

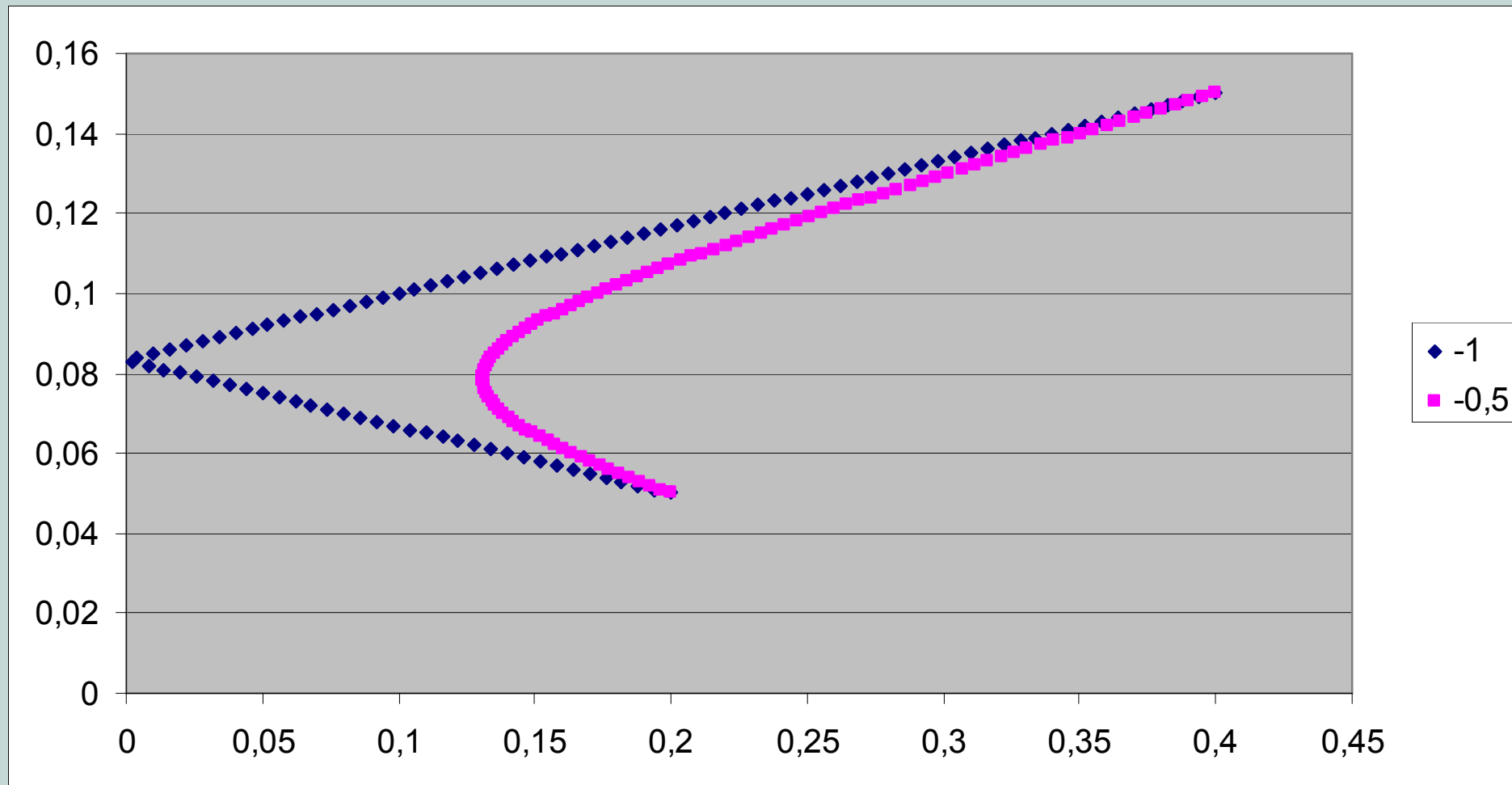
# Teorie portfolia

Kvantifikace množiny efektivních  
portfolií

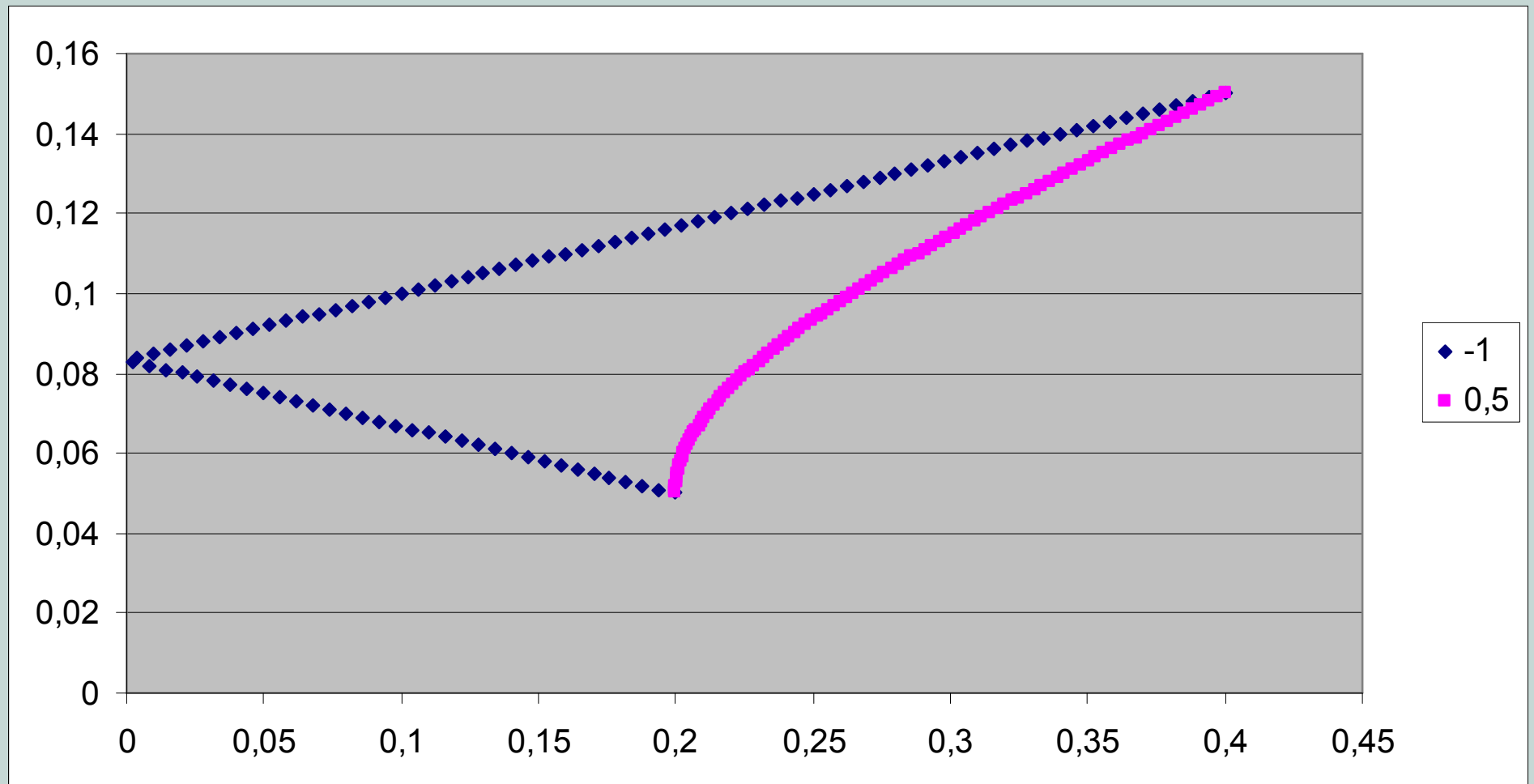
# Téma přednášky

- sell short
- efektivní množina s povolením short sell
- nalezení portfolia s minimálním rizikem

