Teorie portfolia

Přednáška 08

Luděk Benada

Katedra financí - 533, benada.esf@gmail.com

April 14, 2014

Struktura

Jedno-indexový model

- Empiricky je pozorovatelné, že pokud $\uparrow M \Longrightarrow \uparrow CP$ ...
- Proto je výnosnost aktiva dána do vztahu s výnosností trhu:
  - $r_i = a_i + b_i r_M$
- **Výnosnost akcie sestává ze dvou částí:**
  - *Závislou na trhu*
  - *Nezávislou na trhu*

Jedno-indexový model

- Empiricky je pozorovatelné, že pokud $\uparrow M \Longrightarrow \uparrow CP$ ...
- Proto je výnosnost aktiva dána do vztahu s výnosností trhu:
    - $r_i = a_i + b_i r_M$
- Výnosnost akcie sestává ze dvou částí:
    - *Závislou na trhu*
    - *Nezávislou na trhu*

Jedno-indexový model

- Empiricky je pozorovatelné, že pokud $\uparrow M \Longrightarrow \uparrow CP \ldots$
- Proto je výnosnost aktiva dána do vztahu s výnosností trhu:
  - $r_i = a_i + b_i r_M$
- **Výnosnost akcie sestává ze dvou částí:**
  - *Závislou na trhu*
  - *Nezávislou na trhu*

Jedno-indexový model

- Empiricky je pozorovatelné, že pokud $\uparrow M \Longrightarrow \uparrow CP$ ...
- Proto je výnosnost aktiva dána do vztahu s výnosností trhu:
  - $r_i = a_i + b_i r_M$
- **Výnosnost akcie sestává ze dvou částí:**
  - *Závislou na trhu*
  - *Nezávislou na trhu*

Jedno-indexový model

- Empiricky je pozorovatelné, že pokud $\uparrow M \Longrightarrow \uparrow CP$ ...
- Proto je výnosnost aktiva dána do vztahu s výnosností trhu:
  - $r_i = a_i + b_i r_M$
- **Výnosnost akcie sestává ze dvou částí:**
  - *Závislou na trhu*
  - *Nezávislou na trhu*

Nezávislá složka výnosnosti CP

- **Lze provést dekompozici na:**
  - *Odhad*
  - *Náhodná chyba*
  - $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i$
- Výnosnost trhu, i náhodná chyba jsou náhodné veličiny $\Longrightarrow X_i\left(\mu, \sigma^2\right)$
- Model by měl zaručovat:
  - $cov\left(\varepsilon_i, r_M\right) = 0$
  - $cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = 0$
  - $\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

Nezávislá složka výnosnosti CP

- **Lze provést dekompozici na:**
  - *Odhad*
  - *Náhodná chyba*
  - $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i$
- Výnosnost trhu, i náhodná chyba jsou náhodné veličiny $\Longrightarrow X_i\left(\mu, \sigma^2\right)$
- Model by měl zaručovat:
  - $cov\left(\varepsilon_i, r_M\right) = 0$
  - $cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = 0$
  - $\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

Nezávislá složka výnosnosti CP

- **Lze provést dekompozici na:**
  - *Odhad*
  - *Náhodná chyba*
  - $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i$
- Výnosnost trhu, i náhodná chyba jsou náhodné veličiny $\Longrightarrow X_i\left(\mu, \sigma^2\right)$
- Model by měl zaručovat:
  - $cov\left(\varepsilon_i, r_M\right) = 0$
  - $cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = 0$
  - $\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

Nezávislá složka výnosnosti CP

- **Lze provést dekompozici na:**
  - *Odhad*
  - *Náhodná chyba*
  - $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i$
- Výnosnost trhu, i náhodná chyba jsou náhodné veličiny $\Longrightarrow X_i\left(\mu, \sigma^2\right)$
- Model by měl zaručovat:
  - $cov\left(\varepsilon_i, r_M\right) = 0$
  - $cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = 0$
  - $\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

Nezávislá složka výnosnosti CP

- **Lze provést dekompozici na:**
  - *Odhad*
  - *Náhodná chyba*
  - $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i$
- Výnosnost trhu, i náhodná chyba jsou náhodné veličiny $\Longrightarrow X_i\left(\mu, \sigma^2\right)$
- Model by měl zaručovat:
  - $cov\left(\varepsilon_i, r_M\right) = 0$
  - $cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = 0$
  - $\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

