

Kapitola 10.: Úvod do analýzy časových řad

Cíl kapitoly

Po prostudování této kapitoly budete umět

- očistit časovou řadu od důsledků kalendářních variací
- graficky znázornit okamžikovou i intervalovou časovou řadu
- vypočítat popisné a dynamické charakteristiky časové řady
- odhadnout trend časové řady pomocí klouzavých průměrů

Časová zátěž

Na prostudování této kapitoly a splnění úkolů s ní spojených budete potřebovat asi 12 hodin studia.

10.1. Motivace

Při analýze časových řad chceme získat představu o charakteru procesu, který tato řada reprezentuje. Průběh časové řady graficky znázorňujeme pomocí spojnicového resp. sloupkového diagramu. K jejímu popisu používáme různé charakteristiky, a to jak statické tak dynamické.

K modelování časových řad slouží celá řada metod, např. dekompoziční metoda, Boxova – Jenkinsonova metodologie, lineární dynamické modely, spektrální analýza časových řad. Zde se omezíme na speciální případ dekompoziční metody, kdy pomocí klouzavých průměrů odhadneme trend časové řady.

10.2. Základní pojmy

10.2.1. Pojem časové řady

Časovou řadou rozumíme řadu hodnot y_{t_1}, \dots, y_{t_n} určitého ukazatele uspořádanou podle přirozené časové posloupnosti $t_1 < \dots < t_n$. Jsou-li časové intervaly $(t_1, t_2), \dots, (t_{n-1}, t_n)$ stejně dlouhé (ekvidistantní), zjednodušeně zapisujeme časovou řadu jako y_1, \dots, y_n . Přitom ukazatel je veličina, která charakterizuje nějaký sociálně ekonomický jev v určitém prostoru a v určitém čase (okamžiku či intervalu).

10.2.2. Druhy časových řad

a) Časová řada okamžiková: příslušný ukazatel udává, kolik jevů existuje v daném časovém okamžiku (např. počet obyvatelstva k určitému dnu).

b) Časová řada intervalová: příslušný ukazatel udává, kolik jevů vzniklo či zaniklo v určitém časovém intervalu (např. počet sňatků během roku). Nejsou-li jednotlivé časové intervaly ekvidistantní, musíme provést očištění časové řady od důsledků kalendářních variací.

10.2.3. Příklad: Máme k dispozici údaje o tržbě obchodní organizace (v tis. Kč) v jednotlivých měsících roku 1995: 2400, 2134, 2407, 2445, 2894, 3354, 3515, 3515, 3225, 3063, 2694, 2600. Vypočtete očištěné údaje.

Řešení: Průměrná délka měsíce je $365/12$ dne. Očištěná hodnota pro leden je tedy

$$y_1^{(o)} = 2400 \cdot \frac{365}{12 \cdot 31} = 2354,84, \text{ pro únor } y_2^{(o)} = 2134 \cdot \frac{365}{12 \cdot 28} = 2318,18. \text{ Pro ostatní měsíce}$$

analogicky dostaneme 2361,71; 2478,96; 2839,54; 3400,58, 3448,86; 3448,86; 3269,79; 3005,36; 2731,42; 2551,08.

Výpočet pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme nový datový soubor o třech proměnných: trzba, dm (délky jednotlivých měsíců) a ot (očistěná tržba) a 12 případech. Do proměnné trzba zapíšeme zjištěné hodnoty. Do proměnné dm vložíme délky jednotlivých měsíců, tj. 31, 28, 30, ..., 31. Do Dlouhého jména proměnné ot napíšeme $=\text{trzba} \cdot 365 / (12 \cdot \text{dm})$.

	1 trzba	2 dm	3 ot
1	2400	31	2354,839
2	2134	28	2318,185
3	2407	31	2361,707
4	2445	30	2478,958
5	2894	31	2839,543
6	3354	30	3400,583
7	3515	31	3448,858
8	3515	31	3448,858
9	3225	30	3269,792
10	3063	31	3005,363
11	2694	30	2731,417
12	2600	31	2551,075

10.2.4. Grafické znázornění časové řady

a) Okamžikovou časovou řadu graficky znázorňujeme pomocí spojnicového diagramu. Na vodorovnou osu vynášíme časové okamžiky t_1, \dots, t_n , na svislou osu odpovídající hodnoty y_1, \dots, y_n . Dvojice bodů (t_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ spojíme úsečkami.

