Teorie portfolia

Přednáška 09

Luděk Benada

Katedra financí - 533, benada.esf@gmail.com

April 28, 2014

Struktura

Více-indexové modly

- Rozšiřují přístup jedno faktorového modelu ...
- Zachycuje korelační strukuturu netržních vlivů (E. faktory, strukturální skupiny)
- 1966 Benjamin King prokázal vliv průmyslu na ceny akcií:
- $\Longrightarrow$**navrženy dva modely:**
  - Více-indexový model
  - Model průmyslového indexu

Více-indexové modly

- Rozšiřují přístup jedno faktorového modelu ...
- Zachycuje korelační strukuturu netržních vlivů (E. faktory, strukturální skupiny)
- 1966 Benjamin King prokázal vliv průmyslu na ceny akcií:
- $\Longrightarrow$ **navrženy dva modely:**
  - Více-indexový model
  - Model průmyslového indexu

Více-indexové modly

- Rozšiřují přístup jedno faktorového modelu ...
- Zachycuje korelační strukuturu netržních vlivů (E. faktory, strukturální skupiny)
- 1966 Benjamin King prokázal vliv průmyslu na ceny akcií:
- $\Longrightarrow$**navrženy dva modely:**
  - Více-indexový model
  - Model průmyslového indexu

Více-indexové modly

- Rozšiřují přístup jedno faktorového modelu ...
- Zachycuje korelační strukuturu netržních vlivů (E. faktory, strukturální skupiny)
- 1966 Benjamin King prokázal vliv průmyslu na ceny akcií:
- $\Longrightarrow$**navrženy dva modely:**
  - Více-indexový model
  - Model průmyslového indexu

Více-indexové modly

- Rozšiřují přístup jedno faktorového modelu ...
- Zachycuje korelační strukuturu netržních vlivů (E. faktory, strukturální skupiny)
- 1966 Benjamin King prokázal vliv průmyslu na ceny akcií:
- $\Longrightarrow$**navrženy dva modely:**
  - Více-indexový model
  - Model průmyslového indexu

Více-indexové modly

- Rozšiřují přístup jedno faktorového modelu ...
- Zachycuje korelační strukuturu netržních vlivů (E. faktory, strukturální skupiny)
- 1966 Benjamin King prokázal vliv průmyslu na ceny akcií:
- $\Longrightarrow$**navrženy dva modely:**
  - Více-indexový model
  - Model průmyslového indexu

Rovnice více-indexového modelu

- $r_i = \alpha_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \ldots + \beta_{in} I_n + \varepsilon_i$
- $I_j \ldots$ skutečná hodnota konkrétního faktoru
- $\beta_{ij} \ldots$*míra závislosti cenného papíru na daném faktoru*
- Stejně jako u jedno-faktorového modelu je $r_i$rozložena na dvě složky (skutečná hodnota a ε_i)
- …kde $E(\varepsilon_i) = 0 \wedge \sigma^2_{\varepsilon_i}$
- Faktory by měly splňovat podmínku ortogonality
- …v jiném případě je nutné faktory upravy na nekorelované $\wedge$ musí být splněny požadavky na ε_i

Rovnice více-indexového modelu

- $r_i = \alpha_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \ldots + \beta_{in} I_n + \varepsilon_i$
- $I_j \ldots$ skutečná hodnota konkrétního faktoru
- β_{ij} *...míra závislosti cenného papíru na daném faktoru*
- Stejně jako u jedno-faktorového modelu je $r_i$rozložena na dvě složky (skutečná hodnota a ε_i)
- ...kde $E(\varepsilon_i) = 0 \wedge \sigma^2_{\varepsilon_i}$
- Faktory by měly splňovat podmínku ortogonality
- ...v jiném případě je nutné faktory upravy na nekorelované $\wedge$ musí být splněny požadavky na ε_i

Rovnice více-indexového modelu

- $r_i = \alpha_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \ldots + \beta_{in} I_n + \varepsilon_i$
- $I_j \ldots$ skutečná hodnota konkrétního faktoru
- $\beta_{ij} \ldots$*míra závislosti cenného papíru na daném faktoru*
- Stejně jako u jedno-faktorového modelu je $r_i$rozložena na dvě složky (skutečná hodnota a ε_i)
- …kde $E(\varepsilon_i) = 0 \wedge \sigma^2_{\varepsilon_i}$
- Faktory by měly splňovat podmínku ortogonality
- …v jiném případě je nutné faktory upravy na nekorelované $\wedge$ musí být splněny požadavky na ε_i

