

### Příklad 1

Od tří expertů jsme dostali informace o odhadu tržních cen i-té akcie v okamžiku realizace  
Předpokládejme, že tržní cena akcie při tvorbě portfolia byla 150 Kč.

#### Odhady jednotlivých expertů:

Odhady 1. experta		Odhady 2. experta		Odhady 3. Experta	
G1	i1  v %	G2	i2  v %	G3	i3  v %
80	10	100	20	120	50
100	80	120	30	160	50
180	10	150	50		

Spočítejte očekávanou výnosnost a riziko této výnosnosti. TC počet expertů  
150 3

80	10	80	-0.46666667	10		
100	80	100	-0.33333333	80	20	
180	10	120	-0.2		30	50
		150	0		50	
100	20	160	0.06666667			50
120	30	180	0.2	10		
150	50					
120	50					
160	50					
			výnosnost riziko	-16.22% 17.53%		rozptyl směr. odch

%	des.číslo							
10	3.333333	0.033333	-0.01556	0.007259				
100	33.33333	0.333333	-0.11111	0.037037				
80	26.666667	0.2666667	-0.05333	0.010667				
50	16.666667	0.1666667	0	0				
50	16.666667	0.1666667	0.011111	0.000741				
10	3.333333	0.033333	0.006667	0.001333				
			-0.16222	0.057037				
			-0.16222	0.030721				

0.030721

0.175274

### Příklad 2

Uvažujme s několika portfolii, tvořenými dvěma cennými papíry.

	$f_i$	$\sigma_i$	$\rho_{12} = 1$	$\rho_{12} = 0.5$
$G_1$	5%	20%	$\rho_{12} = 1$	$\rho_{12} = 0.5$
$G_2$	15%	40%	$\rho_{12} = 0$	

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \Rightarrow \sigma_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$$

Podíly (váhy) jednotlivých cenných papírů v portfolio budou:

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$
$X_1$	1	0.83	0.67	0.5	0.33	0.17	0
$X_2$	0	0.17	0.33	0.5	0.67	0.83	1

Vypočítat výnosnosti a rizika jednotlivých portfolií. Sestrojit graf.

výnosnosti

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$
	0.05	0.067	0.083	0.1	0.117	0.133	0.15

rizika  
pro  $\rho_{12}$

1	0.2	0.234	0.266	0.3	0.334	0.366	0.4	0.16
-1	0.2	0.098	0.002	0.1	0.202	0.298	0.4	
0.5	0.2	0.20849	0.230365	0.264575	0.306379	0.35024	0.4	
-0.5	0.2	0.144541	0.133011	0.173205	0.241851	0.316373	0.4	0.14
0	0.2	0.179388	0.188096	0.223607	0.276007	0.333736	0.4	0.12

