EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů

Oceňování forwardů, hodnota forwardu

Základy oceňování derivátů – oceňování pevných termínových kontraktů

- Ocenění a ohodnocení forwardu nejsou stejné skutečnosti

- Ocenění forwardových kontraktů - určení příslušné forwardové ceny nebo míry při dojednání forwardového kontraktu
- Ohodnocování forwardů - určení hodnoty forwardového kontraktu, typicky během doby jeho trvání

- Náš přístup k oceňování a ohodnocování založen na předpokladu, že ceny jsou nastaveny tak, aby neumožňovaly realizovat arbitrážní zisky
- Na problém nahlížíme z perspektivy arbitražéra - klíčem k pochopení myslet jako arbitražér

Základy oceňování derivátů – oceňování pevných termínových kontraktů

- Arbitražér dodržuje dvě základní pravidla
  - Pravidlo 1 – nepoužívej své vlastní peníze
  - Pravidlo 2 – nepodstupuj žádné tržní riziko (riziko změny cen)

Arbitražér si často potřebuje půjčit nebo půjčuje peníze, aby mohl dodržet pravidlo č. 1.

  - Když si koupí podkladové aktivum, půjčí si na to peníze
  - Když prodá podkladové aktivum, půjčuje peníze

- Transakce se snaží synteticky vytvořit identické cash flow jako příslušný forwardový kontrakt, ale jsou opozitní a tudíž kompenzační, čímž naplňují pravidlo č. 2

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – oceňování pevných termínových kontraktů

- Pravidlo 2 řeší pouze riziko změny tržní ceny, ne jiná rizika

- Ve snaze demonstrovat různé výsledky ocenění a ohodnocení založené na bezarbitrážním přístupu => tabulky znázorňující cash flow v čase 0 a v čase T

- Cash flow směrem k arbitražérovi bude pozitivní znaménko, cash flow směrem od arbitražéra negativní

Základy oceňování derivátů – oceňování pevných termínových kontraktů

- Oceňovací a ohodnocovací úkoly založené na bezarbitrážním přístupu naznačují neschopnost vytvořit portfolio bez budoucích závazků a pozitivního aktuálního cash flow

- Jinými slovy, pokud spotový a forwardový trh je oceněn správně (i s ohledem na sebe navzájem), nedokážeme vytvořit takové portfolio, nedokážeme dnes dosáhnout výnosu bez rizika nebo budoucích závazků

Základy oceňování derivátů – oceňování pevných termínových kontraktů

- Přístup vystavěn na **zákoně jedné ceny** - pokud dva instrumenty mají stejné nebo ekvivalentní budoucí cash flow, tak bez ohledu na to, co se stane v budoucnu, tyto dva instrumenty by měly mít stejnou současnou hodnotu

- Alternativně - pokud je zákon jedné ceny porušen, někdo by mohl koupit aktivum levněji a prodat ho dráž => bezrizikový zisk bez požadavku na kapitál

Základy oceňování derivátů – oceňování pevných termínových kontraktů

- V dalším počítáme s těmito předpoklady:
  - Existují instrumenty, pomocí kterých můžeme replikovat pozice
  - Tržní poruchy neexistují
  - Prodej na krátko je možný (s využitím výnosů)
  - Půjčování a půjčování si je možné za známou bezrizikovou úrokovou míru

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – oceňování pevných termínových kontraktů

- Analýzy jsou založené na „carry arbitrage“ modelu, na bezarbitrážním přístupu, ve kterém je podkladový instrument koupen a držen (resp. prodán) zároveň s forwardovou pozicí => „carry“ (resp. „reverse carry“)

- Carry arbitrage modely jsou známé také jako cost-of-carry arbitrage modely nebo cash-and-carry arbitrage modely

Základy oceňování derivátů – oceňování pevných termínových kontraktů

- Každý typ forwardového kontraktu vyústí do mírně odlišného modelu, ale je možné zaznamenat obecné prvky
- Carry arbitrage modely jsou prvním přiblížením k vysvětlení stanovení cen forwardových kontraktů
- Těžiště - forwardové kontrakty jsou obecně oceněny tak, aby znemožnili arbitrážní zisky

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – oceňování forwardů

- Carry arbitrage model založen na replikaci výplatního profilu forwardového kontraktu pozicí v podkladovém aktivu, kterého nákup je financován externími zdroji