Rovnice více-indexového modelu

- $r_i = \alpha_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \ldots + \beta_{in} I_n + \varepsilon_i$
- $I_j \ldots$ skutečná hodnota konkrétního faktoru
- $\beta_{ij} \ldots$*míra závislosti cenného papíru na daném faktoru*
- Stejně jako u jedno-faktorového modelu je $r_i$rozložena na dvě složky (skutečná hodnota a ε_i)
- …kde $E(\varepsilon_i) = 0 \wedge \sigma^2_{\varepsilon_i}$
- Faktory by měly splňovat podmínku ortogonality
- …v jiném případě je nutné faktory upravy na nekorelované $\wedge$ musí být splněny požadavky na ε_i

Rovnice více-indexového modelu

- $r_i = \alpha_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \ldots + \beta_{in} I_n + \varepsilon_i$
- $I_j \ldots$ skutečná hodnota konkrétního faktoru
- $\beta_{ij} \ldots$*míra závislosti cenného papíru na daném faktoru*
- Stejně jako u jedno-faktorového modelu je $r_i$rozložena na dvě složky (skutečná hodnota a ε_i)
- ...kde $E(\varepsilon_i) = 0 \wedge \sigma^2_{\varepsilon_i}$
- Faktory by měly splňovat podmínku ortogonality
- ...v jiném případě je nutné faktory upravy na nekorelované $\wedge$ musí být splněny požadavky na ε_i

Rovnice více-indexového modelu

- $r_i = \alpha_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \ldots + \beta_{in} I_n + \varepsilon_i$
- $I_j \ldots$ skutečná hodnota konkrétního faktoru
- $\beta_{ij} \ldots$*míra závislosti cenného papíru na daném faktoru*
- Stejně jako u jedno-faktorového modelu je $r_i$rozložena na dvě složky (skutečná hodnota a ε_i)
- ...kde $E(\varepsilon_i) = 0 \wedge \sigma^2_{\varepsilon_i}$
- Faktory by měly splňovat podmínku ortogonality
- ...v jiném případě je nutné faktory upravy na nekorelované $\wedge$ musí být splněny požadavky na ε_i

Rovnice více-indexového modelu

- $r_i = \alpha_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \ldots + \beta_{in} I_n + \varepsilon_i$
- $I_j \ldots$ skutečná hodnota konkrétního faktoru
- $\beta_{ij} \ldots$*míra závislosti cenného papíru na daném faktoru*
- Stejně jako u jedno-faktorového modelu je $r_i$rozložena na dvě složky (skutečná hodnota a ε_i)
- ...kde $E(\varepsilon_i) = 0 \wedge \sigma^2_{\varepsilon_i}$
- Faktory by měly splňovat podmínku ortogonality
- ...v jiném případě je nutné faktory upravy na nekorelované $\wedge$ musí být splněny požadavky na ε_i

Odhady parametrů modelu

- Odhady lze provést pomocí regresní analýzy
- **Výsledná rovnice:** $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + \ldots + b_{in} I_n + e_i$
- …kde **a** je odhad parametru α_i
- …**b** je odhad parametru β_{ij}

Odhady parametrů modelu

- Odhady lze provést pomocí regresní analýzy
- **Výsledná rovnice:** $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + \ldots + b_{in} I_n + e_i$
- ...kde **a** je odhad parametru α_i
- ...**b** je odhad parametru β_{ij}

Odhady parametrů modelu

- Odhady lze provést pomocí regresní analýzy
- **Výsledná rovnice:** $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + \ldots + b_{in} I_n + e_i$
- ...kde **a** je odhad parametru α_i
- ...**b** je odhad parametru β_{ij}

Odhady parametrů modelu

- Odhady lze provést pomocí regresní analýzy
- **Výsledná rovnice:** $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + \ldots + b_{in} I_n + e_i$
- …kde **a** je odhad parametru α_i
- …**b** je odhad parametru β_{ij}

Určení charakteristik CP

- $\bar{r}_i = a_i + b_{i1}\bar{I}_1 + b_{i2}\bar{I}_2 + \ldots b_{in}\bar{I}_n$
- $\sigma_i^2 = b_{i1}^2\sigma_{I1}^2 + b_{i2}^2\sigma_{I2}^2 + \ldots + b_{in}^2\sigma_{In}^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$
- $\sigma_{ij} = b_{i1}b_{j1}\sigma_{I1}^2 + b_{i2}b_{j2}\sigma_{I2}^2 + \ldots + b_{in}b_{jn}\sigma_{In}^2$

