Teorie portfolia

Úvodní přednáška

Luděk Benada

Katedra financí - 533, benada.esf@gmail.com

February 23, 2014

Struktura

1. Organizační pokyny
2. Hodnocení
3. Úvod do Teorie portfolia

Organizační pokyny

- 1. **POT** - Bloomberg (Výběr 5 libovolných akciových titulů - ne PSE!, tvorba covar a correl matice + print screen titulů - terminál Bloomberg)
- 2. V průběhu semestru dva kontrolní testy (Σ30 b., á 15 b., v Ø min. 60 %)
- Nesplnění výše uvedené podmínky (2) = "F"
- 1. test - turotiál č. 3, 2. test - tutoriál č. 5
- Možnost opravy ve zkouškovém období (30 b. /1 test - viz. podmínka č. 2)
- Literatura: ***ELTON, E.; Modern portfolio theory and investment analysis***, přip. DSO

Organizační pokyny

- 1. **POT** - Bloomberg (Výběr 5 libovolných akciových titulů - ne PSE!, tvorba covar a correl matice + print screen titulů - terminál Bloomberg)
- 2. V průběhu semestru dva kontrolní testy (Σ30 b., á 15 b., v Ø min. 60 %)
- Nesplnění výše uvedené podmínky (2) = "F"
- 1. test - turotiál č. 3, 2. test - tutoriál č. 5
- Možnost opravy ve zkouškovém období (30 b. /1 test - viz. podmínka č. 2)
- Literatura: ***ELTON, E.; Modern portfolio theory and investment analysis***, přip. DSO

Organizační pokyny

- 1. **POT** - Bloomberg (Výběr 5 libovolných akciových titulů - ne PSE!, tvorba covar a correl matice + print screen titulů - terminál Bloomberg)
- 2. V průběhu semestru dva kontrolní testy (Σ30 b., á 15 b., v Ø min. 60 %)
- Nesplnění výše uvedené podmínky (2) = "F"
- 1. test - turotiál č. 3, 2. test - tutoriál č. 5
- Možnost opravy ve zkouškovém období (30 b. /1 test - viz. podmínka č. 2)
- Literatura: ***ELTON, E.; Modern portfolio theory and investment analysis***, příp. DSO

Organizační pokyny

- 1. **POT** - Bloomberg (Výběr 5 libovolných akciových titulů - ne PSE!, tvorba covar a correl matice + print screen titulů - terminál Bloomberg)
- 2. V průběhu semestru dva kontrolní testy (Σ30 b., á 15 b., v Ø min. 60 %)
- Nesplnění výše uvedené podmínky (2) = "F"
- 1. test - turotiál č. 3, 2. test - tutoriál č. 5
- Možnost opravy ve zkouškovém období (30 b. /1 test - viz. podmínka č. 2)
- Literatura: ***ELTON, E.; Modern portfolio theory and investment analysis***, přip. DSO

Organizační pokyny

- 1. **POT** - Bloomberg (Výběr 5 libovolných akciových titulů - ne PSE!, tvorba covar a correl matice + print screen titulů - terminál Bloomberg)
- 2. V průběhu semestru dva kontrolní testy (Σ30 b., á 15 b., v Ø min. 60 %)
- Nesplnění výše uvedené podmínky (2) = “F”
- 1. test - turotiál č. 3, 2. test - tutoriál č. 5
- Možnost opravy ve zkouškovém období (30 b. /1 test - viz. podmínka č. 2)
- Literatura: ***ELTON, E.; Modern portfolio theory and investment analysis***, příp. DSO

Organizační pokyny

- 1. **POT** - Bloomberg (Výběr 5 libovolných akciových titulů - ne PSE!, tvorba covar a correl matice + print screen titulů - terminál Bloomberg)
- 2. V průběhu semestru dva kontrolní testy (Σ30 b., á 15 b., v Ø min. 60 %)
- Nesplnění výše uvedené podmínky (2) = "F"
- 1. test - turotiál č. 3, 2. test - tutoriál č. 5
- Možnost opravy ve zkouškovém období (30 b. /1 test - viz. podmínka č. 2)
- Literatura: ***ELTON, E.; Modern portfolio theory and investment analysis***, přip. DSO

