# Přednáška 6

## Vícekriteriální metody

Jana Soukopová
soukopova@econ.muni.cz

# Definice – Vícekriteriální hodnocení

- Disciplína operačního výzkumu, která se zabývá analýzou rozhodovacích situací, ve kterých jsou posuzovány rozhodovací varianty (v našem případě varianty veřejných projektů) ne pouze podle jednoho, ale podle několika zpravidla navzájem konfliktních kritérií.

# Klasifikace vícekriteriálních úloh

- podle charakteru množiny rozhodovacích variant:
  - **vícekriteriální hodnocení variant**, kdy je množina přípustných variant zadána ve formě konečného seznamu,
  - **vícekriteriální programování**, kde je množina přípustných variant vymezena souborem podmínek, které rozhodovací varianty musí splňovat, aby byly přípustné.

# Popis vícekriteriálních rozhodovacích situací

Vícekriteriální rozhodovací problémy jsou popsány množinou variant, množinou hodnotících kritérií a řadou vazeb mezi kritérii a variantami, které umožní definovat hodnotící funkce a metodou výběru což umožňuje formulovat vícekriteriální matematický model.

# Formulace úlohy vícekriteriální analýzy

je dán:

- seznam variant $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$
- seznam hodnotících kritérií

  $K = \{k_1, k_2, ... , k_k\}$
- každá varianta $a_i, i = 1, 2, ..., n$ je podle těchto kritérií popsána vektorem kriteriálních hodnot $(y_{i1}, y_{i2}, ..., y_{ik})$.
- úloha vícekriteriálního hodnocení variant je pak vyjádřena ve tvaru kriteriální matice:

  $Y = (y_{ij})$

# Kriteriální matice rozhodování

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & . & . & . & y_{1k} \\ y_{21} & y_{22} & & & & y_{2k} \\ . & & . & & & . \\ . & & & . & & . \\ . & & & & . & . \\ y_{n1} & y_{n2} & . & . & . & y_{nk} \end{pmatrix}$$

- Kde $y_{ik}$ je hodnocení *i*-té varianty projektu podle *k*-tého kritéria
- Pro zjednodušení předpokládáme že všechna kritéria jsou maximalizační

# Cíl vícekriteriálního hodnocení

- Cílem metody výběru je najít variantu $a_{opt}$ resp. množinu $D$ variant, které by podle všech kritérií dosáhly co nejlepšího ohodnocení (tedy nejvyšších hodnot kritérií), přičemž jako nejlepší varianta $a_{opt}$ může být vyhodnocena pouze některá nedominovaná varianta.

# Dominovaná a nedominovaná varianta

## Nedominovanou varianta

- Projekt, ke kterému neexistuje v množině variant (projektů) jiná varianta, lépe hodnocená alespoň podle jednoho kritéria a ne hůře podle ostatních kritérií.

## Dominovaná varianta

- Opačný případ, a říkáme, že ji „lepší“ varianta z uvedené definice dominuje.

# Výběr nejlepší varianty

- Nejlepší varianta
  - Máme-li vybrat pouze jednu nejlepší variantu, musíme pomocí metody (funkce) výběru **vybírat jen z množiny *D* variant nedominovaných.**
- Úplné řešení
  - **Úplným** řešením matematického modelu vícekriteriálního hodnocení variant je **množina nedominovaných variant *D*** tato množina však může být značně rozsáhlá a může být i totožná s původní množinou všech variant *A*.

# Ideální a bazální varianta

Ideální varianta

- Teoreticky nejlepší varianta
- Varianta, která dosahuje ve všech kritériích nejlepší možné hodnoty, se nazývá **ideální varianta** $I = (I_1, I_2, \ldots, I_k)$

Bazální varianta

- teoreticky nejhorší varianta
- varianta, která má všechny hodnoty kritérií na nejnižším stupni se nazývá **bazální varianta** $B = (B_1, B_2, \ldots, B_k)$

Ideální i bazální varianta jsou v hodnocení více-méně hypotetickými variantami

# Vyjádření hodnot kritérií

- Hodnocení variant podle jednotlivých kritérií může být v různých jednotkách a různých měřítcích.
- Důležitá je potom transformace vstupních informací na srovnatelné jednotky, umožňující agregaci podle všech kritérií.
- To umožňují **stupnice a škály**, které patří mezi nejjednodušší metody vícekriteriálního hodnocení.

