Teorie portfolia

Model oceňování kapitálových aktiv – CAPM

Téma přednášky

- krátká charakteristika modelu CAPM
- výchozí předpoklady modelu CAPM
- separační teorém
- tržní portfolio
- přímka kapitálového trhu – CML
- přímka trhu cenného papíru – SML
- beta cenného papíru

Model oceňování kapitálových aktiv

- Capital Asset Pricing Model = CAPM
- základy modelu oceňování jednotlivých kapitálových aktiv byly odvozeny v 60.letech 20.století – Sharpe (1963), Lintner (1965), Mossin (1966) – odvodili model nezávisle na sobě – často se proto používá název Sharpe-Lintner-Mossinova forma CAPM

Model oceňování kapitálových aktiv

- existuje několik modifikací (Zero-Beta CAPM, T-CAPM, M-CAPM, IP-CAPM) – budeme se věnovat standardnímu (jednofaktorovému) CAPM
- patří k základním nástrojům finanční analýzy, především akciové
- rozšiřuje doposud probranou teorii portfolia (podle Markowitze)

Model oceňování kapitálových aktiv

- teoreticky oceňuje jednotlivá kapitálová aktiva (především akcie) na kapitálových trzích
- uvažuje i bezrizikovou investici
- umožňuje vyšetřovat příspěvky jednotlivých aktiv ke střední výnosnosti a riziku celého portfolia
- jedná se o model rovnováhy na kapitálových trzích
- jde o rovnovážný model oceňování aktiv, založený explicitně na maximalizaci užitku a dané přípustné množině portfolií

Výchozí předpoklady modelu CAPM

1. investoři investují v jednom určitém časovém období
2. investoři hodnotí portfolia podle očekávaného výnosu a očekávaného rizika
3. platí předpoklad nenasycenosti investora, tj. ze dvou portfolií se stejným očekávaným rizikem si vybere to s vyšším výnosem

Výchozí předpoklady modelu CAPM

4. investoři mají odpor k riziku, tj. ze dvou portfolií se stejným očekávaným výnosem si vyberou to s nižším rizikem
5. jednotlivá aktiva se dají libovolně dělit, tj. lze koupit i zlomek akcie
6. existuje bezrizikové aktivum se sazbou r_f, při níž si může investor vypůjčovat, nebo při níž může investor zapůjčovat (investovat) peníze
7. zanedbáváme daně, poplatky a další transakční náklady

Výchozí předpoklady modelu CAPM

- toto byly předpoklady, z kterých jsme vycházeli dříve (Markowitz)
- rozšíříme je o další:

8. investoři jsou si rovni v tom smyslu, že:
   - všichni investoři mají stejné jedno období (stejný časový horizont)
   - bezriziková sazba je pro všechny investory stejná
   - informace jsou volné a okamžitě dostupné všem investorům stejně
   - investoři mají homogenní očekávání tj. mají stejně odhadnuté očekávané výnosnosti, rizika a kovariance cenných papírů

Výchozí předpoklady modelu CAPM

- tyto předpoklady splňuje pouze modelový trh
- na základě těchto předpokladů můžeme analyzovat chování investorů, ale také ceny jednotlivých cenných papírů
- za předpokladu, že všichni investoři postupují stejným způsobem, můžeme z pozorování chování všech investorů odvodit rovnovážný vztah mezi výnosem a rizikem jednotlivých cenných papírů na trhu

Výchozí předpoklady modelu CAPM

- všichni investoři volí stejnou kombinaci rizikových cenných papírů, tj. každý má stejnou lineární efektivní množinu a bude investovat do stejného tzv. tangenciálního portfolia (T) kombinovaného s určitým množstvím buď bezrizikového půjčování nebo půjčování si, v závislosti na osobních křivkách indiference

Separační teorém

- *Optimální kombinace rizikových cenných papírů může být stanovena bez znalosti investorových postojů k riziku a výnosnosti*.
- nemusíme tedy brát v úvahu křivky indiference každého jednotlivého investora
- to znamená, že riziková část portfolia každého investora je stejná

Tržní portfolio

- tvořené investicemi do všech cenných papírů v poměrech, které odpovídají jejich relativním tržním hodnotám
- relativní tržní hodnota cenného papíru je rovna agregované tržní hodnotě cenného papíru dělené sumou agregovaných tržních hodnot všech cenných papírů

$$A_i = c_i \cdot s_i$$

- A_i je agregovaná tržní hodnota i-tého CP
- c_i je tržní cena i-tého CP
- s_i je počet kusů i-tého CP

Tržní portfolio

- na námi uvažovaném trhu existuje celkem „n“ cenných papírů, potom relativní tržní hodnota i-tého cenného papíru

$$R_i = \frac{A_i}{\sum_{j=1}^{n} A_j}$$

- tržní portfolio je sestaveno ze všech finančních aktiv, která se nacházejí na kapitálovém trhu, v (nenulových) podílech shodnými s těmi, která tato aktiva zaujímají na kapitálovém trhu svou tržní hodnotou