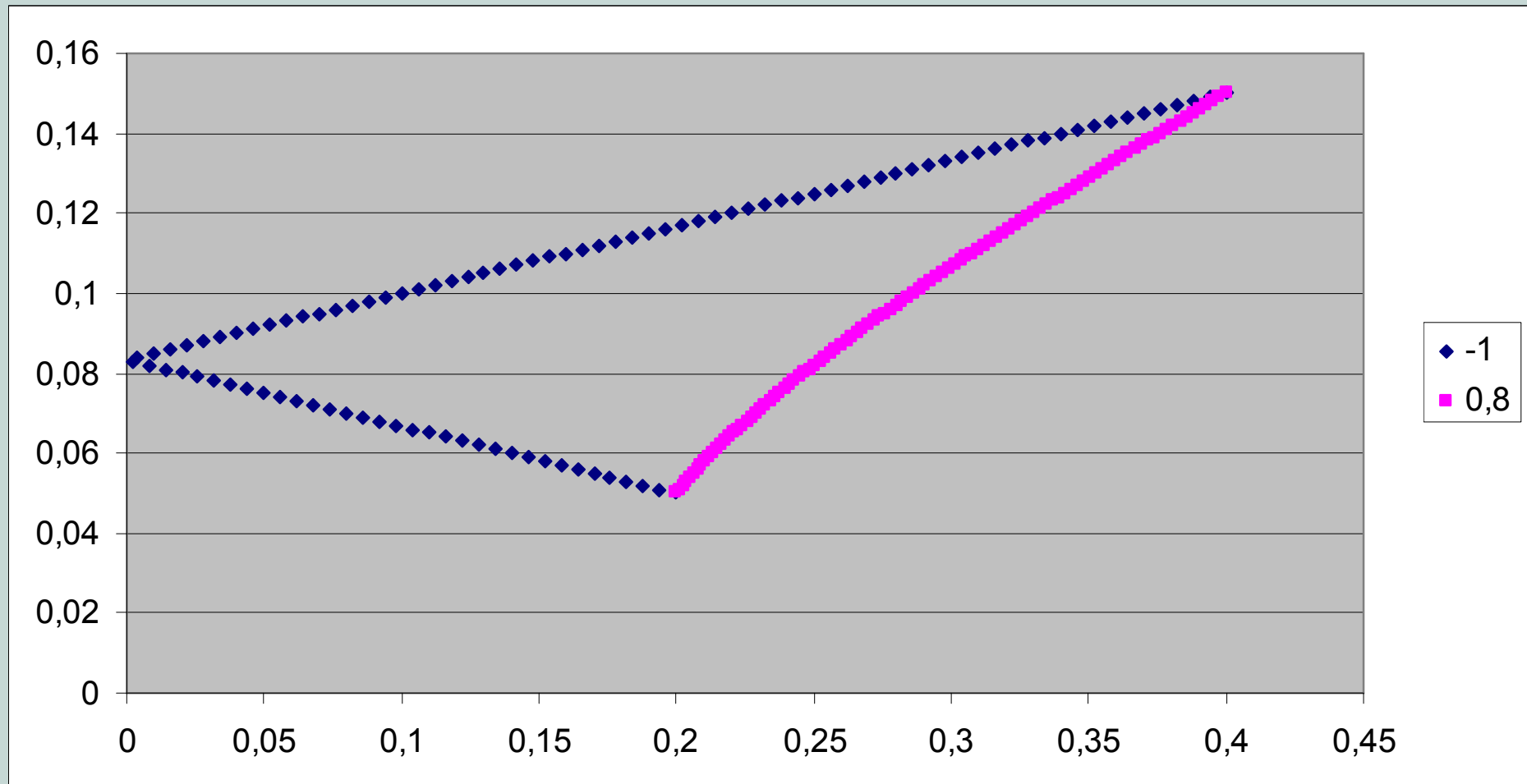
# Sell short „zakázán“



# Sell short „zakázán“



# Sell short „zakázán“



# Sell short

- předpokládejme, že investor věří, že akcie firmy ABC, které se momentálně prodávají za cenu 100 Kč, budou v budoucnu (např. za jeden měsíc) mít cenu 95 Kč
- dále bude (během měsíce) vyplacena dividenda v hodnotě 3 Kč na jednu akcii
- kdyby investor tuto akcii nakoupil, proběhly by následující finanční toky