- Začneme s velmi jednoduchou výchozí situací => porozumění, že aktuální forwardová cena instrumentu nevyplácejícího průběžné výnosy je jednoduše rovna ceně podkladového aktiva, která je upravena na částku, které by bylo dosaženo za dobu trvání kontraktu při složeném úročení počáteční ceny podkladového aktiva úrokovou mírou, která zahrnuje případné náklady a průběžné výnosy spojené s podkladovým instrumentem

Základy oceňování derivátů – oceňování forwardů

- Na začátku použijeme zjednodušený přístup, ve kterém určíme forwardovou cenu pomocí složeného úročení ceny podkladového aktiva bezrizikovou úrokovou mírou

- Poté se podíváme na částečné nuance forwardů akciových, úrokových a měnových

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – oceňování forwardů

- **<u>Forwardová cena</u>** je cenou, která je dojednána mezi stranami forwardového kontraktu.

- Tržní cena forwardu, nazývaná **<u>hodnota (reálná) forwardu</u>** je monetární (peněžní) hodnota existujícího forwardového kontraktu

- Když vzniká forward, forwardová cena je dojednána tak, že hodnota kontraktu je v okamžiku jeho sjednání nulová

- Později během doby trvání kontraktu může být hodnota významně pozitivní nebo také negativní

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – oceňování forwardů

- Označme S_t cenu podkladového instrumentu pozorovanou v čase t, kde t je čas od vzniku forwardového kontraktu a je vyjádřen v letech
- („t“ může být také větší než rok, například t = 1,25. Proměnná t je vyjádřena v letech, ne dnech nebo měsících, protože úrokové míry, dividendové výnosy a většina finančních výnosů je vyjádřena v ročních mírách)

Základy oceňování derivátů – oceňování forwardů

- Uvažme T jako počáteční čas do expirace, opět vyjádřený jako čas v letech.
- S_0 značí cenu podkladového aktiva v čase vzniku kontraktu
- S_T značí cenu podkladového aktiva pozorovanou když forwardový kontrakt expiruje

Základy oceňování derivátů – oceňování forwardů

- Označme $F_0(T)$ forwardovou cenu ustanovenou v okamžiku vzniku forwardu, v čase 0.
- Například - v okamžiku vzniku (t=0) byla forwardová cena sjednaná jako $F_0(0{,}25)$ = € 350. Potom je tedy forwardová cena je 350 Euro s tím, že kontrakt expiruje o tři měsíce

- Klíčová připomínka – bezarbitrážní přístup => forwardová cena je sjednána při vzniku forwardu tak, že tržní hodnota forwardu je při sjednání nulová.
- Vzniká takto většina forwardů a jsou označovány jako **at market**

Základy oceňování derivátů – oceňování forwardů

- Na počátku nedochází k žádným peněžním tokům => počáteční hodnota je nulová. Hodnota forwardového kontraktu při jeho sjednání je vyjádřena jako

$$V_0(T) = 0$$

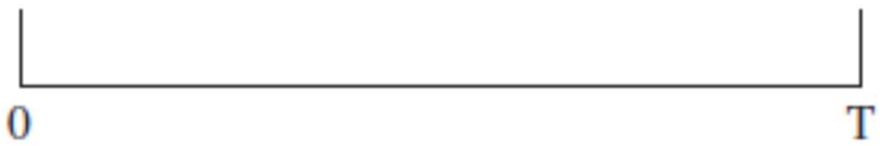
- V okamžiku expirace je forwardový kontrakt ekvivalentní k spotové transakci s podkladovým aktivem

- Tato vlastnost je často nazývána jako „convergence“ a naznačuje, že v čase T je forwardová cena rovna spotové ceně aneb

$$F_T(T) = S_T$$

Základy oceňování derivátů – oceňování forwardů

- Long pozice ve forwardovém kontraktu má kladnou hodnotu v okamžiku expirace tehdy, když je hodnota podkladového aktiva nad forwardovou cenou sjednanou na počátku, zatímco short pozice má kladnou hodnotu za předpokkladu, že hodnota underlying v den expirace je pod forwardovou cenou



$$V_0(T) = 0$$

$$V_T(T) = S_T - F_0(T) \text{ (Long)}$$

$$V_T(T) = F_0(T) - S_T \text{ (Short)}$$

Základy oceňování derivátů – oceňování forwardů

- Nyní se zaměříme obecně na pevné termínové kontrakty
- Underlying nespecifikujeme zatím jinak než aktivum