0.1

0.08

0.06

0.04

0.02

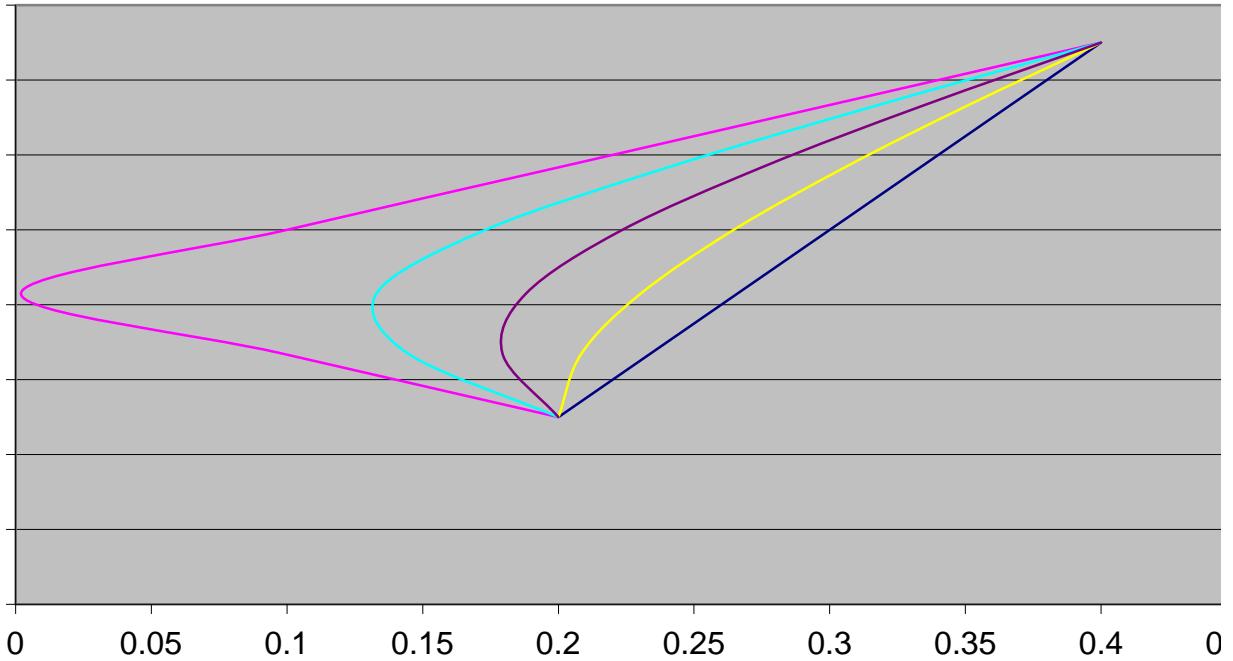
0

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n X_i \cdot r_i$$

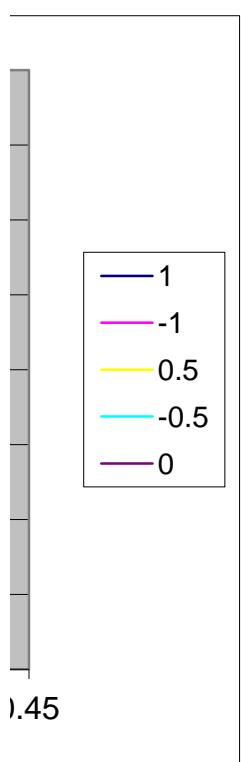
$$\sigma_p = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2}$$

pro  $n = 2$ :

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left( \sum_{j=1}^2 X_1 \cdot X_j \cdot \sigma_{1j} + X_2 \cdot X_j \cdot \sigma_{2j} \right)^{1/2} \\ &= (X_1 \cdot X_1 \cdot \sigma_{11} + X_2 \cdot X_1 \cdot \sigma_{21} + X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22})^{1/2} = (X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2^2 \cdot \sigma_2^2)^{1/2} \\ &= (X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12})^{1/2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^2 X_1 \cdot X_j \cdot \sigma_{1j} + X_2 \cdot X_j \cdot \sigma_{2j} \Bigg)^{1/2} = \\
 & \left( X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 \right)^{1/2} =
 \end{aligned}$$

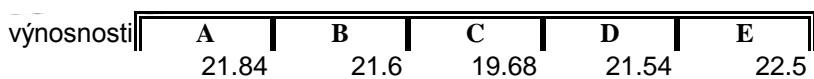


**Příklad 3**

Vypočítejte a graficky zobrazte vytvořená portfolia jestliže známe matici výnosnosti a kovarianční matice.

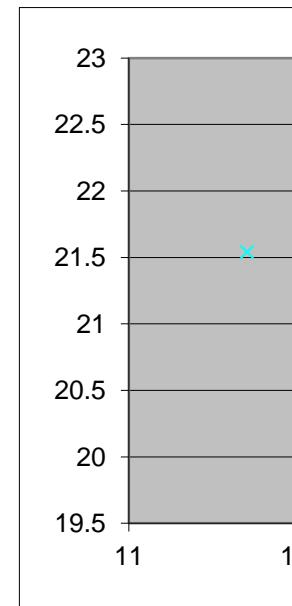
$$\mathbf{R}_i = \begin{pmatrix} 1 & 16.2 \\ 2 & 24.6 \\ 2 & 22.8 \end{pmatrix}$$

X_i/P_i	A	B	C	D	E
X <sub>1</sub>	0.2	0.25	0.5	0.3	0.1
X <sub>2</sub>	0.2	0.25	0.1	0.4	0.2
X <sub>3</sub>	0.6	0.5	0.4	0.3	0.7



rizika

12.52517	12.17836	13.68978	11.33402	13.12326
----------	----------	----------	----------	----------