Určení charakteristik CP

- $\bar{r}_i = a_i + b_{i1}\bar{I}_1 + b_{i2}\bar{I}_2 + \ldots b_{in}\bar{I}_n$
- $\sigma_i^2 = b_{i1}^2\sigma_{I1}^2 + b_{i2}^2\sigma_{I2}^2 + \ldots + b_{in}^2\sigma_{In}^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$
- $\sigma_{ij} = b_{i1}b_{j1}\sigma_{I1}^2 + b_{i2}b_{j2}\sigma_{I2}^2 + \ldots + b_{in}b_{jn}\sigma_{In}^2$

Určení charakteristik CP

- $\bar{r}_i = a_i + b_{i1}\bar{I}_1 + b_{i2}\bar{I}_2 + \ldots b_{in}\bar{I}_n$
- $\sigma_i^2 = b_{i1}^2\sigma_{I1}^2 + b_{i2}^2\sigma_{I2}^2 + \ldots + b_{in}^2\sigma_{In}^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$
- $\sigma_{ij} = b_{i1}b_{j1}\sigma_{I1}^2 + b_{i2}b_{j2}\sigma_{I2}^2 + \ldots + b_{in}b_{jn}\sigma_{In}^2$

Charakteristika modelu APT

- Rovnovážný model
- Založen na principu jedné ceny
- $r_i \ldots$je dána "procesem generujícím výnosnost"
- $\Longrightarrow$předpokládá, že výnosnost CP je lineárním vztahu k množině faktorů charakterizovaným faktorovým indexem
- APT popisuje $\bar{r}_i$pokud $r_i$jsou generovány jedno- nebo více-faktorovým modelem

Charakteristika modelu APT

- Rovnovážný model
- Založen na principu jedné ceny
- $r_i \ldots$je dána "procesem generujícím výnosnost"
- $\Longrightarrow$předpokládá, že výnosnost CP je lineárním vztahu k množině faktorů charakterizovaným faktorovým indexem
- APT popisuje $\bar{r}_i$pokud $r_i$jsou generovány jedno- nebo více-faktorovým modelem

Charakteristika modelu APT

- Rovnovážný model
- Založen na principu jedné ceny
- $r_i \ldots$je dána "procesem generujícím výnosnost"
- $\Longrightarrow$předpokládá, že výnosnost CP je lineárním vztahu k množině faktorů charakterizovaným faktorovým indexem
- APT popisuje $\bar{r}_i$pokud $r_i$jsou generovány jedno- nebo více-faktorovým modelem

Charakteristika modelu APT

- Rovnovážný model
- Založen na principu jedné ceny
- $r_i \dots$je dána "procesem generujícím výnosnost"
- $\Longrightarrow$předpokládá, že výnosnost CP je lineárním vztahu k množině faktorů charakterizovaným faktorovým indexem
- APT popisuje $\bar{r}_i$pokud $r_i$jsou generovány jedno- nebo více-faktorovým modelem

Charakteristika modelu APT

- Rovnovážný model
- Založen na principu jedné ceny
- $r_i \ldots$je dána "procesem generujícím výnosnost"
- $\Longrightarrow$předpokládá, že výnosnost CP je lineárním vztahu k množině faktorů charakterizovaným faktorovým indexem
- APT popisuje $\bar{r}_i$pokud $r_i$jsou generovány jedno- nebo více-faktorovým modelem

Odvození APT pro dvou-indexový model

- $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + e_i$
- + splnění předpokladů:
  - $E(e_i e_j) = 0$
  - ...

Odvozeni APT pro dvou-indexový model

- $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + e_i$
- + **splnění předpokladů:**
  - $E\left(e_i e_j\right) = 0$
  - ...

Odvozeni APT pro dvou-indexový model

- $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + e_i$
- + **splnění předpokladů:**
  - $E\left(e_i e_j\right)=0$
  - ...

Odvozeni APT pro dvou-indexový model

- $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + e_i$
- $+$ **splnění předpokladů:**
  - $E\left(e_i e_j\right) = 0$
  - $\ldots$

Odhady parametrů

- Za předpokladu dostatečné diverzifikace nefaktorové riziko $\Longrightarrow 0$
- Invetora zajímá $\bar{r}_i \Longrightarrow \bar{r}_p,\ b_{p1}, b_{p2}$
- Budeme-li mít tři dobře diverzifikovaná portfolia, pak nám tyto určují rovinu, na které leží všechna portfolia, která jsou konstruována z těchto tří portfolií, za předpokladu splnění podmínky vah.
- V jiném případě exituje možnost arbitráže.
- Za předpokladu APT není nutné znát všechna dostupná aktiva.