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Když arbitražér vstoupí do forwardového kontraktu na prodej podkladového instrumentu, který je k dodání v čase T => zajištění této expozice = nákup podkladového instrumentu v čase 0 za půjčené prostředky a jeho držba do doby expirace forwardového kontraktu

	0	T
Underlying:	$-S_0$	$+S_T$
Borrow:	$+S_0$	$-FV(S_0)$
Forward:	0	$F_0(T) - S_T$
Net:	0	$F_0(T) - FV(S_0)$

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Zjednodušení – neřeším konvence úročení, konvence počítání dnů nebo odhady vhodné bezrizikové úrokové míry
- Arbitražér hledá příležitosti, aby využil jakékoliv diskrepance mezi forwardovými cenami a spotovými cenami podkladových instrumentů
  - Pravidlo arbitražéra 1 – nepoužívej vlastní prostředky. Arbitražér zvláště nepoužívá svůj vlastní kapitál, aby otevřel pozice, ale půjčuje si, aby mohl kupovat aktiva. Arbitražér také neutrácí peníze získané ze short sell transakcí, ale investuje je za bezrizikovou úrokovou míru

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Pravidlo arbitražéra 2 – nepodstupuj žádné tržní riziko. V naší diskusi se arbitražér soustředí pouze na tržní riziko (riziko pohybu cen spjatých s podkladovým instrumentem a derivátem). Neuvažujeme další rizika, jako riziko likvidity a úvěrové riziko protistrany, atd.

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Uvažujme uvedenou strategii:
  - arbitražér koupí podkladový instrument na spotovém trhu díky půjčenému kapitálu za cenu S_0 v čase 0 a později, v čase T souběžně prodá podkladový instrument za cenu S_T a splatí úvěr.
  - Cash flow z této strategie v čase T je potom výnos z prodeje podkladového aktiva mínus $FV_{0,T}(S_0)$ nebo jednodušeji $FV(S_0)$ (cena podkladového instrumentu nakoupeného v čase 0 zvýšena o náklady financování pomocí dané bezrizikové úrokové míry)
  - Jinými slovy arbitražér si půjčí peníze, aby koupil aktivum, takže v čase T bude muset splatit $FV(S_0)$ při dané bezrizikové úrokové míře

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Je zřejmé, že pokud S_T bude pod $FV(S_0)$, tak tato transakce bude ztrátová. Všimněme si, že bod zvratu nastane tehdy, když cena podkladového instrumentu v čase T bude přesně rovna budoucí ceně underlying $S_T = FV(S_0)$

- Pokud budeme předpokládat spojité úročení, potom

$$FV(S_0) = S_0 e^{rcT}$$

- Když budeme předpokládat složené úročení (r), potom

$$FV(S_0) = S_0 (1+r)^T$$

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Následující obrázek znázorňuje cash flow z držby podkladového instrumentu, řekněme akcie. Předpokládejme, že S_0 = 100, r = 5 %, T = 1 a S_T = 90 nebo 110.
- Každý krok sestává z transakce, která generuje peněžní tok zobrazený v čase 0 a v čase T. Všechny transakce jsou prováděny současně, nikoliv následně za sebou.

Steps	Cash Flows at Time 0	Cash Flows at Time T
1. Purchase underlying at 0 and sell at T	$-S_0 = -100$	$+S_T = 90$ or $+S_T = 110$
2. Borrow funds at 0 and repay with interest at T	$+S_0 = 100$	$-FV(S_0) = -100(1 + 0.05)^1 = -105$
Net cash flow	0	$+S_T - FV(S_0) = 90 - 105 = -15$ or $= 110 - 105 = 5$

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Krok 1 – nákup jednotky podkladového aktiva v čase 0
- Krok 2 – zapůjčení kapitálu potřebného k nákupu aktiva (vzpomeňme si, že cash flow je v tomto případě opakem investice – investice ve výši 100 znamená negativní cash flow -100) Předpokládejme složené úročení a čas vyjádřený v letech

- Výsledky na předchozím slidu nejsou v čase T stejné => strategie v tomto bodě porušuje arbitražérovo pravidlo č. 2 – nepodstupuj žádné tržní riziko
- Abychom dodrželi toto pravidlo, uvažme třetí transakci => uzamčení ceny podkladového instrumentu v čase T

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Tohoto dosaženo prodejem forwardového kontraktu na daný podkladový instrument v čase 0 za forwardovou cenu $F_0(T)$, přičemž podkladové aktivum bude dodáno v čase T