Nezávislá složka výnosnosti CP

- **Lze provést dekompozici na:**
  - *Odhad*
  - *Náhodná chyba*
  - $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i$
- Výnosnost trhu, i náhodná chyba jsou náhodné veličiny $\Longrightarrow X_i\left(\mu, \sigma^2\right)$
- Model by měl zaručovat:
  - $cov\left(\varepsilon_i, r_M\right) = 0$
  - $cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = 0$
  - $\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

Nezávislá složka výnosnosti CP

- **Lze provést dekompozici na:**
  - *Odhad*
  - *Náhodná chyba*
  - $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i$
- Výnosnost trhu, i náhodná chyba jsou náhodné veličiny $\Longrightarrow X_i\left(\mu, \sigma^2\right)$
- Model by měl zaručovat:
  - $cov\left(\varepsilon_i, r_M\right) = 0$
  - $cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = 0$
  - $\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

Nezávislá složka výnosnosti CP

- **Lze provést dekompozici na:**
  - *Odhad*
  - *Náhodná chyba*
  - $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i$
- Výnosnost trhu, i náhodná chyba jsou náhodné veličiny $\Longrightarrow X_i\left(\mu, \sigma^2\right)$
- Model by měl zaručovat:
  - $cov\left(\varepsilon_i, r_M\right) = 0$
  - $cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = 0$
  - $\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

Nezávislá složka výnosnosti CP

- **Lze provést dekompozici na:**
  - *Odhad*
  - *Náhodná chyba*
  - $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i$
- Výnosnost trhu, i náhodná chyba jsou náhodné veličiny $\Longrightarrow X_i\left(\mu, \sigma^2\right)$
- Model by měl zaručovat:
  - $cov\left(\varepsilon_i, r_M\right) = 0$
  - $cov\left(\varepsilon_i, \varepsilon_j\right) = 0$
  - $\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

Optimální portfolio v JIM

- Předpokládáme, že JIM je nejlepší metodou předpovědí kovarianční struktury výnosností
- K sestavení portfolia by bylo v(ý)hodné mít určitý rozhodovací nástroj k zařazení A do P
- Pokud platí JIM, pak existuje toto rozhodovací kritérium:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i}$
- $\Longrightarrow$ranking určuje sílu v(ý)hodnosti zahrnutí do portfolia

Optimální portfolio v JIM

- Předpokládáme, že JIM je nejlepší metodou předpovědí kovarianční struktury výnosností
- K sestavení portfolia by bylo v(ý)hodné mít určitý rozhodovací nástroj k zařazení A do P
- Pokud platí JIM, pak existuje toto rozhodovací kritérium:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i}$
- $\Longrightarrow$ ranking určuje sílu v(ý)hodnosti zahrnutí do portfolia

Optimální portfolio v JIM

- Předpokládáme, že JIM je nejlepší metodou předpovědí kovarianční struktury výnosností
- K sestavení portfolia by bylo v(ý)hodné mít určitý rozhodovací nástroj k zařazení A do P
- Pokud platí JIM, pak existuje toto rozhodovací kritérium:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i}$
- $\Longrightarrow$ranking určuje sílu v(ý)hodnosti zahrnutí do portfolia

Optimální portfolio v JIM

- Předpokládáme, že JIM je nejlepší metodou předpovědí kovarianční struktury výnosností
- K sestavení portfolia by bylo v(ý)hodné mít určitý rozhodovací nástroj k zařazení A do P
- Pokud platí JIM, pak existuje toto rozhodovací kritérium:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i}$
- $\Longrightarrow$ranking určuje sílu v(ý)hodnosti zahrnutí do portfolia

Optimální portfolio v JIM

- Předpokládáme, že JIM je nejlepší metodou předpovědí kovarianční struktury výnosností
- K sestavení portfolia by bylo v(ý)hodné mít určitý rozhodovací nástroj k zařazení A do P
- Pokud platí JIM, pak existuje toto rozhodovací kritérium:
  - $\frac{\overline{r}_i - r_f}{\beta_i}$
- $\Longrightarrow$ranking určuje sílu v(ý)hodnosti zahrnutí do portfolia

Implikace rozhodovacího kritéria

- Je-li určitý CP s daným poměrem $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i}$ zahrnut do portfolia $\Longrightarrow$ do tohoto portfolia budou zahrnuty i všechny CP s vyšším poměrem
- Pokud CP s daným poměrem $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i}$ není zahrnut do portfolia $\Longrightarrow$ do portfolia nebudou zahrnuty CP s nižším poměrem