10.2.5. Příklad

Časová řada obsahuje údaje o počtu zaměstnanců určité akciové společnosti v letech 1999 – 2006 vždy k 31.12.

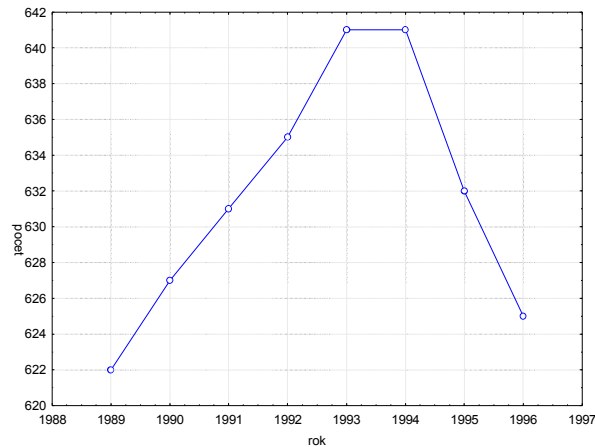
1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
622	627	631	635	641	641	632	625

Znázorněte tuto časovou řadu graficky.

Řešení pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme datový soubor o dvou proměnných nazvaných rok a počet a 8 případech.

Grafy – Bodové grafy – odškrtneme Lineární proložení – Proměnné X – rok, Y – počet – OK – OK. 2x klikneme na pozadí grafu – vybereme Graf: obecné – zaškrtneme Spojnice – OK.



b) Intervalovou časovou řadu nejčastěji znázorňujeme sloupcovým diagramem. Je to soustava obdélníků, kde šířka obdélníku je rovna délce intervalu a výška odpovídá hodnotě ukazatele v daném intervalu. Ke znázornění intervalové časové řady lze použít i spojnicový diagram, přičemž na vodorovnou osu vynášíme středy příslušných intervalů.

10.2.6. Příklad

Máme k dispozici údaje o produkci určitého podniku (v tisících výrobků) v letech 1991-1996.

1991	1992	1993	1994	1995	1996
114	106	107	102	116	137

Znázorněte tuto časovou řadu graficky.

Řešení pomocí systému STATISTICA:

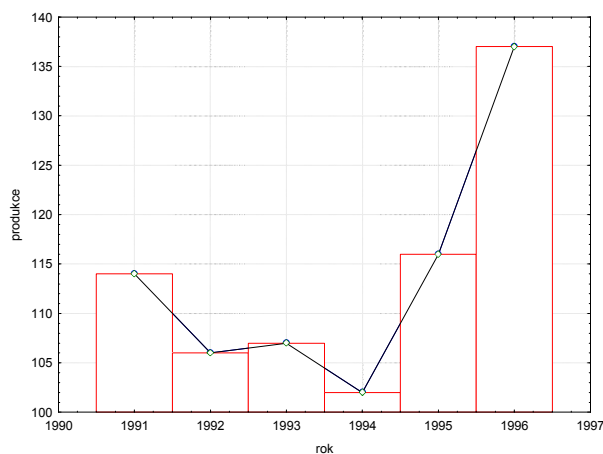
Vytvoříme datový soubor o dvou proměnných nazvaných rok a produkce a 6 případech.

Grafy – Bodové grafy – odškrtneme Lineární proložení – Proměnné X – rok, Y – produkce –

OK – OK. 2x klikneme na pozadí grafu – vybereme Graf: obecné – zaškrtneme Spojnice –

Přidat nový graf – typ Sloupcový graf – OK. Do sloupců označených jako Nový1, Nový2

okopírujeme hodnoty proměnných rok a produkce. Ve Všech možnostech: Sloupce upravíme šířku sloupce na 1.



10.3. Popisné charakteristiky časových řad

10.3.1. Průměr okamžikové časové řady

Nejprve vypočteme průměry pro jednotlivé dílčí intervaly (t_1, t_2) , (t_2, t_3) , ..., (t_{n-1}, t_n) :

$\frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}, \dots, \frac{y_{n-1} + y_n}{2}$. Jsou-li všechny tyto intervaly stejně dlouhé, vypočteme prostý chronologický průměr okamžikové časové řady:

$$\bar{y} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n \frac{y_{i-1} + y_i}{2} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{y_1}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i + \frac{y_n}{2} \right).$$