Tržní portfolio

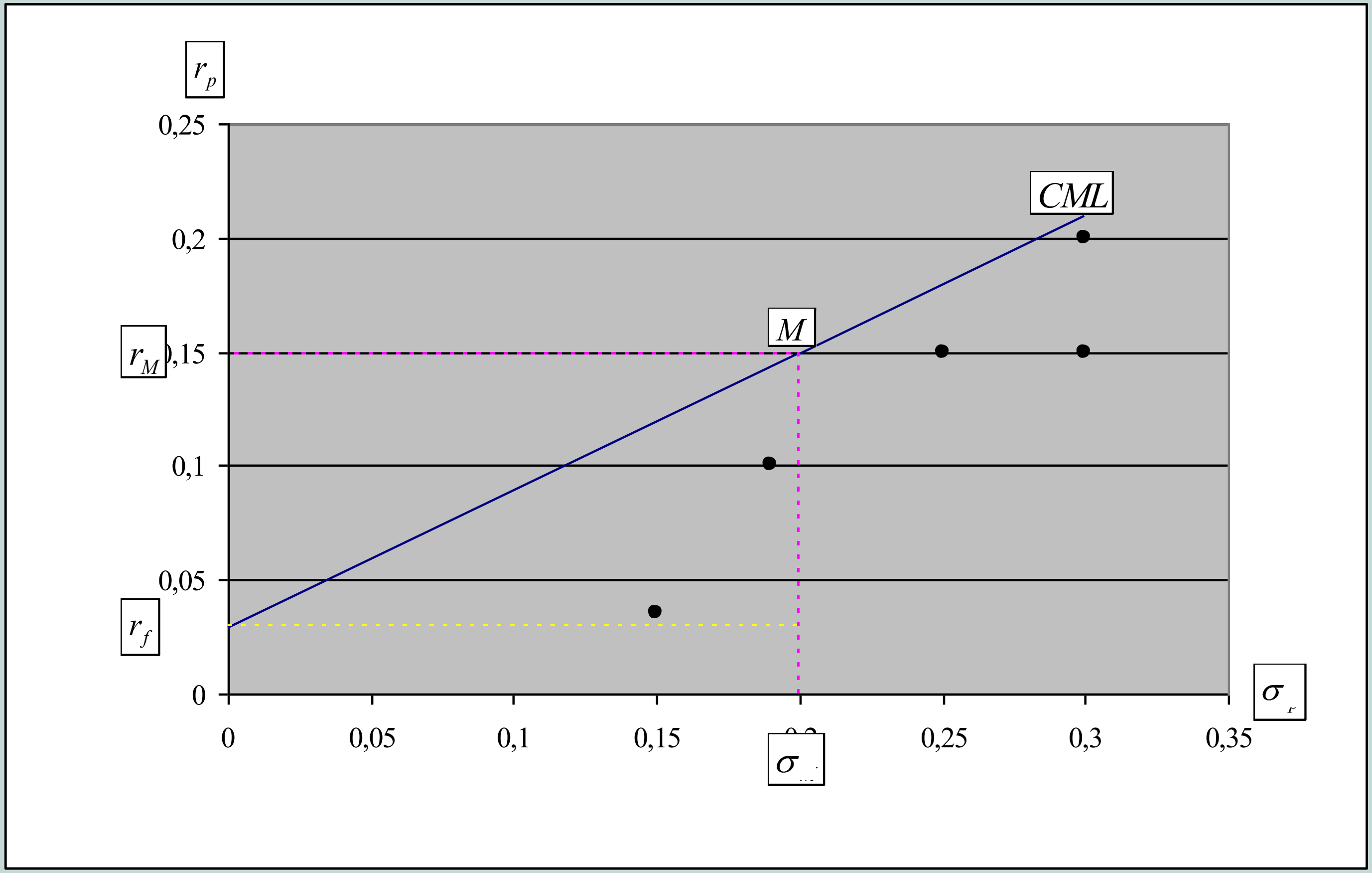
- na dokonalém kapitálovém trhu (efektivním trhu) je tržní portfolio optimálním portfoliem
- takový kapitálový trh funguje na principech efektivní diverzifikace aktiv
- tržní portfolio označuje písmenem M (z angl. market - trh)
- tržní portfolio je reprezentováno nejrůznějšími indexy – v ČR indexem PX

Přímka kapitálového trhu

- Capital Market Line = CML
- využívá se v rámci daného kapitálového trhu pro stanovení střední výnosnosti nebo rizika efektivního portfolia
- vztah mezi rizikem a výnosností efektivních portfolií je v CAPM vyjádřen jako lineární efektivní množina – CML
- vyjadřuje *rovnováhu* mezi výnosností a rizikem, dosahovanou různými kombinacemi tržního portfolia (sestaveného z rizikových aktiv) a bezrizikové investice

Přímka kapitálového trhu

- je vyjádřena vztahem $\bar{r}_p = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_p$