Implikace rozhodovacího kritéria

- Je-li určitý CP s daným poměrem $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i}$ zahrnut do portfolia $\Longrightarrow$ do tohoto portfolia budou zahrnuty i všechny CP s vyšším poměrem
- Pokud CP s daným poměrem $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i}$ není zahrnut do portfolia $\Longrightarrow$ do portfolia nebudou zahrnuty CP s nižším poměrem

Sestavení portfolia - sell short zakázán

- Stanovuje hraniční hodnotu C^*pro výběr CP
  - $\Longrightarrow$je provedena **selekce** dostupných CP:
    - zahrnuté do portfolia
    - nezahrnuté do portfolia, resp. shortované

Sestavení portfolia - sell short zakázán

- Stanovuje hraniční hodnotu C^*pro výběr CP
  - $\Longrightarrow$je provedena **selekce** dostupných CP:
    - zahrnuté do portfolia
    - nezahrnuté do portfolia, resp. shortované

Sestavení portfolia - sell short zakázán

- Stanovuje hraniční hodnotu C^*pro výběr CP
  - $\Longrightarrow$je provedena **selekce** dostupných CP:
    - zahrnuté do portfolia
    - nezahrnuté do portfolia, resp. shortované

Sestavení portfolia - sell short zakázán

- Stanovuje hraniční hodnotu C^*pro výběr CP
  - $\Longrightarrow$je provedena **selekce** dostupných CP:
    - zahrnuté do portfolia
    - nezahrnuté do portfolia, resp. shortované

Postup při výběru optimálního portfolia

- Seřazení CP podle $\frac{\overline{r}_i - r_f}{\beta_i}$
- Do OP zahrneme ty CP, pro které platí $\frac{\overline{r}_i - r_f}{\beta_i} > C^*$

Postup při výběru optimálního portfolia

- Seřazení CP podle $\frac{\overline{r}_i - r_f}{\beta_i}$
- Do OP zahrneme ty CP, pro které platí $\frac{\overline{r}_i - r_f}{\beta_i} > C^*$

Určení cut-off

- C^*…je počítáno z charakteristik CP zahrnutých v OP
- Na začátku procesu sestavování portfolia nevíme kolik bude zahrnuto CP do OP $\Longrightarrow$výpočet C^*bude zahrnovat různý počet CP
- Pokud $C_i$je možný kandidát na $C^* \Longrightarrow C_i$je počítáno za předpokladu, že v OP je právě i cenných papírů
- Pro i CP platí:
  - $C_i = \dfrac{\sigma_M^2 \sum_{j=1}^n \frac{(\bar{r}_j - r_f)\beta_j}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}}{1+\sigma_M^2 \sum_{j=1}^n \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2} \right)}$
- **Cenné papíry jsou zahrnuty do portfolia, pokud splňují podmínku**:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} > C_i$
  - $\Longrightarrow C^*$zvolíme poslední C_i, pro které je tento vztah pravdivý

Určení cut-off

- C^*...je počítáno z charakteristik CP zahrnutých v OP
- Na začátku procesu sestavování portfolia nevíme kolik bude zahrnuto CP do OP $\Longrightarrow$výpočet C^*bude zahrnovat různý počet CP
- Pokud $C_i$je možný kandidát na $C^* \Longrightarrow C_i$je počítáno za předpokladu, že v OP je právě i cenných papírů
- Pro i CP platí:
  - $C_i = \dfrac{\sigma_M^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{(\bar{r}_j - r_f)\beta_j}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}}{1+\sigma_M^2 \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2} \right)}$
- **Cenné papíry jsou zahrnuty do portfolia, pokud splňují podmínku**:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} > C_i$
  - $\Longrightarrow C^*$zvolíme poslední C_i, pro které je tento vztah pravdivý

Určení cut-off

- C^*...je počítáno z charakteristik CP zahrnutých v OP
- Na začátku procesu sestavování portfolia nevíme kolik bude zahrnuto CP do OP $\Longrightarrow$výpočet C^*bude zahrnovat různý počet CP
- Pokud $C_i$je možný kandidát na $C^*$$\Longrightarrow$$C_i$je počítáno za předpokladu, že v OP je právě i cenných papírů
- Pro i CP platí:
  - $C_i = \dfrac{\sigma_M^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{(\bar{r}_j - r_f)\beta_j}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}}{1 + \sigma_M^2 \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}\right)}$
- **Cenné papíry jsou zahrnuty do portfolia, pokud splňují podmínku:**
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} > C_i$
  - $\Longrightarrow C^*$zvolíme poslední C_i, pro které je tento vztah pravdivý

