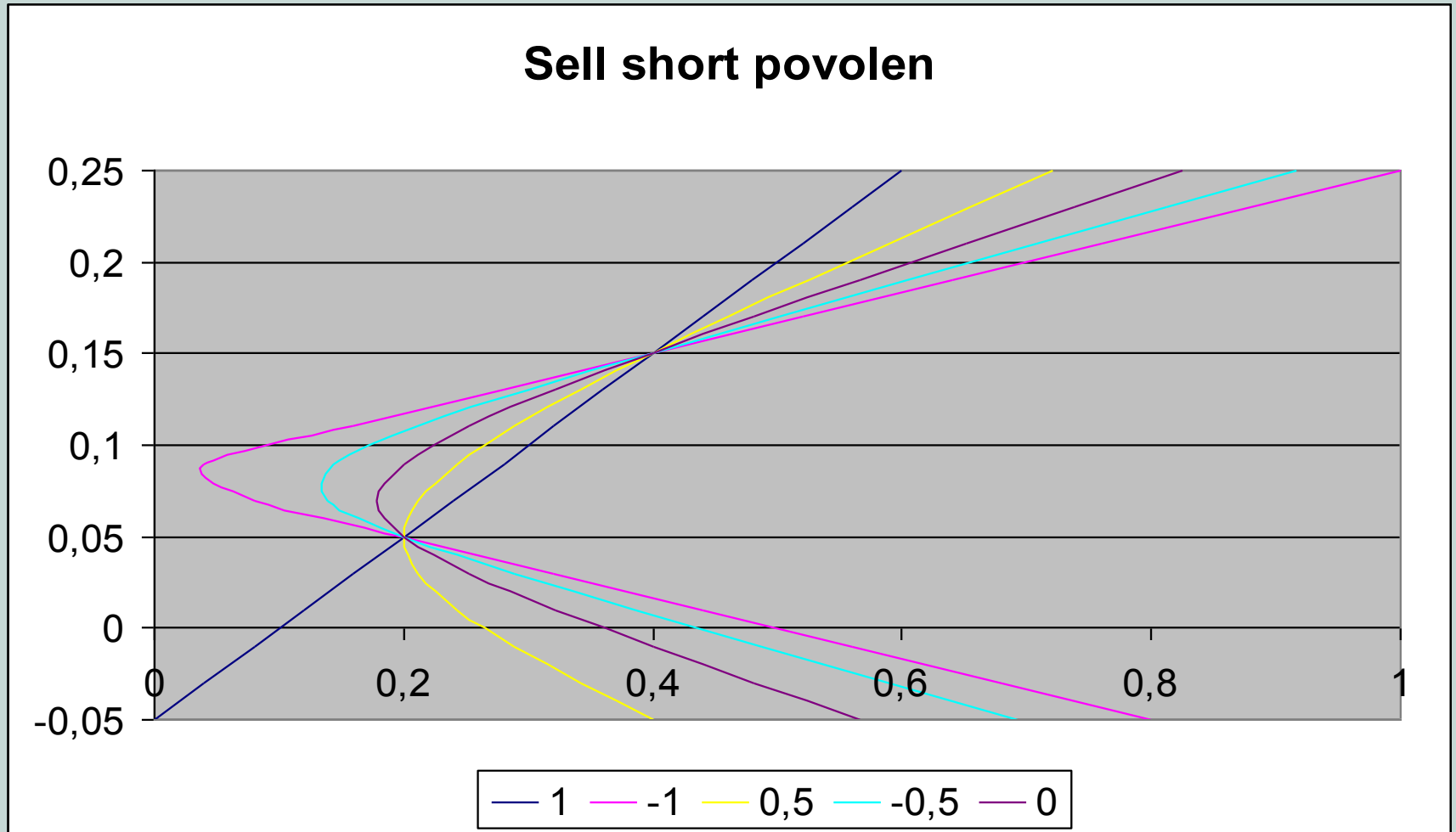
- celkový zisk je dále snížen o náklady na zapůjčení
- pro zjednodušení budeme předpokládat nulové náklady
- „shortování“ rozšiřuje přípustnou množinu
- rozšiřuje i efektivní množinu?

Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko

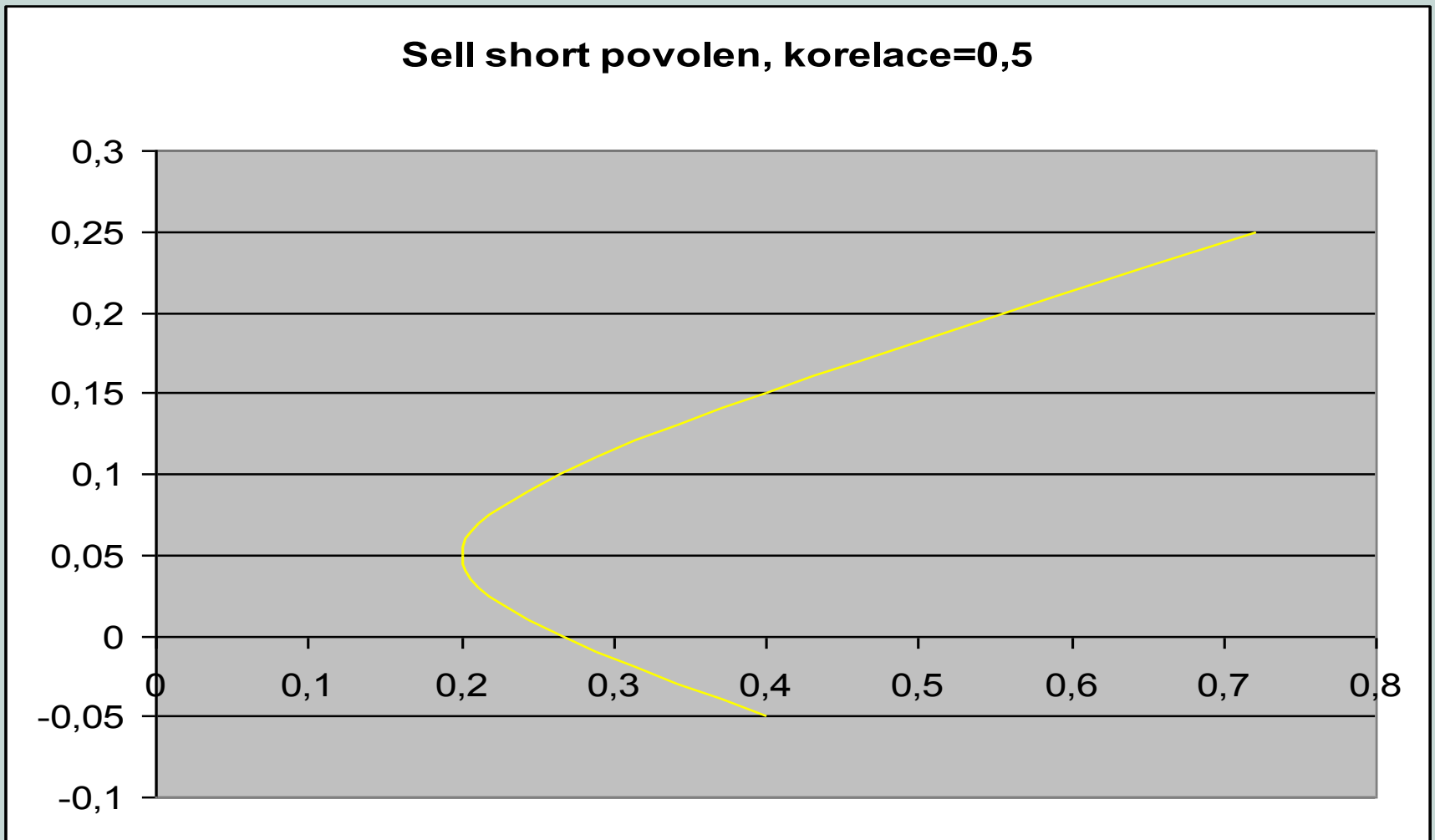
Sell short zakázán



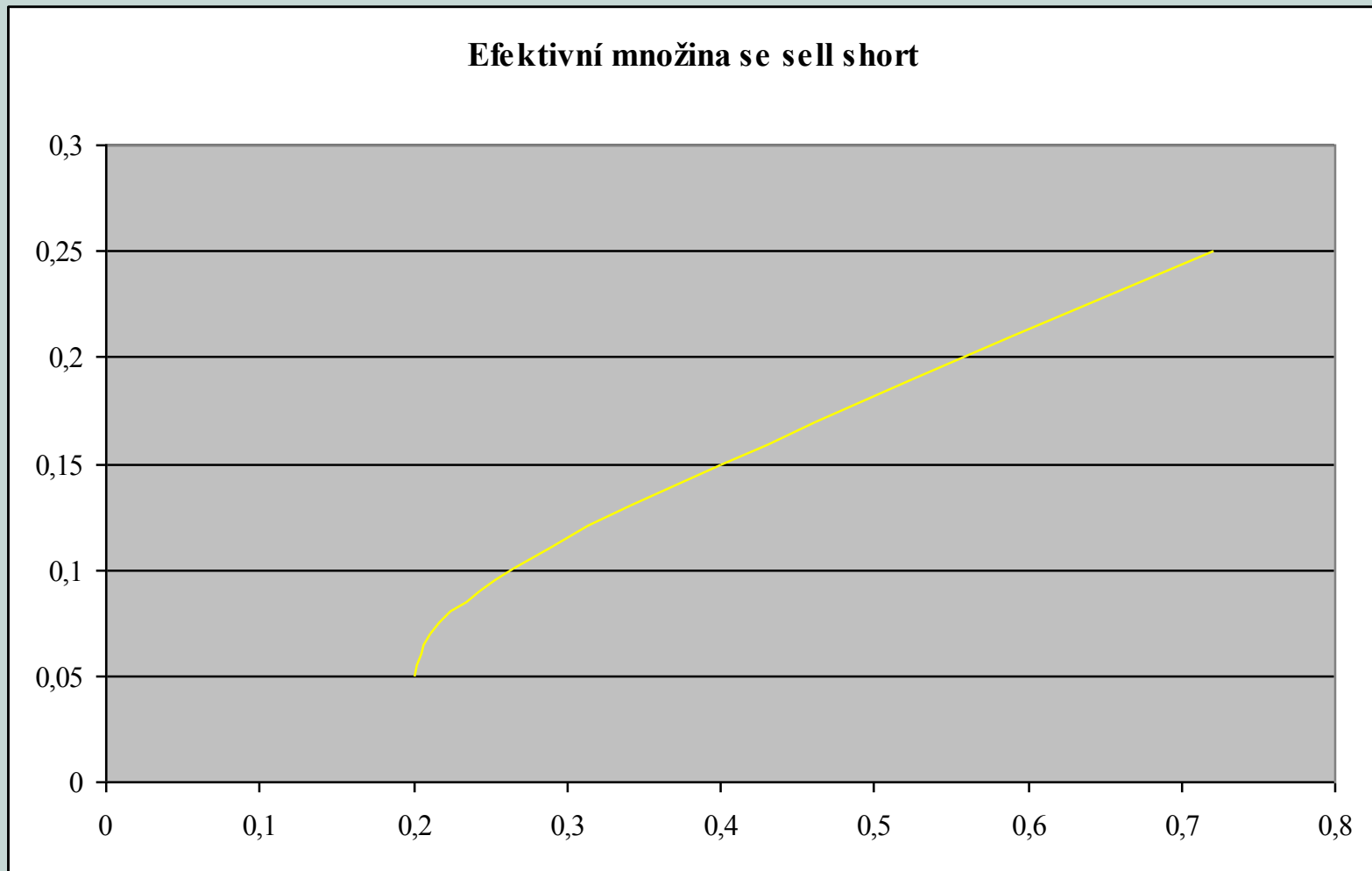
Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko

- prodej nakrátko rozšiřuje efektivní množinu
- prodej nakrátko má smysl i v případě, že očekávané výnosnosti cenných papírů jsou kladné
- předpokládejme, že máme k dispozici (v portfoliu) dvě akcie s výnosnostmi 5% a 15%
- za předpokladu nepovolení prodeje nakrátko existuje omezení maximální výnosnosti – 15%
- můžeme získat vyšší výnosnost?

Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko

- uvažujme následující postup
 1. prodáme akcie s nižší výnosností
 2. zisk investujeme do nákupu dodatečného počtu akcií s vyšší výnosností
- získali jsme vyšší výnos než v případě držení dvou akcií
- zvýšilo se nám riziko!!

Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- řešíme optimalizační úlohu

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij}} \rightarrow \min$$

- s omezující podmínkou

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- pro vyhledání extrému využijeme pravidla Lagrangeových multiplikátorů, které říká, že pokud je v bodě lokální extrém, pak existují Lagrangeovy multiplikátory, ne všechny současně rovny nule, pro něž platí

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad \forall$$

Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- výraz $L(X, \lambda, \lambda_0)$ označuje tzv. Lagrangeovu funkci, která je definována následovně

$$L(X, \lambda, \lambda_0) = L(X, \lambda, \lambda_0) = \sum_{j=0}^m \lambda_j \cdot f_j(X)$$

kde $\vec{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$; $\lambda_0 = 1$

$$f_0(X) \rightarrow \min \quad f_j(X) = 0, \quad j = 1, \dots, m$$

- existují další podmínky, které považujeme za splněné

Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- pro jednodušší počítání můžeme využít rozptyl portfolia místo sm.odchylky
- Lagrangeova funkce bude mít tvar

$$L(X) = \sigma_p^2(X) + \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^n X_i - 1 \right)$$

Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- po zderivování podle jednotlivých proměnných (n vah a λ) obdržíme soustavu $n+1$ rovnic
- prvních n položíme rovny 0 a u poslední rovnice převedeme 1 na druhou stranu
- dále řešíme některou standardní metodou (nejlépe maticovým počtem)