# Stupnice a škály

- nominální (binární) stupnice,
- ordinální stupnice,
  - klasifikační,
  - bodovací.
- kardinální číselná stupnice
  - intervalová
  - poměrová
- Speciální (expertní) stupnice a škály
  - Likertova stupnice,
  - sémantická diferenční stupnice,
  - numerická hodnotící stupnice,
  - pořadová stupnice, apod

# Nominální stupnice

- založena na operaci shody či neshody (rozdílu), která je vymezena binární logickou hodnotou 1 (shoda), resp. 0 (neshoda).
- Nedostatkem hodnocení
  - není měřena preference jednotlivých kritérií ani nejsou uvažovány váhy jednotlivých kritérií, přičemž nelze předpokládat, že by tyto váhy byly identické.

# Příklad

- *Pro hodnocení tří variant projektů $a_1$, $a_2$, $a_3$ skladu nebezpečných odpadů byly zvoleny následující kritéria:*
  *$k_1$ kapacita nad 1 tunu NO,*
  *$k_2$ dvojité dno,*
  *$k_3$ manipulační prostředky,*
  *$k_4$ mechanická váha,*
  *$k_5$ nádoby pro více než 10 různých druhů NO.*
  *Hodnocení jednotlivých projektů pomocí binární stupnice je v následující kriteriální matici:*

$$Y = \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad Y = \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

.

# Ordinální stupnice

- částečně překonávají výše uvedené slabiny
- uspořádávají kritéria od nejvíce důležitého po nejméně důležité.
- Používají se:
  - **klasifikační stupnice**, která jednotlivá kritéria hodnotí pomocí známkování (např. 1 – 5, kde 1 = nejlepší hodnota a 5 = nejhorší hodnota)
  - **bodovací stupnice**, která jednotlivá kritéria ohodnocuje v rámci dané škály (např. 1 – 10, kde 1 = nejhorší hodnota, 10 = nejlepší hodnota).
- Hodnoty kritérií však vypovídají pouze o pořadí kritérií, nikoli o intenzitě preferencí.

# Příklad

***Na základě expertního posudku je třeba zvolit vhodnou lokalitu pro výstavbu vodní větrné elektrárny. Tato lokalita bude vybrána podle čtyř kritérií.***

***k1** **Počet pracovních sil, které budou nutné k provozu elektrárny - max***

***k2** **Celkový objem (v MW) - max***

***k3** **Investiční náklady na výstavbu (v mil. Kč) - min***

***k4** **Stupeň spolehlivosti provozu dle 10 stupňové stupnice (tedy minimalizace negativních důsledků pro obyvatelstvo) - max***

***Krajskému úřadu se přihlásily 4 projekty, které byly ohodnoceny podle uvedených kritérií. Proveďte hodnocení a výběr metodou váženého součtu. Hodnocení expertů vidíte v kriteriální matici:***

$$\begin{pmatrix} 3 & 33 & 11 & 9 \\ 2 & 28 & 8{,}5 & 10 \\ 3 & 43 & 14{,}5 & 10 \\ 1 & 39 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

# Příklad

Ohodnoťte tyto projekty podle bodovací stupnice ve škále 1-100

$$\begin{pmatrix} 3 & 33 & 11 & 9 \\ 2 & 28 & 8{,}5 & 10 \\ 3 & 43 & 14{,}5 & 10 \\ 1 & 39 & 8 & 9 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 100 & 77 & 73 & 90 \\ 67 & 65 & 94 & 100 \\ 100 & 100 & 55 & 100 \\ 33 & 91 & 100 & 90 \end{pmatrix}$$

Celkové ohodnocení projektů

340, 326, 355, 314 – pořadí $a_3$, $a_1$, $a_2$, $a_4$

# Příklad

Ohodnoťte tyto projekty podle klasifikační stupnice ve škále 1-4

$$\begin{pmatrix} 3 & 33 & 11 & 9 \\ 2 & 28 & 8,5 & 10 \\ 3 & 43 & 14,5 & 10 \\ 1 & 39 & 8 & 9 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Celkové ohodnocení projektů

9, 9, 7, 8 – pořadí $a_3$, $a_4$, $a_2$ a zároveň $a_1$

# Kardinální číselná stupnice

- **stupnice intervalová**,
  - pro posuzování projektů jsou zvolena kvantitativní kritéria.
  - Jako základní operace jsou používány shoda (=) a různost (<>).
  - V intervalové stupnici určujeme měřící jednotky a počátek.
- **stupnice poměrová**,
  - počátek měřené vlastnosti je dán přirozeným počátkem měřené veličiny.