Určení cut-off

- C^*...je počítáno z charakteristik CP zahrnutých v OP
- Na začátku procesu sestavování portfolia nevíme kolik bude zahrnuto CP do OP $\Longrightarrow$výpočet C^*bude zahrnovat různý počet CP
- Pokud $C_i$je možný kandidát na $C^* \Longrightarrow C_i$je počítáno za předpokladu, že v OP je právě i cenných papírů
- Pro i CP platí:
  - $C_i = \frac{\sigma_M^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{(\bar{r}_j - r_f)\beta_j}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}}{1+\sigma_M^2 \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2} \right)}$
- Cenné papíry jsou zahrnuty do portfolia, pokud splňují podmínku:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} > C_i$
  - $\Longrightarrow C^*$zvolíme poslední C_i, pro které je tento vztah pravdivý

Určení cut-off

- C^*…je počítáno z charakteristik CP zahrnutých v OP
- Na začátku procesu sestavování portfolia nevíme kolik bude zahrnuto CP do OP $\Longrightarrow$výpočet C^*bude zahrnovat různý počet CP
- Pokud $C_i$je možný kandidát na $C^*\Longrightarrow C_i$je počítáno za předpokladu, že v OP je právě i cenných papírů
- Pro i CP platí:
  - $C_i = \dfrac{\sigma_M^2 \sum_{j=1}^{n} \frac{(\bar{r}_j - r_f)\beta_j}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}}{1+\sigma_M^2 \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}\right)}$
- **Cenné papíry jsou zahrnuty do portfolia, pokud splňují podmínku**:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} > C_i$
  - $\Longrightarrow C^*$zvolíme poslední C_i, pro které je tento vztah pravdivý

Určení cut-off

- C^*...je počítáno z charakteristik CP zahrnutých v OP
- Na začátku procesu sestavování portfolia nevíme kolik bude zahrnuto CP do OP $\Longrightarrow$výpočet C^*bude zahrnovat různý počet CP
- Pokud $C_i$je možný kandidát na $C^*\Longrightarrow C_i$je počítáno za předpokladu, že v OP je právě i cenných papírů
- Pro i CP platí:
  - $C_i = \frac{\sigma_M^2 \sum_{j=1}^n \frac{(\bar{r}_j - r_f)\beta_j}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}}{1+\sigma_M^2 \sum_{j=1}^n \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}\right)}$
- **Cenné papíry jsou zahrnuty do portfolia, pokud splňují podmínku**:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} > C_i$
  - $\Longrightarrow C^*$zvolíme poslední C_i, pro které je tento vztah pravdivý

Určení cut-off

- C^*...je počítáno z charakteristik CP zahrnutých v OP
- Na začátku procesu sestavování portfolia nevíme kolik bude zahrnuto CP do OP $\Longrightarrow$výpočet C^*bude zahrnovat různý počet CP
- Pokud $C_i$je možný kandidát na $C^*\Longrightarrow C_i$je počítáno za předpokladu, že v OP je právě i cenných papírů
- Pro i CP platí:
  - $C_i = \frac{\sigma_M^2 \sum_{j=1}^n \frac{(\bar{r}_j - r_f)\beta_j}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}}{1+\sigma_M^2 \sum_{j=1}^n \left(\frac{\beta_j^2}{\sigma_{\varepsilon_j}^2}\right)}$
- **Cenné papíry jsou zahrnuty do portfolia, pokud splňují podmínku**:
  - $\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} > C_i$
  - $\Longrightarrow C^*$zvolíme poslední C_i, pro které je tento vztah pravdivý

Váhy cenných papírů

- $w_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^{n} Z_i}$
- $Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma^2_{\varepsilon_i}} \left(\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} - C^* \right)$

Váhy cenných papírů

- $w_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^{n} Z_i}$
- $Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{\varepsilon_i}^2} \left(\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_i} - C^* \right)$

Sestavení portfolia - sell short povolen

- V tomto případě volíme za $C^* \ldots C_n$

Příklad - zakázán short

...

Příklad - povolen short

...