

Extenzivní hry s exogenní nejistotou

Morální hazard

Rostislav Staněk

March 24, 2014

Extenzivní hra s exogenní nejistotou

- hráčská funkce připisuje historiím nejen hráče hry ale také "náhodu"
- pravděpodobnosti, které náhoda připisuje jednotlivým historiím, jsou přesně specifikovány
- preference hráčů jsou definovány nad loterieri složených z konečných historií

Třesoucí se ruka

Extenzivní hry s nejistotou nám umožňují modelovat situace ve kterých dělají hráči chyby.

To nám umožňuje diskriminovat mezi některými Nashovými rovnováhami (Selten 1975).

	A	B
A	1,1	2,0
B	0,2	2,2

Table: Příklad

Třesoucí se ruka

- Hráči 1 a 2
- Konečné historie: Všechny sekvence $((W, X)Y, Z)$, kde W, X, Y a Z jsou buď akce A nebo B. W a X značí akce, které si zvolil hráč 1 a 2. Y a Z jsou akce, které hráčům přidělila náhoda.
- Hráčská funkce: $P(\emptyset) = 1, 2$, $P(W, X) = c$,
 $P((W, X), Y) = c$
- Akce: A, B
- Pravděpodobnosti dané náhodou: Po historii (W, X) zvolí náhoda W s pravděpodobností $1 - p_1$ a opačnou akci hráče 1 s pravděpodobností p_1 . Po historii $((W, X), Y)$ zvolí náhoda X s pravděpodobností $1 - p_2$ a opačnou akci hráče 2 s pravděpodobností p_2 .
- Preference jsou dány očekávanou hodnotou.

Morální hazard

- Vztah mezi principálem a agentem. Agent vykonává činnost pro principála.
- Podstatou morálního hazardu je tzv. skrytá akce. Principál nezná akci agenta.
- Hledáme optimální kontrakt. Např: managerské kontrakty, finanční kontrakty, organizace firem, pojištění, efektivnostní mzdy

Morální hazard

- 2 hráči: principál P a agent A
- Konečné historie $(w(q), X, e, q(e))$, kde w je mzda, kterou principál nabídne agentovi, X značí přijetí nebo odmítnutí kontraktu, e je snaha, kterou agent vyvine a $q(e)$ je finální produkce.
- Hráčská funkce: $P(\emptyset) = P$, $P(w) = A$, $P(w, X) = A$,
 $P(w, X, e) = N$
- Výplaty jsou v případě uzavření kontraktu
 $U_P(w, q) = S(q) - w(q)$, $U_A(w, q) = u(w(q)) - C(e)$.
V případě odmítnutí kontraktu obdrží agent rezervační užitek \bar{U} , normalizovaný na hodnotu 0.

Morální hazard

- Snaha je nízká N nebo vysoká V
- Produkce je vysoká \bar{q} nebo nízká \underline{q}
- Mzda může být vysoká \bar{w} nebo nízká \underline{w} v závislosti na produkci
- Pokud $e = V$, pak $q = \bar{q}$ s pravděpodobností p_V . Pokud $e = N$, pak $q = \underline{q}$ s pravděpodobností p_N , kde $p_V > p_N$
- Principálův zisk z vyšší snahy je $(p_V - p_N)(\bar{S} - \underline{S})$
- Vyšší úsilí je optimální pokud $(p_V - p_N)(\bar{S} - \underline{S}) > u^{-1}(\bar{C})$

Morální hazard

Principálův problém $\max_{\bar{w}, \underline{w}} E(S(q) - w(q))$

Motivační omezení:

$$p_V(u(\bar{w}) - \bar{C}) + (1 - p_V)(u(\underline{w}) - \bar{C}) \geq p_N(u(\bar{w}) - \underline{C}) + (1 - p_N)(u(\underline{w}) - \underline{C})$$

Participační omezení:

$$p_V(u(\bar{w}) - \bar{C}) + (1 - p_V)(u(\underline{w}) - \bar{C}) \geq 0$$

Vztah k riziku

Výsledky modelu závisí na vztahu agenta k riziku

- Agent je rizikově averzní, pokud je Bernoulliho výplatní funkce konkávní
- Agent je rizikově neutrální, pokud je Bernoulliho výplatní funkce lineární
- Agent vyhledává riziko, pokud je Bernoulliho výplatní funkce konvexní