# Likertova stupnice

- V případě, že kritéria nelze kvantifikovat, je možné použít přístup zohledňující „Fuzzy“ matematický přístup. Ten reprezentuje např. tzv. Likertova stupnice

| **Hodnota** | **Hodnocení** |
|---|---|
| 1 | vůbec nesouhlasím |
| 2 | nesouhlasím |
| 3 | ani souhlas, ani nesouhlas |
| 4 | souhlasím |
| 5 | zcela souhlasím |

# Výhody a nedostatky stupnic a škál

- K jejich výhodám patří poměrně relativní jednoduchost při hodnocení alternativ.
- K nevýhodám patří, že tyto postupy nerozlišují  mezi důležitostí jednotlivých kritérií. Snad jen při použití intervalové stupnice můžeme z rozdílu hodnot mezi dvěma alternativami usuzovat na velikost preference.

# Vyjádření preferencí mezi kritérii

- Informace o důležitosti kritérií může být vyjádřena ve tvaru:
  - aspiračních úrovní kritérií, tj. hodnot požadovaných pro akceptovaní rozhodnutí
    - = nejnižší hodnoty, kterých by v nejhorším případě měla varianta hodnocená podle jednotlivých kritérií dosáhnout. Varianty které dosáhnou alespoň požadované aspirační úrovně se nazývají akceptovatelné varianty, ostatní varianty jsou neakceptovatelné.
  - v ordinální formě pořadím důležitosti kritérií,
    - Stupnice a škály
  - v kardinální podobě pomocí vah kritérií.

# Váhy

- důležitosti jednotlivých kritérií vyjadřujeme pomocí vektoru vah kritérií *v* (přičemž platí, že čím je kritérium významnější (resp. důležitější), tím je i jeho váha větší):

$$v = (v_1, v_2, \ldots, v_k)\ , \qquad \sum_{i=1}^{k} {}_i = 1\ ,\ v_i \geq 0$$

# Metody stanovení vah

- Metoda pořadí
- Bodovací metoda
- Metoda párového srovnávání kritérií (Fullerova trojúhelníku)
- Saatyho metoda

# Metoda pořadí

- vyžaduje od hodnotitele pouze uspořádání kritérií podle důležitosti.
- nejdůležitějšímu kritériu je přiřazena hodnota *k* (*k* je počet kritérií), druhému kritériu *k*-1 a nejméně důležitému 1.
- Označíme-li hodnotu přiřazenou *i*-tému kritériu symbolem *pi*, potom lze odhad váhy tohoto kritéria získat pomocí následujícího vztahu (1):

$$v_i = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{k} p_i}$$ kde $$\sum_{i=1}^{k} p_i = \frac{k(k+1)}{2}$$

# Metoda pořadí

- U projektu nákupu nových aut zvažujeme 3 kritéria, kterým přiřadíme hodnoty dle důlžitosti
  - $k_1$ Cena $p_1 = 3$
  - $k_2$ Rychlost $p_2 = 1$
  - $k_3$ Spotřeba $p_3 = 2$
- Dle metody pořadí stanovíme váhy

$$v_1 = \frac{3}{6}, v_2 = \frac{1}{6}, v_3 = \frac{2}{6}$$

kde

$$\sum_{i=1}^{3} p_i = \frac{3(3+1)}{2} = 6$$

# Bodovací metoda

- vychází z kvantitativního ohodnocení důležitosti kritérií pomocí bodovací stupnice (např. od 1 do 10)
- čím je kritérium pro rozhodovatele důležitější, tím bude jeho bodové ohodnocení vyšší
- Označíme-li bodové ohodnocení *i*-tého kritéria symbolem *pi*, potom lze odhad vah kritérií získat podle vztahu (1):

$$v_i = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^{k} p_i}$$

kde

$$\sum_{i=1}^{k} p_i = \frac{k(k+1)}{2}$$

# Klasifikace vícekriteriálních metod

- Fiala
  - metody s informací o aspiračních úrovních kritérií,
  - metody s ordinální informací o kritériích,
  - metody s kardinální informací o kritériích.
- My budeme používat
  - metody založené na dílčím hodnocení variant,
  - metody založené na párovém srovnávání variant.