Nemají-li intervaly stejnou délku, vypočteme $d_i = t_i - t_{i-1}$, $i = 2, \dots, n$ a použijeme vážený chronologický průměr okamžikové časové řady:

$$\bar{y} = \frac{1}{\sum_{i=2}^n d_i} \sum_{i=2}^n \frac{y_{i-1} + y_i}{2} \cdot d_i.$$

10.3.2. Příklad

Časová řada vyjadřuje počet obyvatelstva ČR (v tisících) v letech 1989 až 2008 vždy ke dni 31.12.

rok	počet obyvatel	rok	počet obyvatel
1989	10362,102	1999	10278,098
1990	10364,124	2000	10266,546
1991	10312,548	2001	10206,436
1992	10325,697	2002	10203,269
1993	10334,013	2003	10211,455
1994	10333,161	2004	10220,577
1995	10321,344	2005	10251,079
1996	10309,137	2006	10287,189
1997	10299,125	2007	10381,13
1998	10289,621	2008	10467,542

Charakterizujte tuto časovou řadu chronologickým průměrem.

Řešení: $\bar{y} = \frac{1}{19} \left(\frac{10362,102}{2} + 10364,124 + \dots + 10381,13 + \frac{10467,542}{2} \right) = 10295,23.$

Výpočet pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme datový soubor o 21 proměnných a jednom případě. Do prvních 20 proměnných vložíme zjištěné hodnoty, do Dlouhého jména poslední proměnné napíšeme

$= (v1/2 + \text{sum}(v2:v19) + v20/2) / 19$

Dostaneme výsledek 10 295,23.

10.3.3. Průměr intervalové časové řady

Průměr intervalové časové řady počítáme podle vzorce $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$

10.3.4. Příklad

Vypočtete průměrnou hodnotu roční časové řady HDP ČR (v miliardách Kč) v letech 1995 až 2008.

1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
1466,5	1683,3	1811,1	1996,5	2080,8	2189,2	2352,2	2464,4	2577,1	2814,8	2983,9	3222,4	3535,5	3689

$$\text{Řešení: } \bar{y} = \frac{1}{14}(1466,5 + \dots + 3689) = 2490,5.$$

Výpočet pomocí systému STATISTICA:

Použijeme Popisné statistiky z nabídky Základní statistiky/tabulky.

10.4. Dynamické charakteristiky časových řad

10.4.1. Absolutní přírůstky

1. diference: $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}, i = 2, \dots, n$

2. diference: $\Delta^{(2)} y_i = \Delta y_i - \Delta y_{i-1} = y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}, i = 3, \dots, n$

atd.

(Diferencování má velký význam při odhadu trendu časové řady regresními metodami.)

$$\text{Průměrný absolutní přírůstek: } \bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=2}^n \Delta y_i}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

10.4.2. Relativní přírůstek

$$\delta_i = \frac{\Delta y_i}{y_{i-1}}, i = 2, \dots, n$$

(Relativní přírůstek po vynásobení 100 udává, o kolik procent se změnila hodnota v čase t_i oproti čase t_{i-1} .)

10.4.3. Koeficient růstu (tempo růstu)

$$k_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}, i = 2, \dots, n$$

(Koeficient růstu po vynásobení 100 udává, na kolik procent hodnoty v čase t_{i-1} vzrostla či poklesla hodnota v čase t_i .)

10.4.4. Průměrný koeficient růstu

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

10.4.5. Průměrný relativní přírůstek

$$\bar{\delta} = \bar{k} - 1$$

10.4.6. Příklad

Pro časovou řadu HDP ČR v letech 1995 až 2008 (v miliardách Kč) vypočtete základní charakteristiky dynamiky a graficky znázorněte relativní přírůstky a koeficienty růstu.

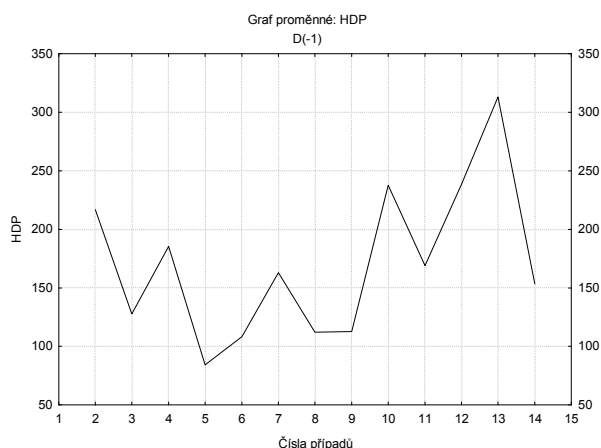
rok	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
HDP	1466,5	1683,3	1811,1	1996,5	2080,8	2189,2	2352,2	2464,4	2577,1	2814,8	2983,9	3222,4	3535,5	3689

Výpočet pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme nový datový soubor o 2 proměnných a 14 případech. První proměnnou nazveme ROK, druhou HDP.