Organizační pokyny

- 1. **POT** - Bloomberg (Výběr 5 libovolných akciových titulů - ne PSE!, tvorba covar a correl matice + print screen titulů - terminál Bloomberg)
- 2. V průběhu semestru dva kontrolní testy (Σ30 b., á 15 b., v Ø min. 60 %)
- Nesplnění výše uvedené podmínky (2) = "F"
- 1. test - turotiál č. 3, 2. test - tutoriál č. 5
- Možnost opravy ve zkouškovém období (30 b. /1 test - viz. podmínka č. 2)
- Literatura: ***ELTON, E.; Modern portfolio theory and investment analysis***, přip. DSO

Hodnocení

- Předpoklady - POT$\surd$
- Dosažené body z testů/opravného testu:
- A: [27,30)
- B: [25,27)
- C: [23,25)
- D: [21,23)
- E: [18,21)
- F: [0,18)

Hodnocení

- Předpoklady - POT$\surd$
- Dosažené body z testů/opravného testu:
- A: [27,30)
- B: [25,27)
- C: [23,25)
- D: [21,23)
- E: [18,21)
- F: [0,18)

Úvod do Teorie portfolia

- Historie:
  - HICKS, J.; *Application of Mathematical Methods of the Theory of Risk* (1934)
  - MARKOWITZ, H.; *Portfolio Selection* (1952) - **ZAKLADATEL MODERNÍ TEORIE PORTFOLIA** (inovativnost r $\wedge \sigma \Longrightarrow$ *Efektivní hranice portfolia*)
  - SHARPE, W., F.; *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk* (1964) - (jeden ze zakladatelů CAPM)
  - ROSS, S.; *The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing* (1976)

Úvod do Teorie portfolia

- Historie:
  - HICKS, J.; *Application of Mathematical Methods of the Theory of Risk* (1934)
  - MARKOWITZ, H.; *Portfolio Selection* (1952) - **ZAKLADATEL MODERNÍ TEORIE PORTFOLIA** (inovativnost r $\wedge \sigma \Longrightarrow$ *Efektivní hranice portfolia*)
  - SHARPE, W., F.; *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk* (1964) - (jeden ze zakladatelů CAPM)
  - ROSS, S.; *The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing* (1976)

Úvod do Teorie portfolia

- Historie:
  - HICKS, J.; *Application of Mathematical Methods of the Theory of Risk* (1934)
  - MARKOWITZ, H.; *Portfolio Selection* (1952) - **ZAKLADATEL MODERNÍ TEORIE PORTFOLIA** (inovativnost r $\wedge \sigma \Longrightarrow$ *Efektivní hranice portfolia*)
  - SHARPE, W., F.; *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk* (1964) - (jeden ze zakladatelů CAPM)
  - ROSS, S.; *The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing* (1976)

Úvod do Teorie portfolia

- Historie:
  - HICKS, J.; *Application of Mathematical Methods of the Theory of Risk* (1934)
  - MARKOWITZ, H.; *Portfolio Selection* (1952) - **ZAKLADATEL MODERNÍ TEORIE PORTFOLIA** (inovativnost r $\wedge \sigma \Longrightarrow$ *Efektivní hranice portfolia*)
  - SHARPE, W., F.; *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk* (1964) - (jeden ze zakladatelů CAPM)
  - ROSS, S.; *The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing* (1976)

Portfolio

- Portfolio: $\sum_{i=1}^{n} X_i A_i$; $\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$; $X_i \ldots váha$;$A_i \ldots aktivum$
- Vlastnosti aktiva - identifikovatelná, měřitelná hodnota (cena)
- Investování: $f(r,\sigma,l)$
- Za předpokladu racionality investora je *cílem tvorby portfolia* nalezení takové skladby aktiv, která odpovídá jeho aktuálním potřebám