# Klasifikace metod dílčího hodnocení

- zaleží, zda důsledky variant hodnotíme vzhledem ke kvalitativním či kvantitativním kritériím
- Metody hodnocení na základě kvalitativních kritérií
  - Bodovací metoda
- Metody hodnocení na základě kvalitativních kritérií
  - Metoda váženého součtu

# Bodovací metoda

- Při této metodě hodnotitel přiřadí jednotlivé variantě určitý počet bodů ze zvolené stupnice vzhledem k daným kritériím
- Čím lépe je daná varianta hodnocena, tím vyšší je její bodové ohodnocení vzhledem k tomuto kritériu.
- Počet stupňů bodové stupnice závisí na rozlišovací schopnosti hodnotitele, která nemusí být pro všechna kritéria stejná.

# Přiřazení bodů

- Maximální (resp. minimální) počet bodů přiřazený nejlepší (resp. nejhorší) hodnotě kritéria však musí být pro všechna kritéria stejný.
- Nevylučuje se případ, kdy při hodnocení podle některého z kritérií žádná varianta nedosáhne tento extrémní počet bodů.

# Výpočet

$$h_i = \sum_{j=1}^{k} v_j y_{ij} ,$$

kde

$h_i$ je ohodnocení i-té varianty, $i$ = 1, 2, …, $n$ ,
$y_{ij}$ jsou hodnoty kriteriální matice Y,
$v_j$ je normovaná váha j-tého kritéria, $j$ = 1,2, …, $k$

- varianty $a_i$ se seřadí tak, že čím je větší hodnota $h_i$, tím více je $i$-tá varianta preferována.

# Zhodnocení bodovací metody

- patří mezi nejjednodušší metody vícekriteriálního hodnocení
- rozlišuje mezi důležitostí kritérií
- vhodná pro hodnocení téměř všech veřejných projektů
- lze ji doporučit pro hodnocení vzájemně se vylučujících i vzájemně se nevylučujících veřejných projektů
- zvláště vhodná je pro hodnocení veřejných projektů na základě **kvalitativních kritérií**.

# Příklad bodovací metoda

*V rámci OP Infrastruktura posuzujeme čtyři projekty v různých lokalitách. Tyto projekty označíme $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$, takže množina rozhodovacích variant je $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Vhodnost projektů (lokalit) se hodnotí podle následujících pěti kritérií:*

$k_1$ *vliv na zaměstnanost*
$k_2$ *přínos pro životní prostředí*
$k_3$ *kvalita technologie*
$k_4$ *cena*

*Experti přiřadili jednotlivým projektům body od 1 – 10 podle zvolených kritérií. Hodnocení jsou zřejmé z následující kriteriální matice:*

# Kriteriální matice

$$Y = \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array} \begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 6 \\ 9 & 7 & 6 & 7 \\ 8 & 5 & 8 & 4 \\ 9 & 6 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

# Váhy

- Kritériím byly přiřazeny následující váhy

$w_1 = 0{,}2$

$w_2 = 0{,}25$

$k_3 = 0{,}2$

$k_4 = 0{,}35$

# Bodovací metoda

- Vyřešte pomocí bodovací metody

$$h_i = \sum_{j=1}^{k} v_j y_{ij} \ ,$$

# Metoda váženého součtu

angl. Weight Sum Approach - WSA,

- známá též pod názvem metoda vážených dílčích pořadí,
- vychází z principu maximalizace užitku, ale předpokládá pouze lineární funkci užitku

# Postup výpočtu

- Vytvoří se normalizovaná kriteriální matice *R* = (*rij*), jejíž prvky získáme z kriteriální matice *Y* a jejích řádků odpovídajícím ideální (*I*) a bazální (*B*) variantě pomocí transformačního vzorce:

$$r_{ij} = \frac{y_{ij} - B_j}{I_j - B_j}$$

- Tato matice již představuje matici hodnot užitku i-té varianty podle j-tého kritéria

# Normalizovaná kriteriální matice

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & . & . & . & r_{1k} \\ r_{21} & r_{22} & & & & r_{2k} \\ . & & . & & & . \\ . & & & . & & . \\ . & & & & . & . \\ r_{n1} & r_{n2} & . & . & . & r_{nk} \end{pmatrix}$$

# Užitek i-té varianty

- Při použití aditivní funkce užitku je potom užitek varianty $a_i$ roven:

$$u(a_i) = \sum_{j=1}^{k} v_j r_{ij}, \qquad i = 1, \ldots, n$$

- Varianta, která dosáhne maximální hodnoty užitku je pak vybrána jako „nejlepší“, nebo jsou projekty jsou seřazeny na základě klesající hodnoty funkce užitku.

