

# Teorie portfolia

Markowitzův model

# Téma přednášky

- příklad na výpočet výnosnosti portfolia
- problém výběru portfolia
- křivky indiference
- efektivní množina (konkávnost)

# Příklad na výpočet výnosnosti portfolia

- mějme vybrané 3 cenné papíry s jejich počáteční tržní hodnotou a jejich očekávanou výnosností na konci držení portfolia
- necht' investor má počáteční kapitál  $K_0$  ve výši 768 100 Kč
- tržní cena 1.cenného papíru je 456 Kč, 2.cenného papíru je 3 255 Kč, 3.cenného papíru je 715 Kč
- očekávaná výnosnost za dobu držení portfolia je u 1. cenného papíru 4,5%, u 2. cenného papíru 3,1%, u 3. cenného papíru 6,1%
- dále jsme nakoupili 100 ks 1.cenného papíru, 200 ks 2.cenného papíru a 100 ks 3.cenného papíru

# Příklad na výpočet výnosnosti portfolia

	tržní cena na začátku doby držení	očeká vaná výnos nost	poče t ks	celková investice	podíl cenného papíru v portfoliu	tržní cena na konci doby držení	očekávaná hodnota portfolia na konci doby držení
1.CP	456 Kč	4,5%	100	45 600 Kč	0,059367	476,52 Kč	47 652,00 Kč
2.CP	3 255 Kč	3,1%	200	651 000 Kč	0,847546	3 355,91 Kč	671 181,00 Kč
3.CP	715 Kč	6,1%	100	71 500 Kč	0,093087	758,62 Kč	75 861,50 Kč
				<b>768 100 Kč</b>			<b>794 694,50 Kč</b>
<b>očekávaná výnosnost portfolia</b>							
3,46237469079547%							

- očekávaná výnosnost portfolia je váženým průměrem očekávaných výnosností jeho cenných papírů
- každý cenný papír přispěje svým podílem a výnosností k celkové očekávané výnosnosti portfolia
- z toho plyne, že investor, který chce jen největší možnou očekávanou výnosnost, by měl držet pouze jeden cenný papír, a to ten, který má podle jeho názoru nejvyšší očekávanou výnosnost
- tím by podstupoval značné riziko při změně jeho výnosnosti za dobu jeho držení

# Problém výběru portfolia

- Markowitzův přístup k investování začíná předpokladem, že investor má v současné době k dispozici určité množství peněz
- peníze budou investovány na určité časové období, které se označuje jako *doba držení portfolia*
- na konci doby držení investor prodá cenné papíry, které zakoupil na začátku tohoto období
- výnos buď utratí pro svoji potřebu nebo ho reinvestuje do různých cenných papírů (nebo udělá od každého trochu)

# Problém výběru portfolia

- na Markowitzův přístup lze pohlížet jako na přístup jednoho období
- začátek období  $t=0$ ; konec období  $t=1$
- v  $t=0$  musí investor učinit rozhodnutí, které cenné papíry má nakoupit a držet do  $t=1$
- toto rozhodnutí je ekvivalentní výběru optimálního portfolia z množiny možných portfolií
- postup se často označuje za problém výběru portfolia

# Problém výběru portfolia

- investor při hledání maximální očekávané výnosnosti a minimálního rizika sleduje dva konfliktní cíle
- Markowitzův přístup k investování říká, že investor by měl odhadnout očekávanou výnosnost a směrodatnou odchylku každého portfolia a potom vybrat „nejlepší“ na základě relativní velikosti těchto dvou parametrů



# Problém výběru portfolia

- bude-li dána množina portfolií, měl by investor nejprve stanovit očekávanou výnosnost a riziko změny výnosnosti těchto portfolií
- poté může učinit kvalifikované rozhodnutí, které z těchto portfolií nakoupit
- toto rozhodnutí by se mělo opírat o investorovy postoje k riziku a výnosnosti, které je možno vyjádřit jeho křivkami indiference.