Výpočet 1. diferencí: $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}$ pro $i = 2, \dots, n$

Statistiky – Pokročilé lineární/nelineární modely – Časové řady/predikce – Proměnné HDP – OK – OK (transformace, autokorelace, kříž. korelace, grafy) – Oddělit-sloučit - OK (transformovat vybrané řady) – vykreslí se graf.



Vrátíme se do Transformace proměnných – Uložit proměnné. Otevře se nové datové okno, kde v proměnné HDP_1 jsou uloženy 1. diference.

	HDP	HDP_1
1	1466,5	
2	1683,3	216,8
3	1811,1	127,8
4	1996,5	185,4
5	2080,8	84,3
6	2189,2	108,4
7	2352,2	163,0
8	2464,4	112,2
9	2577,1	112,7
10	2814,8	237,7
11	2983,9	169,1
12	3222,4	238,5
13	3535,5	313,1
14	3689,0	153,5

Výpočet relativních přírůstků: $\delta_i = \frac{\Delta y_i}{y_{i-1}}$ pro $i = 2, \dots, n$

Vrátíme se do Transformace proměnných – označíme proměnnou, kterou chceme transformovat (HDP) – vybereme Posun – OK, (Transformovat vybrané řady) – vykreslí se graf.

Vrátíme se do Transformace proměnných – Uložit proměnné. Tato transformovaná veličina se uloží do tabulky pod názvem HDP_1 (proměnná s 1. diferencemi se přejmenuje na HDP_2).

Přidáme novou proměnnou RP a do jejího Dlouhého jména napíšeme vzorec =HDP_2/HDP_1.

Výpočet koeficientů růstu: $k_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ pro $i = 2, \dots, n$

Do tabulky přidáme proměnnou KR a do jejího Dlouhého jména napíšeme vzorec =HDP/HDP_1.

Získáme tabulku

	HDP	HDP_2	HDP_1	RP	KR
1	1466,5				
2	1683,3	216,8	1466,5	0,1478	1,1478
3	1811,1	127,8	1683,3	0,0759	1,0759
4	1996,5	185,4	1811,1	0,1024	1,1024
5	2080,8	84,3	1996,5	0,0422	1,0422
6	2189,2	108,4	2080,8	0,0521	1,0521
7	2352,2	163,0	2189,2	0,0745	1,0745
8	2464,4	112,2	2352,2	0,0477	1,0477
9	2577,1	112,7	2464,4	0,0457	1,0457
10	2814,8	237,7	2577,1	0,0922	1,0922
11	2983,9	169,1	2814,8	0,0601	1,0601
12	3222,4	238,5	2983,9	0,0799	1,0799
13	3535,5	313,1	3222,4	0,0972	1,0972
14	3689,0	153,5	3535,5	0,0434	1,0434
15			3689,0		

Průměrný absolutní přírůstek: $\bar{\Delta} = \frac{3689 - 1466,5}{14} = 158,75$, tzn., že v období 1995 – 2008

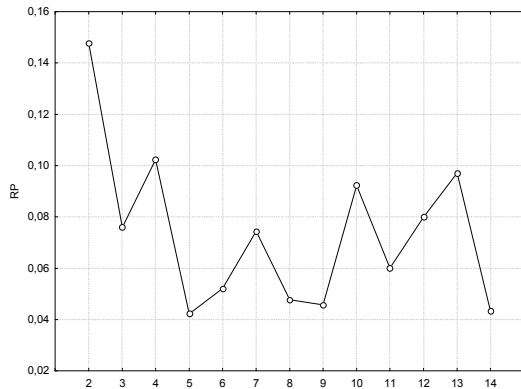
rostl HDP průměrně o 158,75 miliard Kč ročně.