# Příklad metoda váženého součtu

*Na základě expertního posudku je třeba zvolit vhodnou lokalitu pro výstavbu vodní elektrárny. Tato lokalita bude vybrána podle šesti kritérií.*

$k_1$ *Počet pracovních sil, které budou nutné k provozu elektrárny*

$k_2$ *Celkový objem (v MW)*

$k_3$ *Investiční náklady na výstavbu (v mld. Kč)*

$k_4$ *Celkové provozní náklady (v mil Kč)*

$k_5$ *Náklady na ŽP (v mil Kč)*

$k_6$ *Stupeň spolehlivosti provozu dle 10 stupňové stupnice (tedy minimalizace negativních důsledků pro obyvatelstvo)*

# Kriteriální matice

$$Y = \begin{pmatrix} 65 & 90 & 6 & 5{,}4 & 8 & 5 \\ 50 & 55 & 2 & 9{,}7 & 1 & 2 \\ 68 & 58 & 4 & 7{,}2 & 4 & 7 \\ 35 & 75 & 10 & 7{,}5 & 7 & 10 \\ 42 & 72 & 6 & 2{,}0 & 4 & 8 \\ 70 & 95 & 7 & 3{,}6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

# Převedení minimalizačních kritérií na maximalizační

$$Y' = \begin{pmatrix} 65 & 90 & 4 & 4{,}3 & 0 & 5 \\ 50 & 55 & 8 & 0{,}0 & 7 & 2 \\ 68 & 58 & 6 & 2{,}5 & 4 & 7 \\ 35 & 75 & 0 & 2{,}2 & 1 & 10 \\ 42 & 72 & 4 & 7{,}7 & 4 & 8 \\ 70 & 95 & 3 & 6{,}1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

# Stanovení vah

$w_1 = 0{,}111$

$w_2 = 0{,}175$

$w_3 = 0{,}286$

$w_4 = 0{,}206$

$w_5 = 0{,}111$

$w_6 = 0{,}1111$

# Ideální a bazální varianta

*ideální varianta*:

*I = (70; 95; 8; 7,7; 7; 10)*

*bazální varianta*

*B = (35; 55; 0; 0,0; 0; 2).*

# Normalizovaná kriteriální matice

- *Pomocí transformačního vzorce vytvoříme normalizovanou kriteriální matici R.*

$$r_{ij} = \frac{y_{ij} - B_j}{I_j - B_j}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0{,}86 & 0{,}87 & 0{,}50 & 0{,}56 & 0{,}00 & 0{,}38 \\ 0{,}43 & 0{,}00 & 1{,}00 & 0{,}00 & 1{,}00 & 0{,}00 \\ 0{,}94 & 0{,}08 & 0{,}75 & 0{,}32 & 0{,}57 & 0{,}63 \\ 0{,}00 & 0{,}50 & 0{,}00 & 0{,}29 & 0{,}14 & 1{,}00 \\ 0{,}20 & 0{,}43 & 0{,}50 & 1{,}00 & 0{,}57 & 0{,}75 \\ 1{,}00 & 1{,}00 & 0{,}38 & 0{,}79 & 0{,}29 & 0{,}50 \end{pmatrix}$$

# Dílčí hodnoty užitku

- *Pomocí vzorce vypočteme dílčí hodnoty funkce užitku jednotlivých variant*

$$u(a_i) = \sum_{j=1}^{k} v_j r_{ij},$$

$u(a_1) = 0{,}548$ $\quad$ $u(a_2) = 0{,}443$

$u(a_3) = 0{,}532$ $\quad$ $u(a_4) = 0{,}274$

$u(a_5) = 0{,}593$ $\quad$ $u(a_6) = 0{,}645$

# Řešení

- *Na základě metody váženého součtu byly vypočteny hodnoty dílčích funkcí užitku.*
- *Usporářádáním variant podle hodnot užitku dostáváme pořadí variant:*
  - $a_6, a_5, a_1, a_3, a_2, a_4$.
- *Maximální hodnoty užitku dosahuje varianta $a_6$ a je vybrána jako nejlepší.*

# Metody párového srovnání variant

- Lexikografická metoda
- Metoda AHP
- Metody třídy ELECTRE

# Hlavní rozdíl

- nezískáme číselné celkové ohodnocení jednotlivých variant, ale výsledkem je pouze rozklad souboru hodnocených variant na několik indiferenčních tříd a preferenční uspořádání těchto tříd
  - varianty obsažené v každé indiferenční třídě lze považovat za varianty rovnocenné z hlediska celého souboru kritérií.