Portfolio

- Portfolio: $\sum_{i=1}^{n} X_i A_i$; $\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$; $X_i \ldots$ *váha*;$A_i \ldots$ *aktivum*
- Vlastnosti aktiva - identifikovatelná, měřitelná hodnota (cena)
- Investování: $f(r,\sigma,l)$
- Za předpokladu racionality investora je *cílem tvorby portfolia* nalezení takové skladby aktiv, která odpovídá jeho aktuálním potřebám

Portfolio

- Portfolio: $\sum_{i=1}^{n} X_i A_i$; $\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$; $X_i \ldots váha; A_i \ldots aktivum$
- Vlastnosti aktiva - identifikovatelná, měřitelná hodnota (cena)
- Investování: $f(r, \sigma, l)$
- Za předpokladu racionality investora je *cílem tvorby portfolia* nalezení takové skladby aktiv, která odpovídá jeho aktuálním potřebám

Portfolio

- Portfolio: $\sum_{i=1}^{n} X_i A_i$; $\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$; $X_i \ldots váha; A_i \ldots aktivum$
- Vlastnosti aktiva - identifikovatelná, měřitelná hodnota (cena)
- Investování: $f(r, \sigma, l)$
- Za předpokladu racionality investora je *cílem tvorby portfolia* nalezení takové skladby aktiv, která odpovídá jeho aktuálním potřebám

Výnosnost

- Výnos/výnosnost aktiva:
  - $r_i = ln(P_{t+k}) - ln(P_t)$
  - $r_i = \frac{P_{t+k} - P_t}{P_t}$
  - $r_{id} = \frac{Di}{P_i}$
  - $r_{iTotal} = \frac{P_{t+k} - P_t + D_i}{P_t}$

Výnosnost

- Výnos/výnosnost aktiva:
  - $r_i = ln(P_{t+k}) - ln(P_t)$
  - $r_i = \frac{P_{t+k} - P_t}{P_t}$
  - $r_{id} = \frac{Di}{P_i}$
  - $r_{iTotal} = \frac{P_{t+k} - P_t + D_i}{P_t}$

Výnosnost

- Výnos/výnosnost aktiva:
  - $r_i = ln(P_{t+k}) - ln(P_t)$
  - $r_i = \frac{P_{t+k} - P_t}{P_t}$
  - $r_{id} = \frac{Di}{P_i}$
  - $r_{iTotal} = \frac{P_{t+k} - P_t + D_i}{P_t}$

Výnosnost

- Výnos/výnosnost aktiva:
  - $r_i = ln(P_{t+k}) - ln(P_t)$
  - $r_i = \frac{P_{t+k} - P_t}{P_t}$
  - $r_{id} = \frac{Di}{P_i}$
  - $r_{iTotal} = \frac{P_{t+k} - P_t + D_i}{P_t}$

Výnosnost

- Výnos/výnosnost aktiva:
  - $r_i = ln(P_{t+k}) - ln(P_t)$
  - $r_i = \frac{P_{t+k} - P_t}{P_t}$
  - $r_{id} = \frac{Di}{P_i}$
  - $r_{iTotal} = \frac{P_{t+k} - P_t + D_i}{P_t}$

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny E(X),σ^2(X) $\Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$,
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - E(c) = c, kde c je konstanta
  - E(c*X) = c.E(X)
  - E(X + Y) = E(X) + E(Y)
  - E(X*Y) = E(X).E(Y)

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny $E(X),\sigma^2(X) \Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$,
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - $E(c) = c$, kde c je konstanta
  - $E(c*X) = c.E(X)$
  - $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$
  - $E(X*Y) = E(X).E(Y)$

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny E(X),σ^2(X) $\Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$,
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - E(c) = c, kde c je konstanta
  - E(c*X) = c.E(X)
  - E(X + Y) = E(X) + E(Y)
  - E(X*Y) = E(X).E(Y)

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny E(X),σ^2(X) $\Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$,
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - E(c) = c, kde c je konstanta
  - E(c*X) = c.E(X)
  - E(X + Y) = E(X) + E(Y)
  - E(X*Y) = E(X).E(Y)

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny E(X),σ^2(X) $\Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$,
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - E(c) = c, kde c je konstanta
  - E(c*X) = c.E(X)
  - E(X + Y) = E(X) + E(Y)
  - E(X*Y) = E(X).E(Y)

