1 Strategické hry s nedokonalými informacemi

1. Bitva pohlaví. Mějme hru bitva pohlaví, ve které se hráči vždy chtějí setkat. Neví ale zda má druhý hráč raději Bacha nebo Stravinského. První hráč přikládá každému ze stavů pravděpodobnost $\frac{1}{2}$. Druhý hráč přikládá stavu, kdy má první hráč raději Bacha, pravděpodobnost $\frac{1}{3}$.

2. Převzetí. Firma A chce převzít firmu T. Nezná však její přesnou hodnotu, ví však, že se pohybuje mezi 0 a 100. Každé z těchto 101 hodnot může nabývat se stejnou pravděpodobností. Díky synergickému efektu zvýší firma T po převzetí svou hodnotu o 50%. Předpokládejte, že hodnota firmy je x a firma A dá nabídku y. Pokud vlastníci firmy T souhlasí s nabídkou, pak výplaty jsou $\frac{3}{2}x - y$ a y. Pokud odmítnou, pak jsou výplaty rovny 0. Modelujte situaci jako hru ve které se firma A rozhoduje o nabídce a vlastníci firmy T o nejnižší nabídce, kterou přijmou. Najděte Nashovu rovnováhu.

3. Ani jeden z hráčů neumí rozlišit stav 1 od stavu 2. Každý z obou hráčů připisuje oběma stavům pravděpodobnost $\frac{1}{2}$. Najděte Nashovu rovnováhu, pokud $\epsilon \in (0, \frac{1}{2})$. Srovnejte tuto rovnováhu s rovnováhou této hry s dokonalými informacemi.

	L	M	R
T	1,2ϵ	1,0	1,3ϵ
B	2,2	0,0	0,3

Table 1: stav 1

	L	M	R
T	1,2ϵ	1,3ϵ	1,0
B	2,2	0,3	0,0

Table 2: stav 2

4. Předpokládejme, že dvě firmy si konkurují Cournotovským způsobem. Náklady firem jsou $C_1 = cq_1$, $C_2 = c_h q_2$, $C_2 = c_l q_2$, kde $c_h > c_l$. Firma 1 nezná náklady firmy 2, pravděpodobnost nákladů c_h je p. Poptávka má tvar $D(Q) = \alpha - Q$. Najděte Nashovu rovnováhu této hry a srovnejte ji s rovnováhou Cournotova duopolu s dokonalými informacemi.

5. Uvažujme first-price aukci, které se účastní dva hráči a Bernoulliho užitkovou funkcí $x^{1/2}$, kde x je jeho monetární výplata. Ocenění hráčů má rovnoměrné rozdělení na intervalu [0,1]. Ukažte, že v rovnováze oba hráči nabízejí $b_i = \frac{2}{3}v_i$. Srovnejte výnos z této aukce s výnosem z připadné second-price aukce.

6. Uvažujme first-price aukci se společným oceněním, které se účastní 2 hráči. Signály hráčů jsou rozděleny rovnoměrně na intervalu [0,1]. Hodnota objektu je $\alpha t_1 + \beta t_2$. Ukažte, že v Nashově rovnováze oba hráči nabízejí $b_i = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)t_i$.

7. Máme first-price aukci se společným oceneněním o dvou hráčích. Každému hráči je přiděleno číslo z intervalu [0,100], každé číslo může být vybráno se stejnou pravděpodobností. Číslo vidí jen on sám. Hodnota objektu je dána $v = \frac{1}{2}t_i + \frac{1}{2}t_j$, kde t_i označuje číslo, kterí padlo hráči i na kostce. Předpokládejme, že hráč 1 trpí prokletím vítěze. Hráč 2 hraje rovnovážnou strategii. Jaké budou nabídky hráče 1 v jednotlivých stavech? Srovnejte je s nabídkami hráče 2.

8. Ukažte, že v second-price aukci s privátním oceněním je strategie, ve které hráč nabídne své ocenění slabě dominantní.