

Teorie portfolia

Kvantifikace očekávaného výnosu
a změny výnosu portfolia

Téma přednášky

- návrat k předchozímu cvičení
- historická metoda kvantifikace očekávaného výnosu a rizika daného aktiva
- expertní metoda kvantifikace očekávaného výnosu a rizika daného aktiva
- očekávaný výnos portfolia
- riziko očekávaného výnosu portfolia

Návrat k předchozímu cvičení

- jak upravit funkci Excelu pro výpočet kovariance v případě výběrového souboru s počtem prvků ≤ 30 ?
- proč v případě výběrového souboru s počtem prvků ≤ 30 kovarianční matice nevycházela správně, ale korelační ano?

Historická metoda

- známe-li pravděpodobnostní strukturu, to znamená, že budeme znát s jakou pravděpodobností (p_1, p_2, \dots, p_n) , bude i -tý cenný papír nabývat hodnot r_1, r_2, \dots, r_n , potom pro *střední míru zisku* (očekávanou výnosnost) cenného papíru můžeme psát

$$r_i = \sum_{j=1}^n p_j r_j = p_1 r_1 + p_2 r_2 + \dots + p_n r_n$$

Historická metoda

- *riziko změny výnosnosti cenného papíru* potom bude

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n (r_j - r_i)^2 \cdot p_j}$$

- v praxi však většinou není pravděpodobnostní struktura známá
- proto se míra zisku i riziko změny míry zisku odhaduje z minulých pozorovaných hodnot pomocí *aritmetického průměru a směrodatné odchylky* (resp. *výběrové směrodatné odchylky*)

Historická metoda

- za hodnoty r_i dosadíme tzv. pozorované hodnoty výnosnosti cenného papíru

$$r_i = \frac{P_i}{P_{i-1}} - 1 + \frac{D_i}{P_{i-1}}$$

- vzhledem k tomu, že v ekonomice je obvykle dividendový výnos mnohem menší než výnos kapitálový, budeme dále uvažovat pouze výnos kapitálový

Historická metoda

- očekávaný výnos z portfolia za dobu jeho trvání je tvořen součtem krátkodobých výnosů akcií za tuto dobu trvání
- historický přístup patří i přes určitá negativa k základním orientačním způsobům kvantifikace výnosu
- je v podstatě jediným způsobem jak kvantifikovat kovariance mezi náhodnými veličinami, které popisují výnos jednotlivých aktiv
- tuto metodu jsme dělali na prvním cvičení

Expertní metoda

- jedná se o odhady expertů tržních cen jednotlivých aktiv v okamžiku realizace portfolia
- budeme u každého experta předpokládat, že provede odhad pro všechny cenné papíry, které chceme mít v portfoliu
- dále nebudeme uvažovat úročení nebo diskontování toku výnosů, které plynou z tohoto portfolia během jeho držení

Expertní metoda

- budeme používat následujícího značení
- TC_i – tržní cena i -tého aktiva v době vzniku portfolia
- N_e – počet expertů
- N_{ij} – celkový počet odhadů budoucí tržní ceny c_{ijk} a d_{ijk} i -tého aktiva, které provedl j -tý expert
- p_{ijk} - pravděpodobnost, že i -té aktivum dosáhne podle j -tého experta v okamžiku realizace portfolia k -tého výnosu z doby jeho trvání

Expertní metoda

- na trhu je známá velikost současných tržních cen všech aktiv, které jsou platné v okamžiku vzniku portfolia
- vybraní experti odhadnou čísla c_{ijk} a d_{ijk} a pravděpodobnosti jejich dosažení pro $i = 1, 2, 3, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, N_e$; $k = 1, 2, \dots, N_{ij}$
- každý expert odhadne pravděpodobnosti tak, aby platilo

$$\sum_{k=1}^{N_{ij}} p_{ijk} = 1$$

Expertní metoda

- pravděpodobnost realizace konkrétní hodnoty tržní ceny v době realizace portfolia je dána vztahem

$$P_{l_k} = \frac{1}{N_e} \cdot \sum_{j=1}^{N_e} P_{l_{jk}}$$

- očekávaná výnosnost i-tého aktiva při realizaci portfolia v případě tržní ceny c_{ijk} je

$$r_{ijk} = \frac{c_{ijk}}{1 + r_i}$$

Expertní metoda – příklad

- předpokládejme, že jsme dostali od tří nezávislých expertů informace o odhadu velikosti tržních cen i -té akcie v okamžiku realizace portfolia spolu s pravděpodobnostmi, že bude dosažena jimi odhadnutá cena
- dále pro jednoduchost a přehlednost budeme uvažovat, že dividendy z tohoto cenného papíru budou rovny nule
- dále předpokládejme, že současná hodnota i -té akcie bude 100 Kč

Expertní metoda – příklad

| C_{ij} | $r_{ijk} = \frac{C_{ij} - C_{ik}}{C_{ij} + C_{ik}}$ | P_{1k} | P_{2k} | P_{3k} | $\sum_{j=1}^{N_e} P_{jk}$ | $P_k = \frac{1}{N_e} \cdot \sum_{j=1}^{N_e} P_{jk}$ |
|----------|---|----------|----------|----------|---------------------------|---|
| 90 | -0,1 | 5 | 0 | 0 | 5 | 5/3 |
| 100 | 0 | 80 | 20 | 0 | 100 | 100/3 |
| 110 | 0,1 | 5 | 30 | 50 | 85 | 85/3 |
| 130 | 0,3 | 0 | 40 | 20 | 60 | 60/3 |
| 160 | 0,6 | 10 | 10 | 20 | 40 | 40/3 |
| 180 | 0,8 | 0 | 0 | 10 | 10 | 10/3 |

Expertní metoda – příklad

- v posledním sloupci je pravděpodobnostní rozložení pro hodnoty v druhém sloupci
- spočítáme charakteristiky aktiva (očekávanou výnosnost a riziko) a výsledkem je očekávaná výnosnost 19,33% s rizikem 23,01% ([výpočet v Excelu](#))

Očekávaný výnos portfolia

- mějme portfolio složené z n akcií
- i -tá akcie má v portfoliu váhu (podíl) X_i a očekávanou výnosnost r_i
- každá akcie přispěje k očekávané výnosnosti portfolia svým „dílem“, můžeme tedy psát

$$r_p = \sum_{i=1}^n X_i r_i = X_1 r_1 + X_2 r_2 + \dots + X_n r_n$$

Riziko očekávaného výnosu portfolia

- pro výpočet rizika očekávané výnosnosti portfolia použijeme rozptyl (resp. směrodatnou odchylku)

- vyjdeme ze vzorce pro výpočet rozptylu

$$D(X) = \sum (X_i - \bar{X})^2$$

- po úpravě a zobecnění dostáváme směrodatnou odchylku

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma}$$