# Křivky indiference

- reprezentují preference rizika a výnosnosti daného investora
- jedna křivka indiference reprezentuje všechny kombinace portfolií, které by investor považoval za stejně žádoucí
- vlastnosti křivek indiference
  - všechna portfolia, která leží na dané křivce indiference, jsou pro investora stejně žádoucí
  - investor považuje za lepší libovolné portfolio ležící na „vyšší“ křivce indiference než jiná portfolia na „nižší“ křivce indiference
  - křivky indiference se nemohou protínat
  - investor má nekonečně mnoho křivek indiference

# Křivky indiference

- každému investorovi přísluší mapa křivek indiference, které mají uvedené vlastnosti a jsou pro daného jednotlivce jedinečné
- existuje řada metod, které se používají pro stanovení individuálních křivek indiference

# Křivky indiference

- tvar křivek indiference obecně ovlivňují dva předpoklady
  - nenasycenost - investoři budou dávat vždy přednost vyšší úrovni koncového bohatství před nižší úrovní koncového bohatství - je to proto, že vyšší úroveň bohatství umožní investorovi více utratit na spotřebu v čase  $t=1$
  - odpor k riziku - investoři mají odpor k riziku, tzn. že si investor vybere portfolio se stejnou očekávanou výnosností, ale s menší směrodatnou odchylkou
- z toho plyne, že křivky indiference jsou konvexní

# Křivky indiference

- investoři mohou mít vysoký odpor k riziku, ale i mírný odpor k riziku
- v případě investora s odporem k riziku bude pro investování vybráno portfolio, které leží na „nejvýše vlevo“ položené křivce indiference, která se dotýká tzv. efektivní množiny