- Připomeňme si, že hodnota forwardu v době expirace bude jednoduše rozdílem mezi cenou podkladového aktiva S_T a forwardovou cenou určenou při uzavření kontraktu $F_0(T)$

- Na dalším slidu přidány dva kroky, opět uskutečněné současně i s předchozími

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

Steps	Cash Flows at Time 0	Cash Flows at Time T
1. Purchase underlying at 0 and sell at T	$-S_0 = -100$	$+S_T = 90$ or $+S_T = 110$
2. Borrow funds at 0 and repay with interest at T	$+S_0 = 100$	$-FV(S_0) = -S_0(1 + r)^T = -100(1 + 0.05)^1 = -105$
3. Sell forward contract at 0 when $F_0(T) = 105$	$+V_0(T)$	$V_T(T) = F_0(T) - S_T = 105 - 90 = 15$ or $V_T(T) = F_0(T) - S_T = 105 - 110 = -5$
4. Borrow arbitrage profit	$+PV[F_0(T) - FV(S_0)]$	$-[F_0(T) - FV(S_0)] = -[105 - 100(1 + 0.05)] = 0$
Net cash flow	$+V_0(T) + PV[F_0(T) - FV(S_0)]$	$+S_T - FV(S_0) + F_0(T) - S_T - [F_0(T) - FV(S_0)] = 0$ (For every underlying value)

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Krok 3 – prodej forwardového kontraktu, jehož hodnota na počátku je nulová

- Krok 4 – půjčení si částky, která odpovídá arbitrážnímu zisku s cílem utržit tento zisk již dnes (na počátku). Jestliže transakce spěje k arbitrážnímu zisku v čase T, tak si proti tomu arbitražér půjčí.
- Pokud tedy víme, že arbitráží zisk v čase T bude 5, tak si dnes můžeme půjčit současnou hodnotu těchto 5 a splatit 5 v době expirace kontraktu z utrženého arbitrážního zisku => přesunutí arbitrážního zisku do současnosti (čas 0)

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Výše půjčené částky = forwardová cena mínus budoucí hodnota spotové ceny úročené bezrizikovou úrokovou mírou
- Pokud je forwardový kontrakt oceněn korektně, nebude existovat žádný arbitrážní zisk a tudíž žádný krok 4
- (vylučujeme případ, kdy arbitražér půjčuje kapitál, protože to by nastalo pouze v případě, že provádí strategii, díky které by utržil jistou ztrátu)
- Forwardová cena je tedy určena na 105

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Předpokládejme, že v den expirace bude mít podkladové aktivum hodnotu buď 90 nebo 110 a forwardový kontrakt tak bude mít hodnotu buď 15 nebo -5

- Kombinace podkladového aktiva a forwardu je tedy buď 90+15=105 nebo 110-5=105
- A zároveň je částka ve výši 105 měnových jednotek přesně částkou potřebnou k tomu, abychom byli schopni splatit úvěr

- Při expiraci máme nulové cash flow za všech okolností, při všech možných cenách podkladového aktiva (a už jsme naplnili i arbitražérovo pravidlo č. 2 nepodstupovat tržní riziko)

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Podle bezarbitrážního modelu, u portfolia nabízejícího nulové cash flow v budoucnosti se očekává, že jeho hodnota bude v čase 0 také nulová

- Slide 27 => čisté cash flow v čase 0 může být vyjádřeno jako

$$V_0(T) + PV[F_0(T) - FV(S_0)] = 0$$

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Hodnota daného prodávaného forwardového kontraktu je

$$V_0(T) = -PV[F_0(T) - FV(S_0)],$$

což může být zapsáno také jako

$$V_0(T) = S_0 - PV[F_0(T)]$$

- Bezarbitrážní forwardová cena je tedy jednoduše budoucí hodnota podkladového aktiva neboli

$$\mathbf{F_0(T) = FV(S_0)}$$

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- V našem příkladu

$$F_0(T) = FV(S_0) = 105$$

- Při složeném úročení a T = 1, máme jednoduše

$$F_0(1) = S_0(1 + r)^T = 100*(1 + 0.05)^1$$

Budoucí hodnota => suma kapitálu rovna spotové ceně zhodnocené při složeném úročení bezrizikovou úrokovou míru za dobu trvání kontraktu

