Extenzivní hry

Rostislav Staněk

March 6, 2014

Definice

Extenzivní hra se tedy skládá z

- množiny hráčů
- množiny konečných historií
- hráčské funkce, která každé sekvenci, která je vlastní podhistorií, připisuje určitého hráče
- preferencí definovaných nad množinou konečných historií

Konečná historie je sekvence akcí $(a_1, ..., a_n)$, která se může ve hře objevit a která vede od počátku hry až k jejímu konci.

Vstup do odvětví

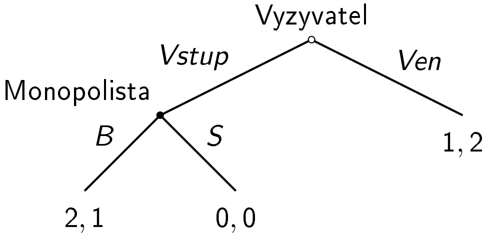


Figure: Hra o vstup do odvětví

Strategie

Strategie hráče i v extenzivní hře s dokonalými informacemi je funkce, která každé historii h, po níž je hráč na tahu, přiřadí akci z množiny $A(h)$, tj. množiny akcí dostupných po historii h.

Strategie hráčů determinují výsledek hry, tj. konečnou historii, a tudíž i výplaty hráčů. Konečnou historii, která se objeví při profilu strategií s, označme $O(s)$

Jak vypadají strategie ve hře Vstup do odvětví?

Strategie - příklad

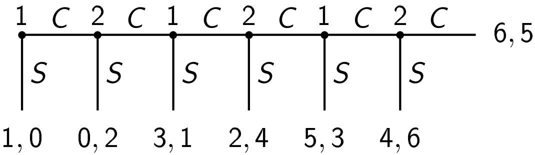


Figure: Stonožka

Strategie - interpretace

Strategii si lze tedy představit jako popis toho, jak bude hráč ve hře postupovat.

Strategie ale říká také, co hrát i po takových historiích, které nejsou konzistentní s naší vlastní strategií.

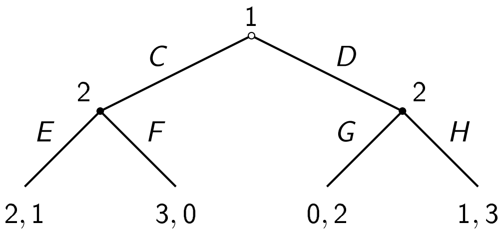
Takové části strategie lze interpretovat jako

- reakce na chyby
- přesvědčení ostatních hráčů o tom, co budu dělat

Nashova rovnováha

V extenzivní hře s dokonalými informacemi je profil strategií s^* Nashovou rovnováhou, jestliže pro každého hráče i a každou strategii r_i platí, že $O(s^*)$ je alespoň tak preferováno jako $O(r_i, s^*_{-i})$ neboli $u_i(O(s^*)) \geqq u_i(O(r_i, s^*_{-i}))$

Nashova rovnováha - příklad



	C	D
EG	2,1	0,2
EH	2,1	1,3
FG	3,0	0,2
FH	3,0	1,3

Table: Strategická forma extenzivní hry

Nashova rovnováha - problémy

	Smířit se	Boj
Vstup	2,1	0,0
Ven	1,2	1,2

Table: Strategická forma extenzivní hry vstup do odvětví

- Strategie hráčů nemusí být optimální pro ty historie, které nejsou konzistentní se strategiemi hráčů. Hráči mohou tvořit nekredibilní hrozby.
- Nashova rovnováha předpokládá, že máme správná očekávání o strategiích ostatních hráčů. Jak si může hráč vytvořit správná očekávání ohledně toho, co dělají ostatní hráči po historiích, které nejsou konzistentní se strategiemi hráčů?

Podhra

Γ je extenzivní hra s dokonalými informacemi a hráčskou funkcí P. Pro každou vlastní podhistorii h nějaké konečné historie extenzivní hry Γ, definujeme podhru $\Gamma(h)$ následující po historii h jako extenzivní hru, kde

- Hráči jsou stejní jak hráči ve hře Γ
- Konečné historie tvoří množina všech sekvencí akcí h' takových, že sekvence (h, h') je konečnou historií hry Γ.
- Každý hráč preferuje h' před h'', právě tehdy když preferuje (h, h') před (h, h'')

Subgame perfect equilibrium

Profil strategií s^* je dokonalou rovnováhou vzhledem k podhrám, jestliže pro každého hráče i, každou historii h po niž hráč i hraje a každou strategii r_i hráče i platí, že konečná historie $O_h(s^*)$ generovaná strategiemi s^* po historii h je alespoň tak preferovaná jako konečná historie $O_h(r_i, s^*_{-i})$ generovaná strategiemi r_i, s^*_{-i} po historii h, tj. $u_i(O_h(s^*)) \geqq u_i(O_h(r_i, s^*_{-i}))$

Subgame perfect equilibrium

Platí

1. Každá SPE je Nashovou rovnováhou
2. SPE odpovídá Nashově rovnováze v každé podhře
3. Každá extenzivní hra s konečným horizontem a dokonalými informacemi má dokonalou rovnováhu vzhledem k podhrám.