# Sell short

| Akce              | Čas  |     |
|-------------------|------|-----|
|                   | 0    | 1   |
| Nákup akcie       | -100 |     |
| Dividenda         |      | +3  |
| Prodej akcie      |      | +95 |
| Celkové cash flow | -100 | +98 |

Celková ztráta -2 Kč

# Sell short

- předpokládejme, že investor zná někoho (kamaráda), kdo vlastní akcie firmy ABC a kdo z nějakého důvodu chce tyto akcie stále držet
- investor si může od této osoby akcie půjčit s příslibem, že akcie po určité době (měsíc) vrátí a že daná osoba nebude nic trazit (tzn. obdrží i dividendu)
- investor půjčené akcie prodá a obdrží 100 Kč



# Sell short

- v okamžiku výplaty dividend musí investor zaplatit výši dividendy kamarádovi, ale protože nevládní dané akcie, musí tyto dividendy zaplatit „z vlastní kapsy“
- po měsíci investor akcie nakoupí zpět za tržní cenu (předpokládejme 95 Kč) a vrátí půjčené akcie svému kamarádovi
- můžeme tedy shrnout všechny finanční toky pro tento případ

# Sell short

| Akce              | Čas  |     |
|-------------------|------|-----|
|                   | 0    | 1   |
| Prodej akcie      | +100 |     |
| Dividenda         |      | -3  |
| Nákup akcie       |      | -95 |
| Celkové cash flow | +100 | -98 |