# Společný rys

- základní informace pro stanovení preferenčního uspořádání variant tvoří výsledky párového srovnávání těchto variant vzhledem k jednotlivým kritériím hodnocení.

# Lexikografická metoda

- Jednodušší metoda vícekriteriální analýzy.
- Postupně hodnotí varianty podle jednotlivých kritérií v pořadí jejich důležitosti.

# Postup metody

**Krok 1**

Uspořádání kritérií podle důležitosti od nejdůležitějšího po nejméně důležité $k_1$, $k_2$, …, $k_k$,

**Krok 2**

Metoda vybírá z množiny variant *A*, podmnožinu *A*(1), jejímiž prvky jsou varianty *ai*, které dosahují maximální hodnoty podle nejvýznamnějšího kritéria $k_1$.

**Krok 3**

Dále z množiny variant *A*(1) následně vybíráme podmnožinu variant *A*(2), jejímiž prvky jsou varianty $a_j$, které dosahují maximální hodnoty podle druhého nejvýznamnějšího kritéria $k_2$ na množině variant *A*(1), atd.

# Výpočet

Proces výběru variant končí:

- když některá podmnožina $A(i)$, $i = 1, 2, \ldots, k$, je jednoprvková, potom je tato varianta považována za optimální.
- když se projde všemi kritérii $k_1, k_2, \ldots, k_k$, a podmnožina $A(k)$ obsahuje více variant, které jsou z hlediska uvažovaných kritérií rovnocenné. Potom se podle nějakého dodatečného kritéria vybere jedna z nich jako kompromisní varianta.

# Využití lexikografické metody

- Ve veřejné správě
  - Ministerstva
  - Obecní úřady atd.

# Zhodnocení lexikografické metody

- často využívaná kvůli své jednoduchosti
- Řada nevýhod.
- Hlavní nevýhoda
  - při hodnocení se současně nepřihlíží k dosaženým hodnotám podle dalších kritérií.
- Aby byla použitelná, nesmí existovat žádná vzájemná závislost mezi různými etapami volby, tedy žádné kritérium nesmí reagovat na utřídění získaná jinými kritérii!!!!

# Příklad - Lexikografická metoda

- *Na základě expertního posudku je třeba zvolit vhodnou lokalitu pro výstavbu elektrárny na zpracování bioodpadů, které vznikají v zařízeních veřejného stravování (restaurace, hotely, jídelny, menzy, školní kuchyně) a podle nového nařízení EU se nesmí dále zpracovávat na masokostní moučku v kafilériích. Tato lokalita bude vybrána podle šesti kritérií.*

# Kritéria

$k_1$ *Počet pracovních sil, které budou nutné k provozu bioelektrárny*

$k_2$ *Celkový objem (v MW)*

$k_3$ *Investiční náklady na výstavbu (v mld. Kč)*

$k_4$ *Provozní náklady na provoz (v mil Kč)*

$k_5$ *Přepravní náklady na svoz bioodpadů (v mil Kč)*

$k_6$ *Stupeň spolehlivosti provozu dle 10 stupňové stupnice (tedy minimalizace negativních důsledků pro obyvatelstvo)*

# Kriteriální matice

$$Y = \begin{pmatrix} 60 & 90 & 6 & 5{,}4 & 8 & 10 \\ 50 & 55 & 7 & 10{,}6 & 3 & 2 \\ 68 & 58 & 6 & 7{,}2 & 4 & 7 \\ 35 & 75 & 10 & 7{,}5 & 7 & 10 \\ 42 & 72 & 6 & 1{,}8 & 4 & 8 \\ 80 & 100 & 7 & 3{,}6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