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Abychom lépe pochopili arbitrážní mechanizmus, předpokládejme, že pozorujeme, že $F_0(1) = 106$ (při stejném předchozím zadání)
- Forwardová cena je tedy vyšší než cena určena carry arbitrážním modelem (105)
- Modelová cena nižší jako tržní forwardová cena => tržní forwardová cena je příliš vysoká => forward arbitražér prodá
- Existuje arbitrážní příležitost a tato zahrnuje prodej forwardového kontraktu za forwardovou cenu 106
- Podle uvedeného pravidla 2 arbitražér nechce nést žádné tržní riziko => druhá transakce nákup podkladového instrumentu, takže zisky nebo ztráty podkladového instrumentu jsou kompenzovány zisky nebo ztrátami forwardového kontraktu

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- Arbitražér nechce použít vlastní prostředky => třetí transakce půjčení kapitálu na nákup aktiva
- Přání arbitražéra utržit budoucí arbitrážní profit již dnes => čtvrtá transakce půjčení si známého budoucího arbitrážního zisku
- Všechny čtyři transakce realizovány současně, viz také následující slide

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

Steps	Cash Flows at Time 0	Cash Flows at Time T
1. Sell forward contract on underlying at $F_0(T) = 106$	$V_0(T) = 0$	$V_T(T) = F_0(T) - S_T = 106 - 90 = 16$ or $V_T(T) = F_0(T) - S_T = 106 - 110 = -4$
2. Purchase underlying at 0 and sell at T	$-S_0 = -100$	$+S_T = 90$ or $+S_T = 110$
3. Borrow funds for underlying purchase	$+S_0 = 100$	$-FV(S_0) = -100(1 + 0.05) = -105$
4. Borrow arbitrage profit	$+PV[F_0(T) - FV(S_0)]$ $= (106 - 105)/$ $(1+0.05) = 0.9524$	$-[F_0(T) - FV(S_0)]$ $= -[106 - 100(1+0.05)] = -1$
Net cash flow	0.9524	$16 + 90 - 105 - 1$ or $-4 + 110 - 105 - 1$ $= 0$

EKONOMICKO-SPRÁVNÍ FAKULTA
Masarykova univerzita

Základy oceňování derivátů – „carry arbitrage“ model, aktivum nenese průběžné výnosy

- V případě, že forwardová cena bude 104
  - Nákup forwardu
  - Prodej podkladového aktiva
  - Půjčení částky utržené za prodej podkladového aktiva
  - Půjčení arbitrážního zisku v čase 0

$\Rightarrow$ reverse carry arbitrage (protože nedržíme nakoupené podkladové aktivum, ale toto aktivum na začátku prodáváme)

V případě rovnovážného ocenění $F_0(T)$ = FV (S_0) => není možná arbitráž a tudíž není realizován krok 4

Základy oceňování derivátů – hodnota forwardu během doby trvání

- Může existovat několik důvodů proč potřebujeme během doby trvání zjistit hodnotu forwardu (např. účetnictví), zjistit, jestli uzavřená forwardová pozice nám v mezičase přinesla nerealizovaný zisk nebo ztrátu
- Stanovení hodnoty forwardu můžeme porozumět z následující tabulky komentované také na dalších slidech

Steps	Cash Flow at Time 0	Value at Time t	Cash Flow at Time T
1. Buy forward contract at 0 at $F_0(T)$	0	$V_t(T)$	$V_T(0, T) = S_T - F_0(T)$
2. Sell forward contract at t at $F_t(T)$	NA	0	$V_T(t, T) = F_t(T) - S_T$
Net cash flows/Value	0	$V_t(T)$	$+F_t(T) - F_0(T)$

Základy oceňování derivátů – hodnota forwardu během doby trvání

- Uvažujme první transakci, kterou je nákup forwardu za cenu $F_0(T)$
- Potom uvažme prodej nového forwardu s cenou $F_t(T)$ a stejným časem expirace, ale v čase t, ke kterému chceme stanovit hodnotu původního forwardu
- V tabulce je potom možno vidět cash flow z těchto transakcí v časech 0, t a T

- Hodnota v čase „t“ nepředstavuje peněžní toky, (ledaže bychom daný forward v tomto čase skutečně prodali), v daném čase tedy nechceme provést tuto transakci, chceme pouze určit jaký by byl peněžní tok, kdybychom forward nyní prodali na trhu za férovou cenu

Základy oceňování derivátů – hodnota forwardu během doby trvání

- Zároveň platí, že pokud bychom opravdu vstoupili do druhé forwardové pozice, tak naše čistá pozice již nepodléhá tržnímu riziku v tom smyslu, že v čase T hodnota pozice není ovlivněna spotovou cenou podkladového aktiva. Pozice je zcela zajištěná.

