1 Opakované vězňovo dilema

1. Reprezentujte každou z uvedených strategií diagramem
   - Hráč hraje C v první periodě a v každém období po historii, kdy protivník hrál C kromě posledního období. Po jakékoliv jiné historii hraj D (tj. grim-trigger ve které je trest o jedno období odložen).
   - Hráč hraje C v první periodě a v každém období po historii, kdy protivník hrál D v maximálně jednom období. Po jakékoliv jiné historii hraj D (tj. grim-trigger ve které je trest spuštěn až po dvou D).
   - Pavlov. Hráč hraje C v první periodě a v každém období po historii, kdy byl hrán profil (C,C) nebo (D,D). Po jakékoliv jiné historii hraj D.

2. Kdy je profil grim-trigger strategií Nashovou rovnováhou v následujícím vězňově dilematu?

	D	C
D	x,x	y,0
C	0,y	1,1

Table 1: Věznovo dilema

3. Nakreslete množinu dostupných výplat pro vězňovo dilema z tabulky 3. Které výplaty jsou dosažitelně v Nashově rovnováze?

4. Najděte podmínky pro k,x,y a δ, aby profil strategií omezený trest tvořil Nashovu rovnováhu ve výše uvedeném vězňově dilematu. k je počet období ve kterých hraje hráč D po odchýlení.

5. Najděte podmínky pro x,y a δ, aby profil strategií tit-for-tat tvořil Nashovu rovnováhu ve výše uvedeném vězňově dilematu. Ukažte, že tit-for-tat není Nashova rovnováha pro $\delta < 1$ v případě $y \geqq 2x$

6. Mohou být profily strategií z cvičení 1 Nashovou rovnováhou v následujícím vězňově dilematu?

	D	C
D	1,1	3,0
C	0,3	2,2

Table 2: Vězňovo dilema

7. Konečné vězňovo dilema s náklady přepnutí. Uvažujme následující vězňovo dilema: Hráčí mají $\delta = 1$.

	D	C
D	2,2	4,0
C	0,4	3,3

Table 3: Věznovo dilema

   V každém období, kdy hráč hraje odlišnou akci od akce z předchozího období, utrpí náklady $\epsilon > 0$. Ukažte, že grim-trigger je SPE, pokud $\epsilon \in (1, 2)$. Najděte SPE, které generuje výsledek (C,C) v každém období, pro případ $\epsilon \in (2, 3)$.

8. Tvoří profily strategií tit-for-tat a strategií ze cvičení 1 SPE ve vězňově dilematu z tabulky 2?

2 Opakované hry

1. Vstup do odvětví. Uvedená hra modeluje vstup do odvětví, kdy se firmy rozhodují simultánně. Strategická hra se nekonečně opakuje. Existuje SPE ve které vyzyvatel pokaždé vstoupí? Existuje SPE ve které vyzyvatel nikdy nevstoupí? Jaká je v tomto případě podmínka pro δ?

	boj	koluze
vstoupit	-10,0	40,50
nevstoupit	0,300	0,300

Table 4: Vězňovo dilema

2. Co je minmax bod v Cournotově oligopolu s náklady $C_i(q) = cq$ a poptávkou $D(Q) = \alpha - Q$?

3. Co je minmax bod v Hotellingově modelu se dvěma kandidáty?

4. Najděte množinu dostupných výplat ve hře bitva pohlaví. Které výplaty jsou možné v Nashově rovnováze?

5. Najděte množinu dostupných výplat v Hotellingově modelu se dvěma kandidáty. Které výplaty jsou možné v Nashově rovnováze?

6. Překrývající se generace. Mějme opakovanou hru. Každý hráč se narodí v období t a umře v období $t+1$. V každém období jsou tak naživu dva hráči starší a mladší. Každý hráč se narodí s jednou jednotkou čokolády C, která nemůže být skladována. Diskontní faktor je roven 1. Užitkové funkce každého agenta vypadají následovně.

$$U(C) = \begin{cases} -1 & \text{pokud } C < 0,3 \\ C & \text{pokud } C \geqq 0,3 \end{cases}$$

Hráči mohou část své čokolády někomu dát, ale protože je to jediné existující zboží nemohou ji prodat. Akce (mladšího) hráče je spotřebovat X čokolády a dát $1 - X$ čokolády staršímu agentu. Hráči znají všechny minulé akce.
   - Jak vypadá SPE, pokud je hra konečná?
   - V nekonečně opakované hře vzniknou 2 SPE, která se liší svou pareto-efektivností. Jak vypadají?
   - V každém období existuje π, že přijdou barbaři a seberou veškerou čokoládu. Jaká je nejvyšší hodnota π, která umožňuje rovnováhu s $X = 0,5$

7. Opakovaný bertrandův oligopol. Uvažujme bertnardův oligipol ve kterém má každá firma konstantní průměrné náklady c. Celková poptávka je $D(p)$ a zisk firmy je $\pi(p) = (p - c)D(p)$. Označme jedinou monopolní cenu p^m.
   - Strategie firem je omezený trest, tj. firma stanoví p^m v prvním období a v každém dalším období, pokud všechny firmy stanovily p^m. V opačném případě účtuje cenu c po k period. Pro danou hodnotu δ najděte k, tak aby profil těchto strategií tvořil SPE.
   - Strategie firem je grim-trigger. , tj. firma stanoví p^m v prvním období a v každém dalším období, pokud všechny firmy stanovily p^m. V opačném případě účtuje cenu c po zbytek hry. Vždy když má firma přecenit oproti předchozímu období, utrpí náklady ϵ. Pro jaké hodnoty δ je profil těachto strategií Nashovou rovnováhou? Pro jaké hodnoty δ je profil těachto strategií SPE?

8. Pozdní odhalení. Uvažujme bertrandův oligopol jako v předchozích cvičeních. Předpokládejme, že firma i může odhalit odchýlení od strategie po k periodách. Firmy používají strategii s_i, kdy účtují cenu p^*, dokud nedojde k odhalení a poté účtují c.
   - Pro dané δ najděte nejziskovější cenu p^*, pro kterou je (s_1, s_2) SPE.
   - Předpokládejme, že firmy si před volbou cen simultánně volí detekční technologii. Každá z firem může zvolit určité k_i nebo θ, což označuje žádnou detekci. Náklady na θ jsou nulové, náklady na k_i rostou s klesajícím k_i. Jak vypadají SPE celé hry, kdy firmy používají strategii s_i nebo strategii, kde vždy stanoví cenu c?

9. Vyjednávání. Uvažujme vyjednávání se střídajícími se nabídkami. Na začátku hráči vyjednávají o částce normované na velikost 1. Hra probíhá stejně jako v Rubinsteinově modelu s tím rozdílem, že náklady vyjednávání nejsou dány diskontním faktorem, ale v každém kole, (tj. po odmítnutí nabídky) se částka zmenší o hodnotu c. Jak vypadá SPE?