Dva způsoby jak najít SPE

1. Prošetřit každou Nashovou rovnováhou
2. Zpětnou indukci

Zpětná indukce

- Pro každou podhru délky 1 (poslední podhra) najděte optimální akce hráče, který je na tahu. Označme $S_j^*(1)$ množinu optimálních akcí podhry j.
- Vezměte jednu akci z každé množiny $S_j^*(1)$ a pro tuto kombinaci akcí najděte v každé podhře délky 2 optimální akci hráče, který v podhře táhne jako první.
- Takto pokračujeme, dokud nedojdeme na začátek hry. Profily strategií, které takto získáme tvoří SPE.

SPE - Stonožka

SPE je profil strategií ((S,S,S)(S,S,S))

V experimentech lidé často hrají jinak (Rosenthal(1981)). Je SPE prediktivní?

Nagel, Tang (1998) pokud jsou v populaci altruisté, vyplatí se hrát jinak.

Parco et al. (2002) vyšší odměny tlačí hráče do rovnováhy

Volij (2009) šachoví hráči hrají S

Ultimátní hra

- Hráči: 1,2
- Konečné historie: Množina sekvencí (x, Z), kde x je částka nabídnutá hráči 2, $0 \leqq c \leqq c$, a Z nabývá hodnot Y(přijme) nebo N(odmítne).
- Hráčská funkce: $P(\varnothing) = 1$, $P(x) = 2$
- Preference: Výplata hráče je dána částkou, kterou obdrží, tj. $u_1(x, Y) = c - x$, $u_2(x, Y) = x$, $u_1(x, N) = 0$, $u_2(x, N) = 0$

Hra o důvěře

- Hráči: 1,2
- Konečné historie: Množina sekvencí (I, x). I je investovaná částka, přičemž $W > I$. x je částka nabídnutá hráči 1, $0 \leqq x \leqq I(1 + r)$.
- Hráčská funkce: $P(\emptyset) = 1$, $P(I) = 2$
- Preference: Výplata hráče je dána částkou, kterou obdrží, tj. $u_1(I, x) = W - I + x$, $u_2(I, x) = I(1 + r) - x$

Hra o důvěře

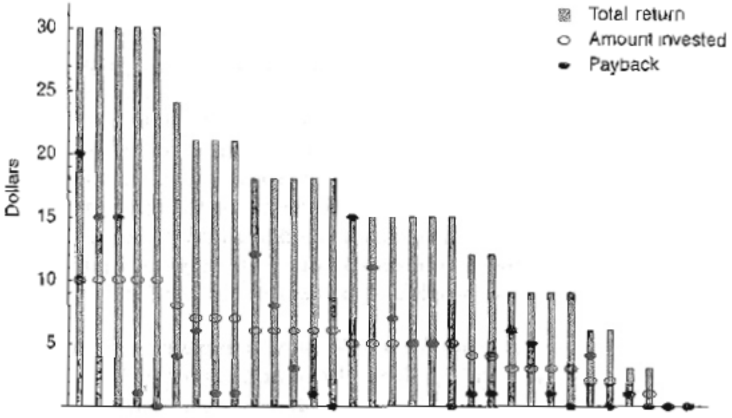


Figure 2.4. Investment and repayment in a trust game. Source: Based on Berg, Dickhaut, and McCabe (1995).

Stacklebergův model oligopolu

- Hráči: Firmy 1 a 2
- Konečné historie: Množina sekvencí (q_1, q_2), kde q_i je produkce firmy i
- Hráčská funkce: $P(\emptyset) = 1$, $P(q_1) = 2$
- Preference: Výplatní funkce firmy i je dána jejím ziskem, tj. $q_i P(q_1 + q_2) - C_i(q_i)$, kde $P(q_1 + q_2)$ je tržní cena, pokud je na trh dodáno množství $q_1 + q_2$. $C_i(q_i)$ jsou náklady firmy při výrobě množství q_i.

Stacklebergův model oligopolu

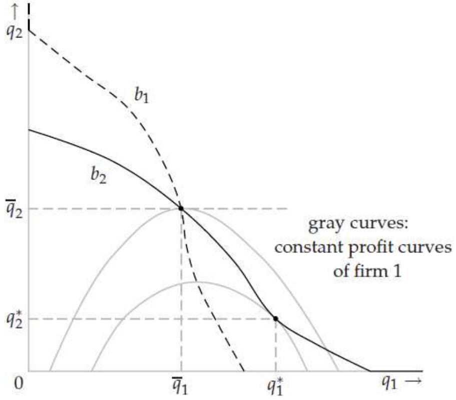


Figure: Stacklbergův duopol