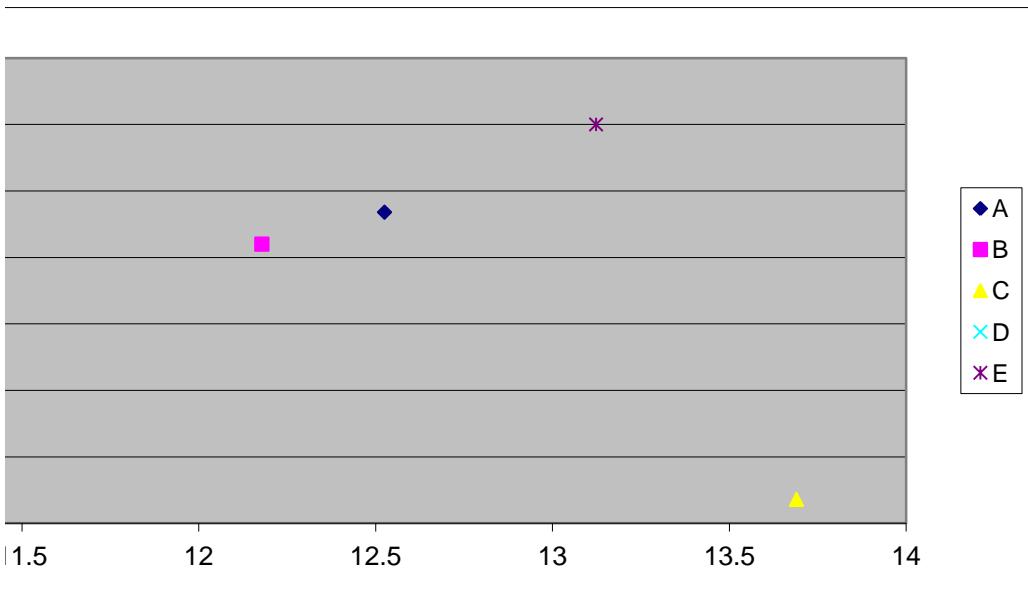
ici.

$$[q_{ij}] \begin{pmatrix} 459 & -21111 \\ -211 & 31221 \\ 112 & 21517 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} 459 & -211 & 112 \\ -211 & 312 & 215 \\ 112 & 215 & 179 \end{array}$$

pro  $n = 3$ :

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left( \sum_{j=1}^3 (X_1 \cdot X_j \cdot \sigma_{1j} + X_2 \cdot X_j \cdot \sigma_{2j} + X_3 \cdot X_j \cdot \sigma_{3j}) \right)^{1/2} \\ &= (X_1 \cdot X_1 \cdot \sigma_{11} + X_2 \cdot X_1 \cdot \sigma_{21} + X_3 \cdot X_1 \cdot \sigma_{31} + X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22} + X_3 \cdot X_2 \cdot \sigma_{32} + X_1 \cdot X_3 \cdot \sigma_{13} + X_2 \cdot X_3 \cdot \sigma_{23} + X_3 \cdot X_3 \cdot \sigma_{33})^{1/2} \\ &= (X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + X_3^2 \cdot \sigma_3^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + 2 \cdot X_1 \cdot X_3 \cdot \sigma_{13} + 2 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \sigma_{23})^{1/2} \end{aligned}$$



$$\left[ \frac{\sum_{j=1}^3 (X_1 \cdot X_j \cdot \sigma_{1j} + X_2 \cdot X_j \cdot \sigma_{2j} + X_3 \cdot X_j \cdot \sigma_{3j})^{1/2} + X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22} + X_3 \cdot X_2 \cdot \sigma_{32} + X_1 \cdot X_3 \cdot \sigma_{13} + X_2 \cdot X_3 \cdot \sigma_{23} + X_3 \cdot X_3 \cdot \sigma_{33})^{1/2}}{X_2 \cdot X_3 \cdot \sigma_{23}} \right]^{1/2}$$

$$_3\cdot\sigma_{33}\Big)^{1/2}$$

#### Příklad 4

Je zadané portfolio, které se skládá ze dvou cenných papírů následovně:

Cenný papír	Oček. výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
G	0.15	0.28	0.6
G	0.21	0.42	0.4