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny E(X),σ^2(X) $\Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$,
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - $E(c) = c$, kde c je konstanta
  - $E(c*X) = c.E(X)$
  - $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$
  - $E(X*Y) = E(X).E(Y)$

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny E(X),σ^2(X) $\Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$,
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - E(c) = c, kde c je konstanta
  - E(c*X) = c.E(X)
  - E(X + Y) = E(X) + E(Y)
  - E(X*Y) = E(X).E(Y)

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny E(X),σ^2(X) $\Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i,$
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i,$
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - E(c) = c, kde c je konstanta
  - E(c*X) = c.E(X)
  - E(X + Y) = E(X) + E(Y)
  - E(X*Y) = E(X).E(Y)

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny E(X),σ^2(X) $\Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$,
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - E(c) = c, kde c je konstanta
  - E(c*X) = c.E(X)
  - E(X + Y) = E(X) + E(Y)
  - E(X*Y) = E(X).E(Y)

Výnos jako náhodná veličina

- Nejistota v budoucím vývoji $\Longrightarrow$náhodná veličina X (diskrétní náhodná veličina)

$\Longrightarrow$charakteristiky náhodné veličiny E(X),σ^2(X) $\Longrightarrow$ **Mean Variance Portfolio**

- **Střední hodnota**
  - $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$,
  - $E(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$,
  - $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i * p(x_i)$
- *Vlastnosti střední hodnoty:*
  - E(c) = c, kde c je konstanta
  - E(c*X) = c.E(X)
  - E(X + Y) = E(X) + E(Y)
  - E(X*Y) = E(X).E(Y)

Disperze náhodné veličiny

- **Rozptyl** (diskrétní případ) ... (D, var, σ^2, s^2)
  $D(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X)^2 + [E(X)]^2$
  $D(X) = \sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2 * p(X_i)$
- *Vlastnosti rozptylu:*
  - $D(c+X) = D(X)$, $D(c) = 0$
  - $D(c*X) = c^2 * D(X)$
  - $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ ...nezávislé náhodné veličiny
  - $D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2*cov(X,Y)$...závislé náhodné veličiny
- **! Statistický soubor !** $\Longrightarrow n > 30$
  $\Longrightarrow \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$,
  $n < 30 \Longrightarrow$ **Výběrový rozptyl** $\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$

Disperze náhodné veličiny

- **Rozptyl** (diskrétní případ) … (D, var, σ^2, s^2)
  $D(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X)^2 + [E(X)]^2$
  $D(X) = \sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2 * p(X_i)$
- *Vlastnosti rozptylu:*
  - $D(c+X) = D(X)$, $D(c) = 0$
  - $D(c*X) = c^2 * D(X)$
  - $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ …nezávislé náhodné veličiny
  - $D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2*cov(X,Y)$…závislé náhodné veličiny
- **! Statistický soubor !** $\Longrightarrow n > 30$
  $\Longrightarrow \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$,
  $n < 30 \Longrightarrow$ **Výběrový rozptyl** $\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$

Disperze náhodné veličiny

- **Rozptyl** (diskrétní případ) ... (D, var, σ^2, s^2)
  $D(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X)^2 + [E(X)]^2$
  $D(X) = \sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2 * p(X_i)$
- *Vlastnosti rozptylu:*
  - $D(c+X) = D(X)$, $D(c) = 0$
  - $D(c*X) = c^2*D(X)$
  - $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ ...nezávislé náhodné veličiny
  - $D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2*cov(X,Y)$...závislé náhodné veličiny
- **! Statistický soubor !** $\Longrightarrow n > 30$
  $\Longrightarrow \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$,
  $n < 30 \Longrightarrow$ **Výběrový rozptyl** $\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$