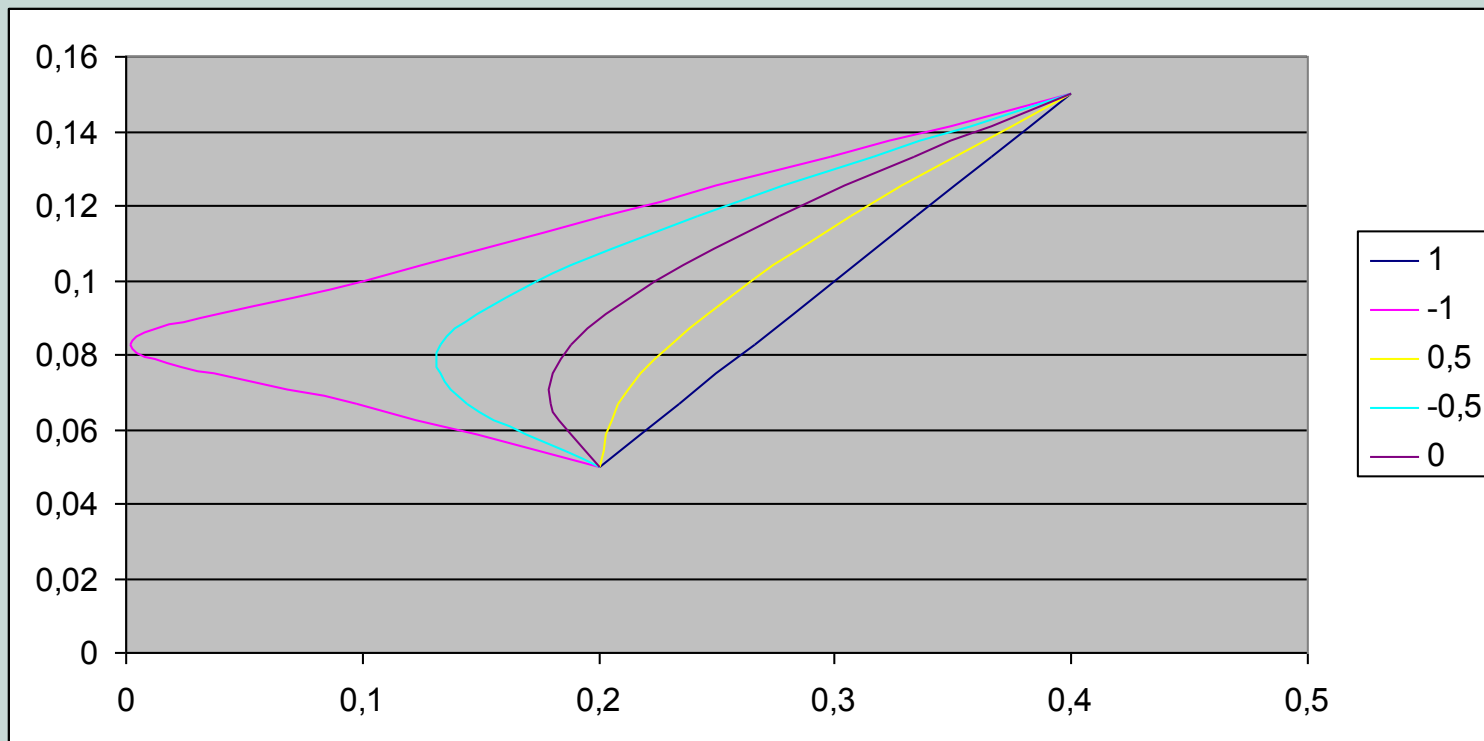
# Efektivní množina

- z množiny  $n$  cenných papírů může investor vytvořit nekonečný počet portfolií – tzv. přípustná množina
- jak se má investor zachovat při výběru z nekonečně mnoha portfolií?
- investor nemusí vyhodnocovat všechna tato portfolia

# Efektivní množina

- proč se může investor zajímat jen o podmnožinu dostupných portfolií řeší věta o efektivní množině
  - investor si vybere své optimální portfolio z množiny portfolií, která:
    1. nabízejí maximální očekávanou výnosnost při stejné úrovni rizika
    2. nabízejí minimální riziko při stejné úrovni očekávané výnosnosti
- množina portfolií, která splňují tyto dvě podmínky, je známa jako *efektivní množina* nebo *efektivní hranice*