# Seřazení kritérií podle důležitosti

| | |
|---|---|
| $k_3$ | *Investiční náklady na výstavbu (v mld. Kč) – max 7 mld Kč.* |
| $k_6$ | *Stupeň spolehlivosti provozu dle 10 stupňové stupnice (tedy minimalizace negativních důsledků pro obyvatelstvo) – min 7* |
| $k_2$ | *Celkový objem (v MW) – min 70 MW* |
| $k_1$ | *Počet pracovních sil, které budou nutné k provozu bioelektrárny – min 40 osob* |
| $k_4$ | *Provozní náklady na provoz (v mil Kč) – max 5 mil.* |
| $k_5$ | *Přepravní náklady na svoz bioodpadů (v mil Kč) - max 8 mil. Kč* |

# Množina A1

- Zde je první výběr podle nejdůležitějšího kritéria

$$A_1 = \{a_1, a_2, a_3, a_5, a_6\}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 60 & 90 & 6 & 5{,}4 & 8 & 10 \\ 50 & 55 & 7 & 10{,}6 & 3 & 2 \\ 68 & 58 & 6 & 7{,}2 & 4 & 7 \\ 35 & 75 & 10 & 7{,}5 & 7 & 10 \\ 42 & 72 & 6 & 1{,}8 & 4 & 8 \\ 80 & 100 & 7 & 3{,}6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

# Množina A2 a A3

- Zde je výběr podle druhého nejdůležitějšího kritéria

$$A_2 = \{a_1, a_3, a_5\}$$

- A následně podle třetího nejdůležitějšího kritéria

$$A_3 = \{a_1, a_5\}$$

# Další postup a řešení

- Podle dalšího kritéria se nám množina nezmění, tedy

$$A_4 = \{a_1, a_5\}$$

- Podle dalšího kritéria je již množina jednoprvková

$$A_5 = \{a_5\}$$

# Příklad č. 4

*Město pro vybudování skládky komunálního odpadu obdrželo čtyři projekty v různých lokalitách. Tyto projekty označíme $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$, takže množina rozhodovacích variant je $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Vhodnost projektů (lokalit) se hodnotí podle následujících pěti kritérií:*

$k_1$ *rozloha půdy, kterou bude nutné vykoupit (v hektarech)*

$k_2$ *investiční náklady (v mil. Kč)*

$k_3$ *negativní důsledky pro obyvatelstvo (ve stupnici 1=velmi negativní, 2=značné, 3=znatelné, 4=nepatrné)*

$k_4$ *negativní vlivy na vodní hospodářství (ve stejné stupnici jako u kritéria* $k_3$

$k_5$ *doba předpokládaného provozu (v letech životnosti)*

*Údaje o jednotlivých projektech podle zvolených kritérií jsou zřejmé z následující kriteriální matice:*

# Kriteriální matice

$$Y = \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array} \begin{pmatrix} 6{,}0 & 1{,}2 & 4 & 2 & 6{,}0 \\ 11{,}2 & 14{,}0 & 2 & 2 & 4{,}5 \\ 1{,}9 & 4{,}8 & 2 & 4 & 7{,}5 \\ 6{,}4 & 13{,}4 & 2 & 2 & 4{,}5 \end{pmatrix}$$

# Převod minimalizačních kritérií na maximalizační

- *V uvedené kriteriální matici jsou kritéria $k_1$ a $k_2$ stanovena jako minimalizační. Proto zavedeme pro $k_1$ a $k_2$ nové stupnice. Kdy kritérium k1 vyjádříme ve formě úspory půdy ve srovnání s nejhorší variantou a kritérium $k_2$ ve stupnici udávající úspory na investičních nákladech ve srovnání s nejhorší variantou. Dostáváme pak upravenou kriteriální matici Y´:*

# Nová kriteriální matice Y´

$$Y' = \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{array} \begin{pmatrix} 5,2 & 12,8 & 4 & 2 & 6,0 \\ 0,0 & 0,0 & 2 & 2 & 4,5 \\ 9,3 & 9,2 & 2 & 4 & 7,5 \\ 4,8 & 0,6 & 2 & 2 & 4,5 \end{pmatrix}$$

- *Podle údajů v této matici varianta $a_1$ dominuje $a_2$ a $a_4$, varianta $a_3$ dominuje $a_2$ a $a_4$. Varianty $a_1$ a $a_3$ jsou vzájemně nedominované, podobně jako $a_2$ a $a_4$. Úplným řešením je v tomto případě $D = \{a_1, a_3\}$.*