Průměrný koeficient růstu: $\bar{k} = \sqrt[14]{\frac{3689}{1466,5}} = 1,068$, tzn., že v období 1995 – 2008 rostl HDP

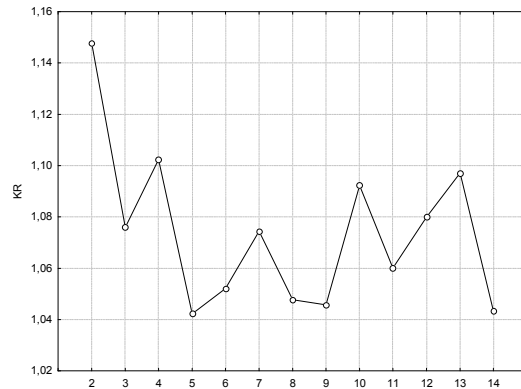
průměrně o 6,8% ročně.

Pomocí Grafy - 2D Grafy – Spojnicové grafy (Proměnné) vykreslíme průběh relativních přírůstků a koeficientů růstu.

Graf relativních přírůstků



Graf koeficientů růstu



10.5. Odhad trendu časové řady pomocí klouzavých průměrů

10.5.1. Podstata klouzavých průměrů

Předpokládejme, že pro časovou řadu y_1, \dots, y_n platí model

$$y_t = f(t) + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n, \text{ kde}$$

$f(t)$ je neznámá trendová funkce (trend), kterou považujeme za systematickou (deterministickou) složku časové řady (popisuje hlavní tendenci dlouhodobého vývoje časové řady), ε_t je náhodná složka časové řady zahrnující odchylky od trendu. Náhodná složka splňuje předpoklady

$$E(\varepsilon_t) = 0,$$

$$D(\varepsilon_t) = \sigma^2,$$

$$C(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+h}) = 0,$$

$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ (říkáme, že ε_t je bílý šum).

Odhad trendu v bodě t získáme určitým zprůměrováním původních pozorování z jistého okolí uvažovaného časového okamžiku t . Můžeme si představit, že podél dané časové řady klouže okénko, v jehož rámci se průměruje. Nechť toto okénko zahrnuje d členů nalevo od bodu t a d členů napravo od bodu t . Hovoříme pak o vyhlazovacím okénku šířky $h = 2d + 1$. Prvních a posledních d hodnot trendu neodhadujeme, protože pro $t \in \{1, \dots, d\} \cup \{n - d + 1, \dots, n\}$ není vyhlazovací okénko symetrické. Odhad trendu ve středu vyhlazovacího okénka je dán vztahem:

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{2d+1} (y_{t-d} + y_{t-d+1} + \dots + y_{t+d}) = \frac{1}{2d+1} \sum_{k=0}^{2d} y_{t-d+k}, \quad t = d+1, \dots, n-d.$$

10.5.2. Šířka vyhlazovacího okénka

Velmi důležitou otázkou je stanovení šířky vyhlazovacího okénka. Je-li okénko příliš široké, bude se odhad trendu blížit přímce (říkáme, že je přehlazen) a zároveň se ztratí velký počet členů na začátku a na konci časové řady. Je-li naopak okénko úzké, bude se odhad trendu blížit původním hodnotám (říkáme, že odhad je podhlazen). Nejčastěji se volí šířka okénka $h = 3, 5, 7$, pro časovou řadu čtvrtletních hodnot 4.

10.5.3. Příklad

Máme k dispozici čtvrtletní časovou řadu průměrných měsíčních mezd v České republice v době od 1/2001 do 3/2009:

čas	mzda	čas	mzda	čas	mzda
1/2002	14204	4/2004	19980	3/2007	21470
2/2002	15772	1/2005	17678	4/2007	23435
3/2002	15422	2/2005	18763	1/2008	22531
4/2002	17315	3/2005	18833	2/2008	23182
1/2003	15407	4/2005	20841	3/2008	23144
2/2003	17084	1/2006	18903	4/2008	25381
3/2003	16522	2/2006	20036	1/2009	22328
4/2003	18697	3/2006	19968	2/2009	22992
1/2004	16722	4/2006	21952	3/2009	23350
2/2004	17817	1/2007	20399		
3/2004	17738	2/2007	21462		

- a) Odhadněte trend této časové řady pomocí klouzavých průměrů s vyhlazovacím okénkem šířky 4.
b) Graficky znázorněte průběh časové řady s odhadnutým trendem.