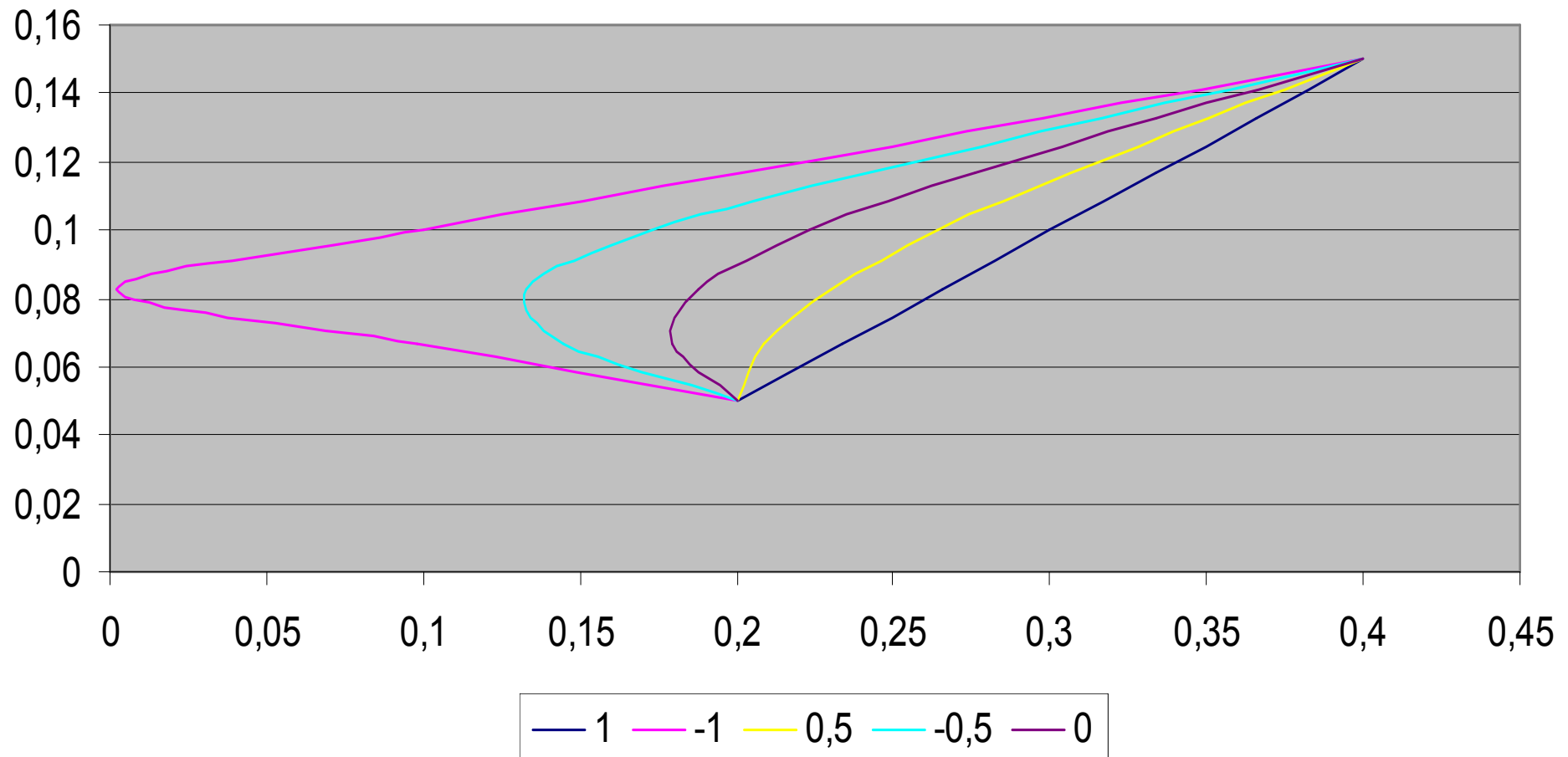
Celkový zisk je + 2 Kč

# Sell short

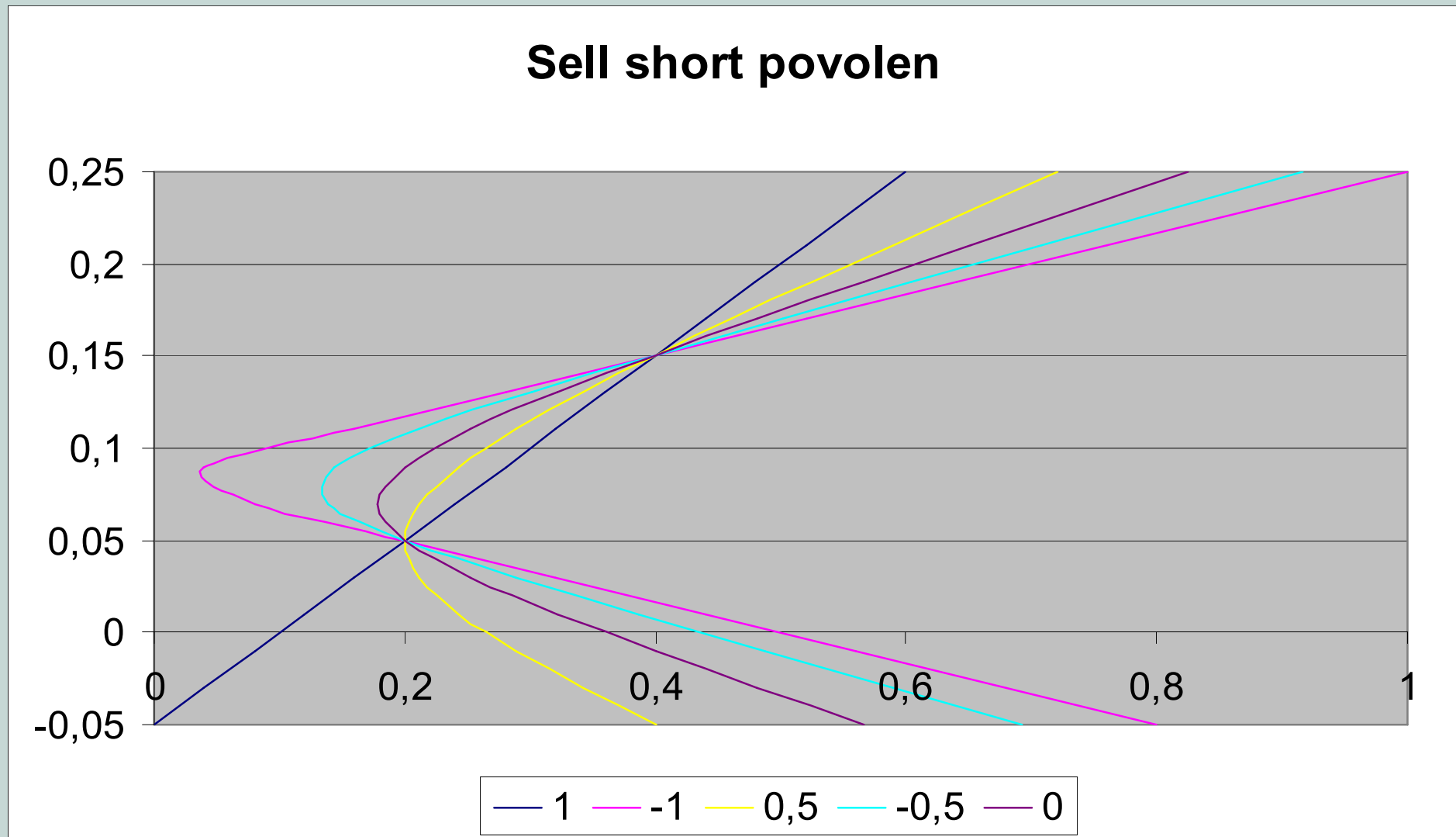
- celkový zisk je dále snížen o náklady na zapůjčení
- pro zjednodušení budeme předpokládat nulové náklady
- „shortování“ rozšiřuje přípustnou množinu
- rozšiřuje i efektivní množinu?

# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko

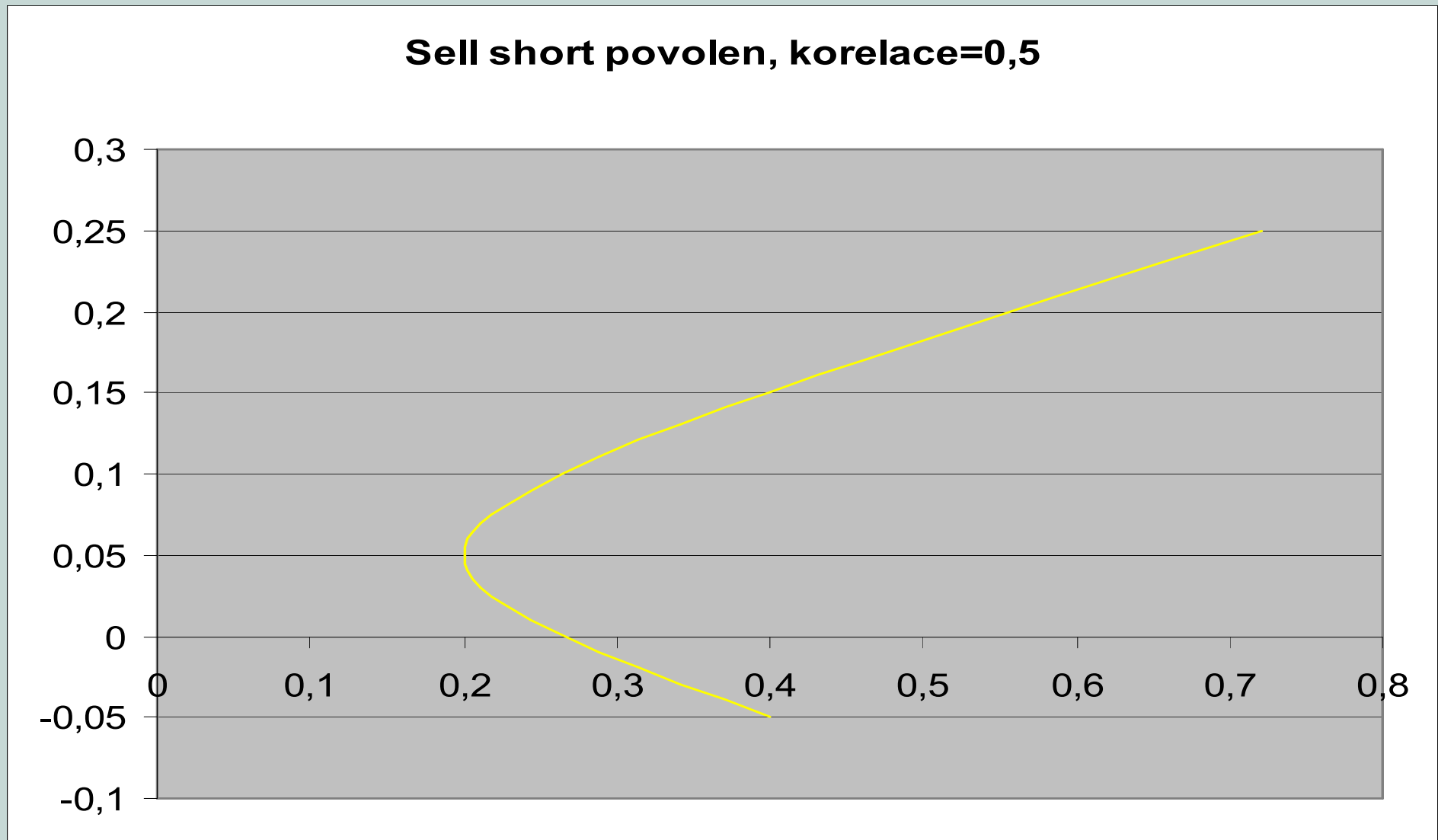
Sell short zakázán



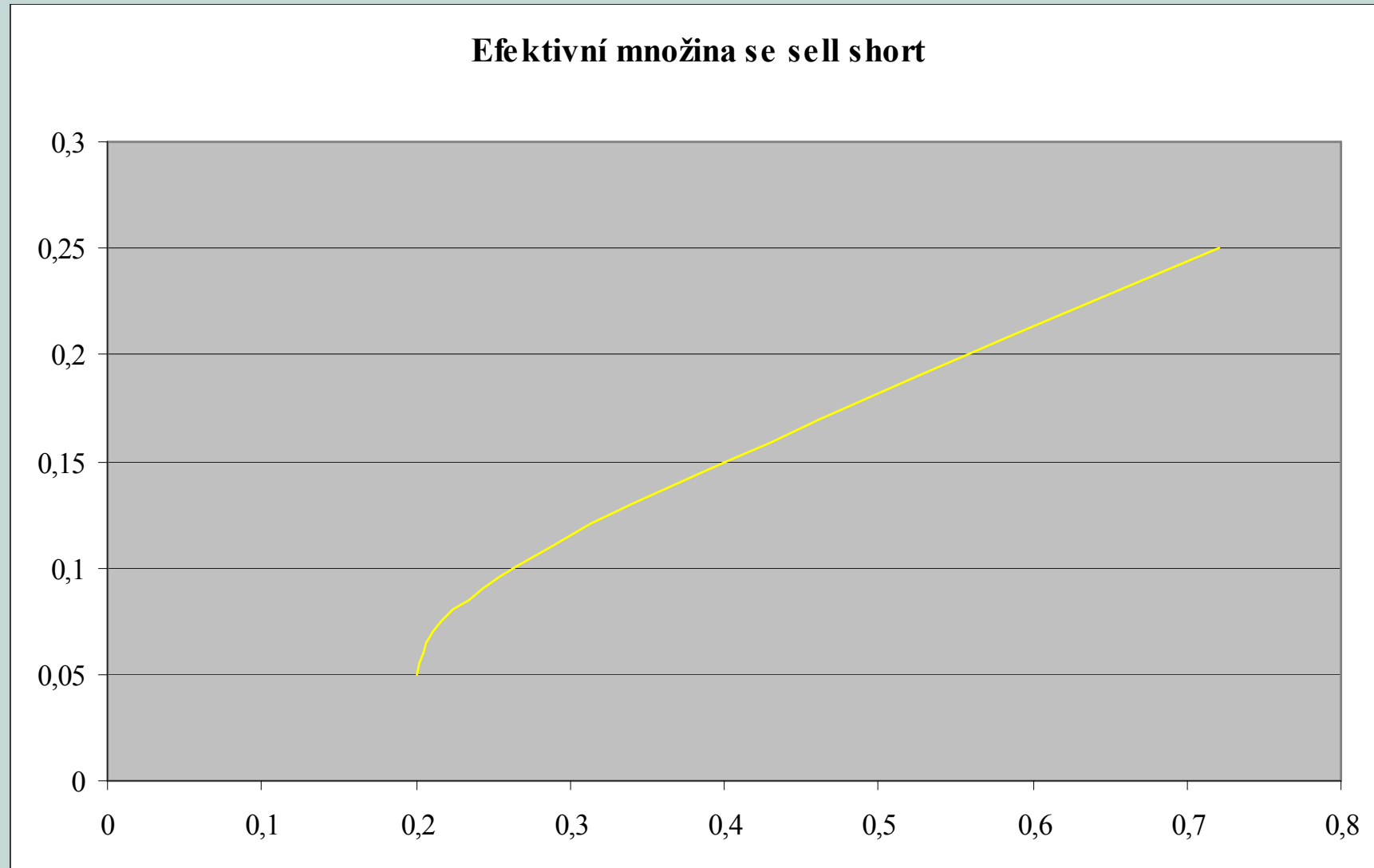
# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko



# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko

- prodej nakrátko rozšiřuje efektivní množinu
- prodej nakrátko má smysl i v případě, že očekávané výnosnosti cenných papírů jsou kladné
- předpokládejme, že máme k dispozici (v portfoliu) dvě akcie s výnosnostmi 5% a 15%
- za předpokladu nepovolení prodeje nakrátko existuje omezení maximální výnosnosti – 15%
- můžeme získat vyšší výnosnost?



# Efektivní množina s povolením prodeje nakrátko

- uvažujme následující postup
  1. prodáme akcie s nižší výnosností
  2. zisk investujeme do nákupu dodatečného počtu akcií s vyšší výnosností
- získali jsme vyšší výnos než v případě držení dvou akcií
- zvýšilo se nám riziko!!

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- řešíme optimalizační úlohu

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij}} \rightarrow \min$$

- s omezující podmínkou

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- pro vyhledání extrému využijeme pravidla Lagrangeových multiplikátorů, které říká, že pokud je v bodě lokální extrém, pak existují Lagrangeovy multiplikátory, ne všechny současně rovny nule, pro něž platí

$$\frac{\partial L(\vec{Y})}{\partial Y_i} = 0 \quad \forall i$$

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- výraz  $L(\vec{Y})$  označuje tzv. Lagrangeovu funkci, která je definována následovně

$$L(\vec{Y}) = L(\vec{X}, \vec{\lambda}, \lambda_0) = \sum_{j=0}^m \lambda_j \cdot f_j(\vec{X})$$

kde  $\vec{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$ ;  $\lambda_0 = 1$

$$f_0(\vec{X}) \rightarrow \min \quad f_j(\vec{X}) = 0, \quad j = 1, \dots, m$$

- existují další podmínky, které považujeme za splněné

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- pro jednodušší počítání můžeme využít rozptyl portfolia místo sm.odchylky
- Lagrangeova funkce bude mít tvar

$$L(\vec{Y}) = \sigma_p^2(\vec{X}) + \lambda_1 \cdot \left( \sum_{i=1}^n X_i - 1 \right)$$

# Nalezení portfolia s minimálním rizikem

- po zderivování podle jednotlivých proměnných ( $n$  vah a  $\lambda$ ) obdržíme soustavu  $n+1$  rovnic
- prvních  $n$  položíme rovny 0 a u poslední rovnice převedeme 1 na druhou stranu
- dále řešíme některou standardní metodou (nejlépe maticovým počtem)