# Efektivní množina

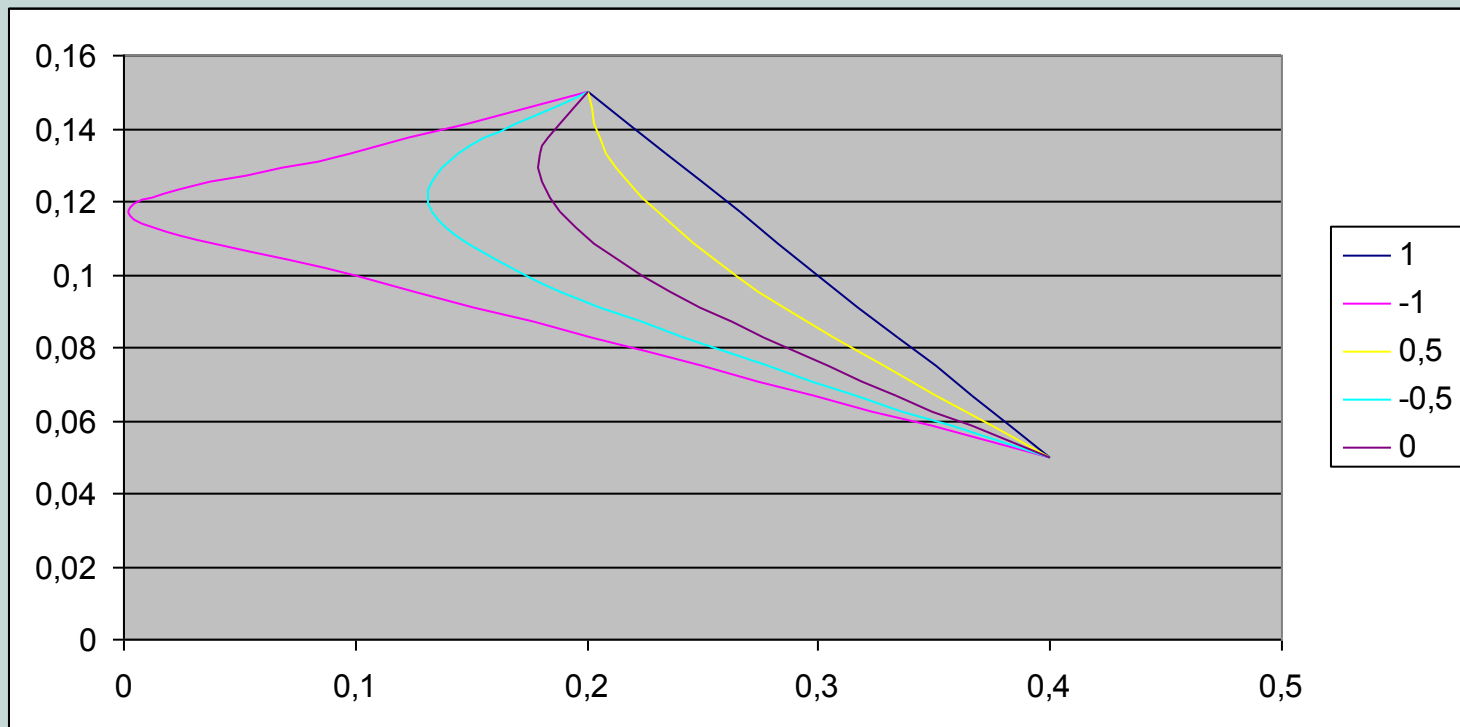


CP1 – výnosnost 5%, riziko 20%

CP2 – výnosnost 15%, riziko 40%



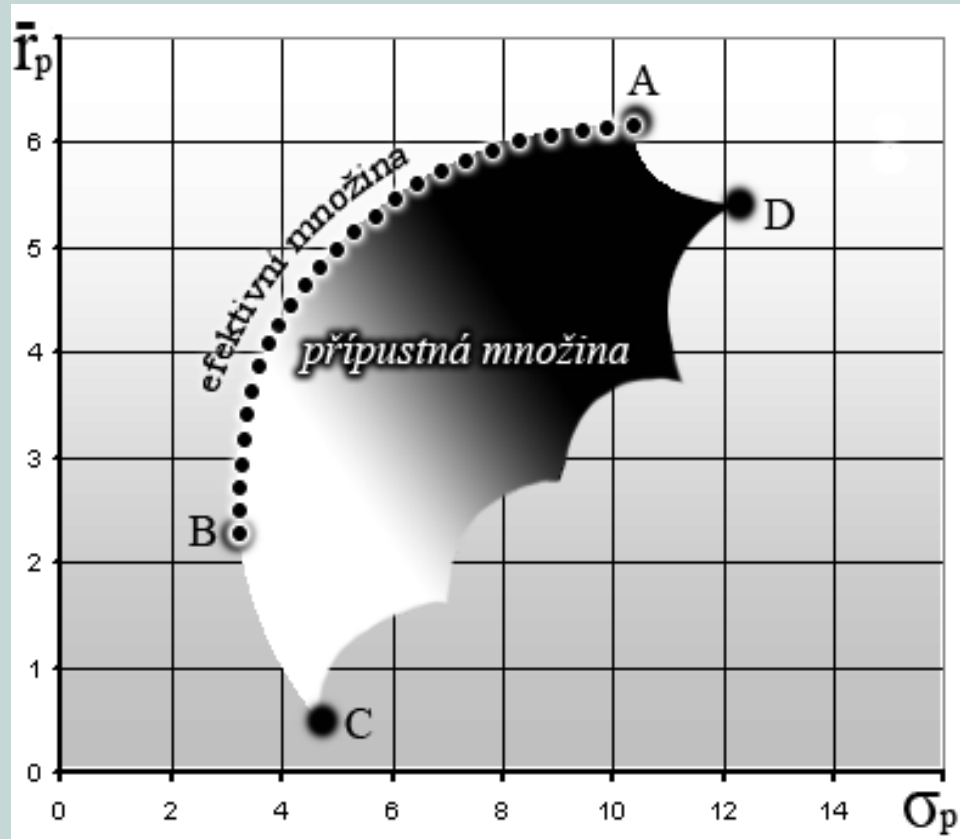
# Efektivní množina



CP1 – výnosnost 15%, riziko 20%

CP2 – výnosnost 5%, riziko 40%

# Efektivní množina



# Efektivní množina

- podrobněji viz. Elton, Gruber (str. 79 – 81) nebo Čámský (str. 24 – 25)
- efektivní množina je konkávní (tj. graf funkce leží pod tečnou v každém bodě)