Přímka kapitálového trhu

- S jakým rizikem by měl přinejmenším počítat investor při investici se středním výnosem 20%, pokud pro tržní index daného trhu je odhadnuta výnosnost 12% a riziko 8% a aktuální bezriziková sazba je 5%?
- vyjdeme ze vzorce $\bar{r}_p = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_p$
- vyjádříme $\sigma_p = \frac{(\bar{r}_p - r_f) \cdot \sigma_M}{\bar{r}_M - r_f} = \frac{(20 - 5) \cdot 8}{12 - 5} = 17{,}14\,\%$
- pro danou investici je potřeba počítat s rizikem nejméně 17,14%, protože nemůže existovat přípustné portfolio s danou výnosností a s menším rizikem, než je riziko efektivního portfolia

Přímka kapitálového trhu

- riziko tržního portfolia

$$\sigma_M = \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} X_{iM} . X_{jM} . \sigma_{ij} \right]^{1/2}$$

kde X_{iM} a X_{jM} jsou proporce (váhy) investované do cenných papírů i a j v tržním portfoliu

- kovariance j-tého cenného papíru s tržním portfoliem M pak bude

$$\sigma_{jM} = \sum_{i=1}^{n} X_{iM} . \sigma_{ij}$$

$$\sigma_{jM} = X_{1M} . \sigma_{1j} + X_{2M} . \sigma_{2j} + X_{3M} . \sigma_{3j} + \ldots + X_{nM} . \sigma_{nj}$$

Přímka kapitálového trhu

- riziko tržního portfolia potom bude rovno odmocnině z váženého průměru očekávaných hodnot kovariancí všech cenných papírů v tržním portfoliu
- σ_{1M} vyjadřuje kovarianci cenného papíru 1 s tržním portfoliem, σ_{2M} vyjadřuje kovarianci cenného papíru 2 s tržním portfoliem atd.
- jako váhy bereme proporce odpovídajících cenných papírů v tržním portfoliu

$$\sigma_M = \left[X_{1M} . \sigma_{1M} + X_{2M} . \sigma_{2M} + X_{3M} . \sigma_{3M} + .. + X_{nM} . \sigma_{nM} \right]^{1/2}$$

Přímka kapitálového trhu

- podstatnou mírou rizika cenného papíru je jeho kovariance s tržním portfoliem
- cenné papíry s většími hodnotami rizika by měly poskytovat větší očekávanou výnosnost, aby tyto cenné papíry investoři nakupovali

Přímka kapitálového trhu

- kdyby tyto cenné papíry vyšší výnosnost neposkytovaly a přispívaly by pouze k vyššímu riziku tržního portfolia, potom by to vedlo k vyloučení těchto cenných papíru z tržního portfolia, čímž by nastalo zvýšení očekávané výnosnosti tohoto portfolia vzhledem ke směrodatné odchylce
- protože investoři by pohlíželi na takovouto změnu jako na přínos, nebylo by již tržní portfolio optimálním rizikovým portfoliem

Přímka trhu cenného papíru

- Security Market Line = SML
- využívá se v rámci daného kapitálového trhu pro stanovení střední výnosnosti nebo rizika individuálního aktiva (především akcie)
- na rozdíl od CML (jen efektivní portfolia) rozlišuje SML systematické a individuální riziko

Přímka trhu cenného papíru

- to umožňuje ocenit jednotlivá aktiva na základě pohybu tržního indexu
- systematické riziko analyzovaného aktiva vstupuje do modelu právě prostřednictvím vztahu aktiva k tržnímu portfoliu

Přímka trhu cenného papíru

- kovarianční verze SML

$$\bar{r}_i = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \cdot \sigma_{iM}$$

- beta verze SML

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f) \cdot \beta_i \qquad \beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

Beta cenného papíru

- je mírou rizika cenného papíru
- platí $\beta_p = \sum_{i=1}^{n} X_i \beta_i = X_1.\beta_1 + X_2.\beta_2 + \dots + X_n.\beta_n$
- na SML budou ležet všechny cenné papíry a všechna portfolia z nich vytvořená
- na SML tedy leží i neefektivní portfolia
- beta vyjadřuje citlivost výnosnosti analyzovaného aktiva (nebo portfolia aktiv) na změny výnosu tržního portfolia (indexu)
- koeficient beta není teoreticky ohraničený

Beta cenného papíru

- beta > 1 – jsou cenné papíry klasifikovány jako agresivní, výnos roste rychleji než trh
- beta < 1 – jsou cenné papíry klasifikovány jako defenzivní, výnosy kolísají méně než trh
- beta = 1 – jsou cenné papíry neutrální a výnosy kolísají spolu s trhem
- hodnoty beta pod 0,5 a nad 2 jsou považovány za neobvyklé a dlouhodobě neudržitelné

- SML se obvykle odhaduje z napozorovaných historických výnosností analyzovaného aktiva, bezrizikového aktiva a tržního indexu metodou lineární regrese v modelu Black-Jensen-Scholes

$$\bar{r}_i - r_f = \alpha + (r_M - r_f) \cdot \beta + \varepsilon$$