Disperze náhodné veličiny

- **Rozptyl** (diskrétní případ) … (D, var, σ^2, s^2)
  $D(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X)^2 + [E(X)]^2$
  $D(X) = \sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2 * p(X_i)$
- *Vlastnosti rozptylu:*
  - $D(c+X) = D(X)$, $D(c) = 0$
  - $D(c*X) = c^2 * D(X)$
  - $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ …nezávislé náhodné veličiny
  - $D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2*cov(X,Y)$…závislé náhodné veličiny
- **! Statistický soubor !** $\Longrightarrow n > 30$
  $\Longrightarrow \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$,
  $n < 30 \Longrightarrow$ **Výběrový rozptyl** $\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$

Disperze náhodné veličiny

- **Rozptyl** (diskrétní případ) ... (D, var, σ^2, s^2)
  D(X) = E[X - E(X)]^2= E(X)^2+ [E(X)]^2
  D(X) = $\sum_{i=1}^{n}$E[X$_i$ - E(X)]^2*p(X$_i$)
- *Vlastnosti rozptylu:*
  - D(c+X) = D(X), D(c) = 0
  - D(c*X) = c^2*D(X)
  - D(X+Y) = D(X) + D(Y) ...nezávislé náhodné veličiny
  - D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2*cov(X,Y)...závislé náhodné veličiny
- **! Statistický soubor !** $\Longrightarrow n > 30$
  $\Longrightarrow \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$,
  n < 30 $\Longrightarrow$**Výběrový rozptyl** σ^2= $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}$E[X$_i$ - E(X)]^2

Disperze náhodné veličiny

- **Rozptyl** (diskrétní případ) ... (D, var, σ^2, s^2)
  D(X) = E[X - E(X)]^2= E(X)^2+ [E(X)]^2
  D(X) = $\sum_{i=1}^{n}$E[X$_i$ - E(X)]^2*p(X$_i$)
- *Vlastnosti rozptylu:*
  - D(c+X) = D(X), D(c) = 0
  - D(c*X) = c^2*D(X)
  - D(X+Y) = D(X) + D(Y) ...nezávislé náhodné veličiny
  - D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2*cov(X,Y)...závislé náhodné veličiny
- **! Statistický soubor !** $\Longrightarrow n > 30$
  $\Longrightarrow \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$,
  n < 30 $\Longrightarrow$ **Výběrový rozptyl** σ^2= $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}$E[X$_i$ - E(X)]^2

Disperze náhodné veličiny

- **Rozptyl** (diskrétní případ) ... (D, var, σ^2, s^2)
  D(X) = E[X - E(X)]^2= E(X)^2+ [E(X)]^2
  D(X) = $\sum_{i=1}^{n}$E[X$_i$ - E(X)]^2*p(X$_i$)
- *Vlastnosti rozptylu:*
  - D(c+X) = D(X), D(c) = 0
  - D(c*X) = c^2*D(X)
  - D(X+Y) = D(X) + D(Y) ...nezávislé náhodné veličiny
  - D(X+Y) = D(X) + D(Y) + 2*cov(X,Y)...závislé náhodné veličiny
- **! Statistický soubor !** $\Longrightarrow n > 30$
  $\Longrightarrow \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E[X_i - E(X)]^2$,
  n < 30 $\Longrightarrow$**Výběrový rozptyl** σ^2= $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}$E[X$_i$ - E(X)]^2

Riziko

- … změny očekávané výnosnosti - **směrodatná odchýlka**…$\sqrt{D(X)}$ (σ,s)
  - $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2}$… n > 30,
  - $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2}$ … n < 30,
  - $\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2 * p_i}$… známá pravděpodobnost

Riziko

- … změny očekávané výnosnosti - **směrodatná odchýlka**… $\sqrt{D(X)}$ (σ,s)
  - $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2}$… n > 30,
  - $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2}$ … n < 30,
  - $\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2 * p_i}$… známá pravděpodobnost

Riziko

- ... změny očekávané výnosnosti - **směrodatná odchýlka**... $\sqrt{D(X)}$ (σ,s)
  - $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2}$... n > 30,
  - $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2}$ ... n < 30,
  - $\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2 * p_i}$... známá pravděpodobnost

Riziko

- ... změny očekávané výnosnosti - **směrodatná odchylka**... $\sqrt{D(X)}$ (σ,s)
  - $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2}$... n > 30,
  - $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2}$ ... n < 30,
  - $\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r})^2 * p_i}$... známá pravděpodobnost