Morální hazard s rizikově neutrálním agentem

Optimální kontrakt

$$\underline{w} = -\frac{p_N \bar{C}}{p_V - p_N}$$
$$\bar{w} = \frac{(1 - p_N) \bar{C}}{p_V - p_N}$$

Očekávané náklady principála jsou $p_V \bar{w} + (1 - p_V) \underline{w} = \bar{C}$.
Náklady jsou stejné jako kdyby bylo úsilí pozorovatelné. Kontrakt je

možné implementovat jako $\bar{w} = \bar{S} - T$ a $\underline{w} = \underline{S} - T$, kde T je rozdíl mezi očekávaným ziskem a rezervačním užitekem.

Morální hazard s rizikově averzním agentem

Označme $\bar{u} = u(\bar{w})$ a $\underline{u} = u(\underline{u})$ Motivační omezení:

$$p_V(\bar{u} - \bar{C}) + (1 - p_V)(\underline{u} - \bar{C}) \geq p_N(\bar{u} - \underline{C}) + (1 - p_N)(\underline{u} - \underline{C})$$

Participační omezení:

$$p_V(\bar{u} - \bar{C}) + (1 - p_V)(\underline{u} - \bar{C}) \geq 0$$

Morální hazard s rizikově averzním agentem

Optimální kontrakt je charakterizován následujícími podmínkami

$$\underline{w} = u^{-1}\left(-\frac{p_N \bar{C}}{p_V - p_N}\right)$$
$$\bar{w} = u^{-1}\left(\frac{(1 - p_N) \bar{C}}{p_V - p_N}\right)$$

Z participačního omezení víme, že

$$p_V u(\bar{w}) + (1 - p_V) u(\underline{w}) = \bar{C}$$

Z konkávnosti výplatní funkce víme, že

$$p_V u(\bar{w}) + (1 - p_V) u(\underline{w}) < u(p_V \bar{w} + (1 - p_V) \underline{w})$$

Očekávané náklady $C^{SB} = p_V \bar{w} + (1 - p_V) \underline{w}$ jsou proto vyšší než
nejnižší možné náklady $C^{FB} = u^{-1}(\bar{C})$



Morální hazard s rizikově averzním agentem

- Motivační omezení vyžaduje, aby agent nesl část riziky
- Rizikově averzní agent požaduje za riziko určitou kompenzaci
- Náklady na vynucení vyšší snahy jsou proto vyšší
- Pokud $(p_V - p_N)(\bar{S} - \underline{S}) \in (C^{FB}, C^{SB})$, pak dochází ke ztrátě efektivnosti. Vyšší úsilí není realizováno, přestože by to bylo efektivní.

Omezené ručení

Omezené ručení

$$\underline{w} \geq L$$

Optimální kontrakt

$$\underline{w} = L$$
$$\bar{w} = L + \frac{\bar{C}}{p_V - p_N}$$

Agent získá informační rentu. Rozpor mezi efektivností a ziskem renty.

Finanční kontrakt

- Principál je banka. Agent je podnikatel žádající o půjčku.
- \bar{V} a \underline{V} je výnos projektu
- \bar{z} a \underline{z} je splátka úvěru
- Přeformulujeme problém $\bar{w} = \bar{V} - \bar{z}$

Credit rationing: Podnikatelé, kteří by dostali půjčku při dokonalých informacích, ji při morálním hazardu nemusí dostat.

Efektivnostní mzda

- Principál je zaměstnavatel. Agent je zaměstnanec.
- \bar{S} a \underline{S} je výnos zaměstnavatele
- \bar{w} a \underline{w} je mzda zaměstnance

Očekávaná mzda zaměstnance je vyšší než jeho rezervační mzda $L + \bar{C} + \frac{p_N}{p_V - p_N} \bar{C} > \bar{C}$. Tzv. efektivnostní mzda, která vysvětluje nevyčištění trhu práce.