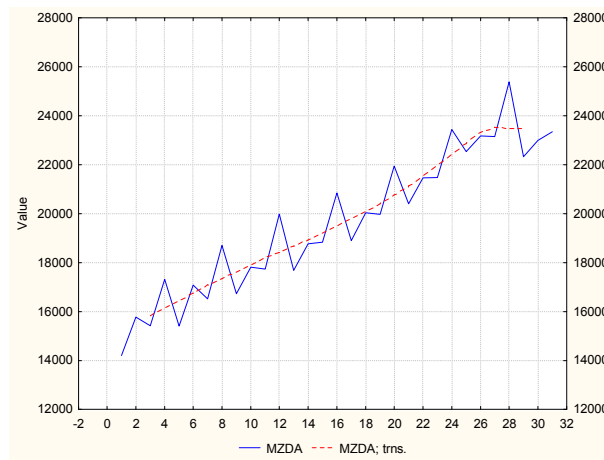
Řešení pomocí systému STATISTICA:

Vytvoříme datový soubor `ctvrtletni_mzda.sta` o dvou proměnných CAS a MZDA a 31 případech.

Statistiky – Pokročilé lineární/nelineární modely – Časové řady/predikce – Proměnné Y – OK – OK (transformace, autokorelace, kříž. korelace, grafy) – Vyhlazování – zaškrtneme N-bod. klouzavý průměr, N = 4 – OK (Transformovat vybrané řady) – vykreslí se graf, vrátíme se do Transformace proměnných – Uložit proměnné. Otevře se nová datová tabulka, kde v proměnné MZDA_1 jsou uloženy klouzavé průměry pro N = 4. K datovému souboru přidáme proměnnou CAS, kterou okopírujeme z původního datového souboru.

	ctvrtletni_mzda.sta		
	1 CAS	2 MZDA	3 MZDA_1
1	1/2002	14204,00	
2	2/2002	15772,00	
3	3/2002	15422,00	15828,63
4	4/2002	17315,00	16143,00
5	1/2003	15407,00	16444,50
6	2/2003	17084,00	16754,75
7	3/2003	16522,00	17091,88
8	4/2003	18697,00	17347,88
9	1/2004	16722,00	17591,50
10	2/2004	17817,00	17903,88
11	3/2004	17738,00	18183,75
12	4/2004	19980,00	18421,50
13	1/2005	17678,00	18676,63
14	2/2005	18763,00	18921,13
15	3/2005	18833,00	19181,88
16	4/2005	20841,00	19494,13
17	1/2006	18903,00	19795,13
18	2/2006	20036,00	20075,88
19	3/2006	19968,00	20401,75
20	4/2006	21952,00	20767,00
21	1/2007	20399,00	21133,00
22	2/2007	21462,00	21506,13
23	3/2007	21470,00	21958,00
24	4/2007	23435,00	22439,50
25	1/2008	22531,00	22863,75
26	2/2008	23182,00	23316,25
27	3/2008	23144,00	23534,13
28	4/2008	25381,00	23485,00
29	1/2009	22328,00	23487,00
30	2/2009	22992,00	
31	3/2009	23350,00	

Pro zobrazení proměnných MZDA a MZDA_1 do jednoho grafu přejdeme na záložku Přehledy a grafy. Vedle možnosti Zobrazit víc proměnných zvolíme Graf. Označíme obě proměnné – OK. Vykreslí se následující graf:



Vidíme, že díky vhodné volbě šířky vyhlazovacího okénka se podařilo odhadnout trend dané časové řady.

Shrnutí

Časovou řadou rozumíme řadu číselných hodnot určitého ukazatele, který se v čase mění. Rozlišujeme *časové řady okamžikové* (příslušný ukazatel udává, kolik jevů existuje v daném časovém okamžiku) a *časové řady intervalové* (příslušný ukazatel udává, kolik jevů vzniklo či zaniklo v určitém časovém intervalu). Nejsou-li jednotlivé časové intervaly stejně dlouhé, musíme provést *očistění časové řady od důsledků kalendářních variací*. Okamžikové časové řady znázorňujeme pomocí *spojnicového diagramu*, intervalové pak pomocí *sloupkového diagramu*.

Okamžikovou časovou řadu charakterizujeme *chronologickým průměrem*, intervalovou *aritmetickým průměrem*.

K popisu časových řad používáme také dynamické charakteristiky: *absolutní a relativní přírůstky a koeficienty růstu*.