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance...(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - $\Longrightarrow$standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance...(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - $\Longrightarrow$standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance...(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - $\Longrightarrow$standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance…(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - $\Longrightarrow$standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance…(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - ⟹standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance…(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - ⟹standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance...(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - $\Longrightarrow$standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance...(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n > 30$,
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n < 30$,
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - $\Longrightarrow$standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance...(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j] \ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - cov(X,X) = σ^2(X)

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - ⟹standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance...(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - ⟹standardizace

Vztah mezi náhodnými veličinami

- **Kovariance…(cov(X,Y), $\sigma_{X,Y}$)**
  cov (X,Y) = E{[X-E(X)][Y-E(Y)]};
  - $\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[X_i - E(X)]*[Y_i - E(Y)]$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n > 30,$
- $\sigma_{ij} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}[r_i - \bar{r}_i]*[r_j - \bar{r}_j]\ldots n < 30,$
- *Vlastnosti kovariance:*
  - cov(X,Y) = 0; E (X+Y) = 0 $\wedge$E(X) = 0 = E(Y) = 0
  - cov(X,Y) = cov(Y,X)
  - cov(X+a,Y+b) = cov(X,Y)
  - cov(X*a,Y*b) = a*b*cov(X,Y)
  - **cov(X,X) = σ^2(X)**

  nabývá hodnot (- ∞;∞)
  - $\Longrightarrow$standardizace

Pearosnův korelační koeficient

- Relativizuje absolutní rozměr kovariance
- $\rho_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X * \sigma_Y}$
- Vyjadřuje míru **lineární** závislosti
- Bezrozměrná veličina z intervalu <-1;1> (klesající/rostoucí závislost)
- $\rho_{XY} = 1 \ldots$body leží na přímce
- Čtverec korelačních koeficientů - koeficient determinace ... $\underline{\underline{r^2}}$

Pearosnův korelační koeficient

- Relativizuje absolutní rozměr kovariance
- $\rho_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X * \sigma_Y}$
- Vyjadřuje míru **lineární** závislosti
- Bezrozměrná veličina z intervalu <-1;1> (klesající/rostoucí závislost)
- $\rho_{XY} = 1$...body leží na přímce
- Čtverec korelačních koeficientů - koeficient determinace ... r^2

Pearosnův korelační koeficient

- Relativizuje absolutní rozměr kovariance
- $\rho_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X * \sigma_Y}$
- Vyjadřuje míru **lineární** závislosti
- Bezrozměrná veličina z intervalu <-1;1> (klesající/rostoucí závislost)
- $\rho_{XY} = 1$...body leží na přímce
- Čtverec korelačních koeficientů - koeficient determinace ... $\underline{\underline{r^2}}$

Pearosnův korelační koeficient

- Relativizuje absolutní rozměr kovariance
- $\rho_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X * \sigma_Y}$
- Vyjadřuje míru **lineární** závislosti
- Bezrozměrná veličina z intervalu <-1;1> (klesající/rostoucí závislost)
- $\rho_{XY} = 1$...body leží na přímce
- Čtverec korelačních koeficientů - koeficient determinace ... r^2

Pearosnův korelační koeficient

- Relativizuje absolutní rozměr kovariance
- $\rho_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X * \sigma_Y}$
- Vyjadřuje míru **lineární** závislosti
- Bezrozměrná veličina z intervalu <-1;1> (klesající/rostoucí závislost)
- $\rho_{XY} = 1 \ldots$body leží na přímce
- Čtverec korelačních koeficientů - koeficient determinace ... r^2

Pearosnův korelační koeficient

- Relativizuje absolutní rozměr kovariance
- $\rho_{XY} = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X * \sigma_Y}$
- Vyjadřuje míru **lineární** závislosti
- Bezrozměrná veličina z intervalu <-1;1> (klesající/rostoucí závislost)
- $\rho_{XY} = 1 \ldots$body leží na přímce
- Čtverec korelačních koeficientů - koeficient determinace ... $\underline{\underline{r^2}}$