Odhady parametrů

- Za předpokladu dostatečné diverzifikace nefaktorové riziko $\Longrightarrow 0$
- Invetora zajímá $\bar{r}_i \Longrightarrow \bar{r}_p,\ b_{p1}, b_{p2}$
- Budeme-li mít tři dobře diverzifikovaná portfolia, pak nám tyto určují rovinu, na které leží všechna portfolia, která jsou konstruována z těchto tří portfolií, za předpokladu splnění podmínky vah.
- V jiném případě exituje možnost arbitráže.
- Za předpokladu APT není nutné znát všechna dostupná aktiva.

Odhady parametrů

- Za předpokladu dostatečné diverzifikace nefaktorové riziko $\Longrightarrow 0$
- Invetora zajímá $\bar{r}_i \Longrightarrow \bar{r}_p,\ b_{p1}, b_{p2}$
- Budeme-li mít tři dobře diverzifikovaná portfolia, pak nám tyto určují rovinu, na které leží všechna portfolia, která jsou konstruována z těchto tří portfolií, za předpokladu splnění podmínky vah.
- V jiném případě exituje možnost arbitráže.
- Za předpokladu APT není nutné znát všechna dostupná aktiva.

Odhady parametrů

- Za předpokladu dostatečné diverzifikace nefaktorové riziko $\Longrightarrow 0$
- Invetora zajímá $\bar{r}_i \Longrightarrow \bar{r}_p,\ b_{p1}, b_{p2}$
- Budeme-li mít tři dobře diverzifikovaná portfolia, pak nám tyto určují rovinu, na které leží všechna portfolia, která jsou konstruována z těchto tří portfolií, za předpokladu splnění podmínky vah.
- V jiném případě exituje možnost arbitráže.
- Za předpokladu APT není nutné znát všechna dostupná aktiva.

Odhady parametrů

- Za předpokladu dostatečné diverzifikace nefaktorové riziko $\Longrightarrow 0$
- Invetora zajímá $\bar{r}_i \Longrightarrow \bar{r}_p,\ b_{p1}, b_{p2}$
- Budeme-li mít tři dobře diverzifikovaná portfolia, pak nám tyto určují rovinu, na které leží všechna portfolia, která jsou konstruována z těchto tří portfolií, za předpokladu splnění podmínky vah.
- V jiném případě exituje možnost arbitráže.
- Za předpokladu APT není nutné znát všechna dostupná aktiva.

APT vs. CAPM

- Dá se dokázat, že existuje shoda APT s CAPM
- Příkladem je jedno-faktorový model (r_M)
- ...

APT vs. CAPM

- Dá se dokázat, že existuje shoda APT s CAPM
- Příkladem je jedno-faktorový model (r_M)
- ...

APT vs. CAPM

- Dá se dokázat, že existuje shoda APT s CAPM
- Příkladem je jedno-faktorový model (r_M)
- ...

Platnost shody u více-faktorový model

- $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + e_i$
- $\bar{r}_i = r_f + b_{i1}\lambda_1 + b_{i2}\lambda_2$
- Faktorové beta - β_{λ_i}
- $\bar{r}_p, \sigma_p^2, \sigma_{ij}$

Platnost shody u více-faktorový model

- $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + e_i$
- $\bar{r}_i = r_f + b_{i1}\lambda_1 + b_{i2}\lambda_2$
- Faktorové beta - β_{λ_i}
- $\bar{r}_p, \sigma_p^2, \sigma_{ij}$

Platnost shody u více-faktorový model

- $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + e_i$
- $\bar{r}_i = r_f + b_{i1}\lambda_1 + b_{i2}\lambda_2$
- Faktorové beta - β_{λ_i}
- $\bar{r}_p, \sigma_p^2, \sigma_{ij}$

Platnost shody u více-faktorový model

- $r_i = a_i + b_{i1} I_1 + b_{i2} I_2 + e_i$
- $\bar{r}_i = r_f + b_{i1}\lambda_1 + b_{i2}\lambda_2$
- Faktorové beta - β_{λ_i}
- $\bar{r}_p, \sigma_p^2, \sigma_{ij}$