- Proto hodnota původního koupeného forwardu v čase „t“ je jednoduše současnou hodnotou rozdílu forwardových cen, čili

$$V_t(T) = PV_{t,T}\,[F_t(T) - F_0(T)]$$

Základy oceňování derivátů – hodnota forwardu během doby trvání

- Existuje tedy stará forwardová cena, kterou strany akceptovali při uzavření kontraktu v čase 0 a nyní v čase „t“ nová forwardová cena, která je cenou, při které by byli dvě strany ochotné uzavřít forwardový kontrakt na dodání podkladového aktiva ve stejném čase jako původní kontrakt (čili v čase T)

- Ovšem v čase „t“ se již pravděpodobně změnila původní spotová cena podkladového aktiva a uzavření kontraktu již uplynul čas „t“ => nová forwardová cena již nebude stejná jako ta stará

Základy oceňování derivátů – hodnota forwardu během doby trvání

- Alternativně

$$V_t(T) = S_t - PV_{t,T}\,[F_0(T)]$$

- Protože

$$F_t(T) = S_t(1+r)^{(T-t)}, \text{ so } PV_{t,T}[F_t(T)] = PV_{t,T}[S_t(1+r)^{(T-t)}] = S_t.$$

- Výpočet platí pro dlouhou pozici (krátká pozice je jednoduše negativní hodnota $V_t(T)$ – co jedna strana vydělá, to druhá strana prodělá)

Základy oceňování derivátů – carry arbitrage model, aktivum nese průběžné výnosy a náklady

- Pokud aktivum generuje průběžné výnosy nebo náklady:
- Označme „carry“ benefity $\gamma_0 = PV_{0,T}(\gamma_T)$ a carry náklady $\theta_0 = PV_{0,T}(\theta_T)$
- Potom

$$\begin{aligned} F_0(T) &= \text{Future value of underlying adjusted for carry cash flows} \\ &= FV_{0,T}(S_0 + \theta_0 - \gamma_0) \end{aligned}$$

Základy oceňování derivátů – carry arbitrage model, aktivum nese průběžné výnosy a náklady

- Strategie arbitražéra

Step 1	Purchase the underlying at Time 0, receive the dividend at Time $t = 0.5$, and sell the underlying at Time T.
Step 2	Reinvest the dividend received at Time $t = 0.5$ at the risk-free interest rate until Time T.
Step 3	Borrow the initial cost of the underlying. The strategy again at this point fails to satisfy Rule #2 of the arbitrageur: Do not take any price risk. If the underlying falls in value, then there is price risk.
Step 4	Sell a forward contract. This transaction addresses Rule #2. Specifically, we sell a forward contract at Time 0 and the underlying will be delivered at Time T.
Step 5	Borrow the arbitrage profit.

Základy oceňování derivátů – carry arbitrage model, aktivum nese průběžné výnosy a náklady

- Strategie arbitražéra

Steps	Cash Flow at Time 0	Cash Flow at Time t	Cash Flow at Time T
1. Purchase underlying at 0, sell at T	$-S_0 = -100$	$+\gamma_t = 2.9277$	$+S_T = 90$ or $+S_T = 110$
2. Reinvest distribution		$-\gamma_t = -2.9277$	$+\gamma_T = 2.9277(1 + 0.05)^{0.5} = 3$
3. Borrow funds	$+S_0 = 100$		$-FV(S_0) = -100(1 + 0.05)^1 = -105$
4. Sell forward contract	$V_0(T)$		$V_T(T) = F_0(T) - S_T = 102 - 90 = 12$ or $= 102 - 110 = -8$
5. Borrow arbitrage profit	$+PV[F_0(T) + \gamma_T - FV(S_0)]$		$-[F_0(T) + \gamma_T - FV(S_0)]$
Net cash flows	$V_0(T) + PV[F_0(T) + \gamma_T - FV(S_0)]$	0	$+S_T + \gamma_T - FV(S_0) + F_0(T) - S_T - [F_0(T) + \gamma_T - FV(S_0)] = 0$

Základy oceňování derivátů – akciový forward, aktivum nese dividendový výnos

$$F_0(T) = \text{Future value of underlying} - \text{Future value of carry benefits}$$
$$= FV(S_0) - \gamma_T$$