K nejdůležitějším úkolům analýzy časových řad patří odhad trendu, tj. deterministické složky časové řady, která vystihuje popisuje hlavní tendenci dlouhodobého vývoje časové řady. Odhad trendu lze provádět např. pomocí klouzavých průměrů.

Metoda klouzavých průměrů, která patří k tzv. adaptivním metodám, je založena na předpokladu, že časová řada mění v čase svůj charakter, tudíž trend nelze popsat pomocí jediné funkce. Předpokládáme však, že v krátkých úsecích svůj charakter zachovává a tedy každému úseku lze jednu funkci přiřadit. V případě výše popsaných klouzavých průměrů jde o konstantní funkci.

Kontrolní otázky

1. Jak se liší časová řada okamžiková od intervalové?
2. Kdy se používá prostý a kdy vážený chronologický průměr?
3. Jak je definována druhá absolutní diference?
4. Uveďte vzorec pro výpočet průměrného koeficientu růstu.
5. Má-li časová řada kvadratický trend, jak se chovají její první diference?

6. Co to znamená, když náhodná složka časové řady je bílým šumem?
 7. Popište princip metody klouzavých průměrů.

Autokorekční test

1. Jaké číslo patří v následující tabulce místo otazníku?

y_t	156	175
k_t	0,975	?

- a) 0,891
 b) 1,094
 c) 1,122

2. Jaké číslo patří v následující tabulce místo otazníku?

y_t	25	32
δ_t	xxx	?

- a) 0,219
 b) 0,280
 c) 0,781

3. Jaký je průměrný absolutní přírůstek za celou dobu sledování?

t	1	...	21
y_t	185	...	249

- a) 1,015
 b) 3,048
 c) 3,200

Správné odpovědi: 1c), 2b), 3c)

Příklady

1. V jednotlivých čtvrtletích roku 2006 se v ČR uskutečnilo 4 896, 16 545, 23 368 a 8051 sňatků. Vypočtete očištěné údaje.

Výsledek:

4 964; 16 590,45; 23 177,5; 7985,37

2. V následující tabulce jsou uvedeny údaje o počtu nezaměstnaných (v tisících) v ČR v letech 2001–2008. Vypočtete chronologický průměr.

rok	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
počet	418,3	374,1	399,1	425,9	410,2	371,3	244,5	223,9

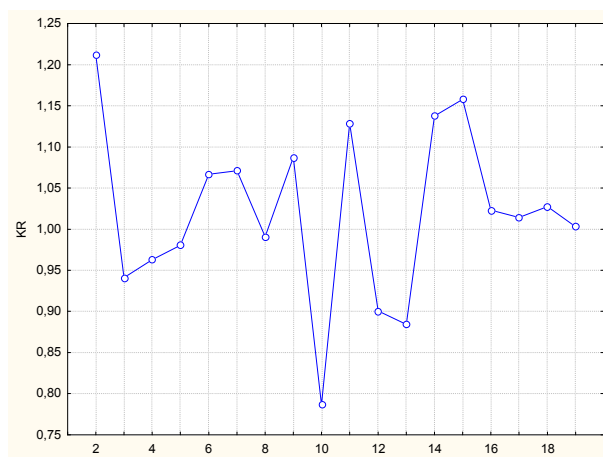
Výsledek:

363,7

3. Pro časovou řadu z let 1989–2007 spotřeby cigaret na jednoho obyvatele ČR za rok graficky znázorněte průběh koeficientů růstu a vypočtete a interpretujte průměrný relativní přírůstek.

rok	počet	rok	počet
1989	1776	1999	2090
1990	2152	2000	1882
1991	2025	2001	1664
1992	1950	2002	1893
1993	1912	2003	2192
1994	2040	2004	2243
1995	2185	2005	2275
1996	2165	2006	2338
1997	2354	2007	2345
1998	1852		

Výsledek:
Graf koeficientů růstu



Průměrný relativní přírůstek: 0,0147, tzn., že v letech 1989–2007 rostla spotřeba cigaret na jednoho obyvatele za rok v průměru o 1,47%.

4. Časová řada 215, 219, 222, 235, 202, 207, 187, 204, 174, 172, 201, 272 udává roční objemy vývozu piva (v milionech litrů) z Československa v letech 1980 až 1991. Odhadněte trend této časové řady pomocí klouzavých průměrů s vyhlazovacím okénkem šířky 5

Výsledek:

rok	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
kp5	218,6	217	210,6	207	194,8	188,8	187,6	204,6