1. úloha: Vypočítat očekávaný výnos portfolia

pro  $n = 2$ :

$$\sigma_p = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2}$$

$$= (X_1 \cdot X_1 \cdot \sigma_{11} + X_2 \cdot X_1 \cdot \sigma_{21} + X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22})^{1/2}$$

$$= (X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \rho_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2)^{1/2}$$

2. úloha: Vypočítejte celkové riziko portfolia, kdy koeficient korelace mezi složkami portfolia je  $\rho_{12} = 0.336$ .

výnosnost 0.174

$$\boxed{\rho_{12}}$$

-1	0 nejmenší riziko
-0.8	0.106253
-0.6	0.150264
-0.4	0.184035
-0.2	0.212505
0	0.237588
0.2	0.260264
0.4	0.281118
0.6	0.300528
0.8	0.318758
1	0.336 největší riziko

2:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \Bigg)^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij} \right)^{1/2} = \left( \sum_{j=1}^2 X_1 \cdot X_j \cdot \sigma_{1j} + X_2 \cdot X_j \cdot \sigma_{2j} \right)^{1/2} =$$
$$X_1 \cdot \sigma_{11} + X_2 \cdot X_1 \cdot \sigma_{21} + X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2 \cdot X_2 \cdot \sigma_{22} \Big)^{1/2} = \left( X_1^2 \cdot \sigma_1^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 \right)^{1/2}$$
$$\sigma_1^2 + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot \sigma_{12} \Big)^{1/2}$$

tfolia je z intervalu **<-1;1>**. Krok h = 0,2. Určete nejmenší a největší riziko portfolia.

$$\boxed{\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \Rightarrow \sigma_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j}$$

$$\left. \cdot \sigma_{2j} \right)^{1/2} = \\ X_2 \cdot \sigma_{12} + X_2^2 \cdot \sigma_2^2 \left. \right)^{1/2} =$$

**Příklad 5**

Mějme vícesložkové portfolio a matici korelačních koeficientů:

Cenný papír	Oček. výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
$\mathbf{G}_i$	$\mathbf{r}_i$	$\mathbf{\sigma}_i$	$\mathbf{x}_i$
$\mathbf{G}_1$	0.13	0.28	0.2
$\mathbf{G}_2$	0.25	0.42	0.4
$\mathbf{G}_3$	0.21	0.35	0.1
$\mathbf{G}_4$	0.41	0.48	0.2
$\mathbf{G}_5$	0.3	0.39	0.1

$$[\rho_{GG}] = \begin{pmatrix} 1 & 0.30 & 0.41 & -0.23 \\ 0.30 & 1 & 0.25 & -0.09 \\ 0.41 & 0.25 & 1 & -0.22 \\ -0.23 & -0.09 & -0.22 & 1 \end{pmatrix}$$

**1. úloha:** Vypočítejte očekávaný výnos portfolia

**2. úloha:** Vypočítejte riziko portfolia vyjádřené rozptylem a směrodatnou odchylkou

výnosnost	0.026 0.1 0.021 0.082 0.03
celkem	<b>0.259</b>
riziko	
rozptyl	0.04912206
odchylka	<b>0.22163497</b>

$$\begin{array}{cccccc} \mathbf{0} & \mathbf{3} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{4} & \mathbf{1} \\ & \mathbf{1} & & & & \end{array} \begin{array}{cccccc} \mathbf{-0} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} & \mathbf{5} & \mathbf{-0} & \mathbf{0} & \mathbf{9} \\ & \mathbf{1} & & & & \mathbf{0} \\ & & & \mathbf{-0} & \mathbf{2} & \mathbf{2} \\ & & & \mathbf{1} & & \mathbf{0} \\ & & & & & \mathbf{3} \\ & & & & & \mathbf{1} \\ & & & & & \mathbf{1} \end{array}$$

$$\begin{matrix} & & 1 & & & \\ & & 0.3 & & 1 & \\ & & 0.41 & & 0.25 & & 1 \\ -0.23 & & -0.09 & & -0.22 & & 1 \\ 0.13 & & 0 & & 0.31 & & 0.14 \\ & & & & & & 1 \end{matrix}$$

$\boxed{\sigma_{ij}}$	1	2	3	4	5
1	0.0784				
2	0.03528	0.1764			
3	0.04018	0.03675	0.1225		
4	-0.03091	-0.01814	-0.03696	0.2304	
5	0.014196		0	0.042315	0.026208
					0.1521