1 Domácí úkol 1, Termín odevzdání: 3. dubna 2020

Domácí úkol můžete odevzdat

1. v elektronické podobě do odevzdávárny předmětu ve formátu .pdf;.odt;.doc;.ps (Domácí úkol neodevzdávejte jako sken nebo fotografii ručně psaného řešení)

Pokud odevzdáte domácí úkol po termínu, pak Vám bude za každý den zpoždění strženo 10 % bodů.

Problémy k řešení

1. Cournotův oligopol s firmami maximalizujícími podíl na trhu. Najděte Nashovu rovnováhu Cournotovy hry s lineární inverzní poptávkou a konstantními průměrnými náklady v případě, kdy jedna z firem nemaximalizuje zisk, ale snaží se o maximalizaci tržního podílu tak, aby nedosahovala ztráty. Co se stane, pokud obě firmy maximalizují tržní podíl?

2. Dva kandidáti A a B kandidují ve volbách. Z n voličů jich k podporuje kandidáta A a $m = n - k$ podporuje kandidáta B. Hlasování je pro voliče nákladné, náklady jsou ve výši $-c$, kde $0 < c < 1$. Pokud vyhraje preferovaný kandidát obdrží volič výplatu 2, pokud skončí volby remízou obdrží výplatu 1 (pokud jde zároveň hráč volit, je třeba odečíst c). Předpokládejme, že $k \leqq m$. Ukažte, že existuje $p \in [0, 1]$ takové, že hra má Nashovu rovnováhu v níž jde volič kandidáta A volit s pravděpodobností p, k voličů kandidáta B jde volit vždy a zbývajících $m - k$ voličů B nevolí. Ukažte, jak p závisí na c.

3. Zformulujte hru, která modeluje hru kámen, nůžky, papír a najděte všechny Nashovy rovnováhy.

4. Každý ze dvou lidí má jednu jednotku zdroje. Rozhodují se kolik z této jedné jednotky vydají na boj s druhým hráčem (můžete si to představit jako zdroje vydané na kriminální činnost a ochraně proti ní) a kolik investují do produktivního použití. Pokud oba hráči investují y_i do boje, pak jejich společný produkt bude $f(y_1, y_2) = 2 - y_1 - y_2$ (všimněte si, že čím více investují do kriminální činnosti, tím méně vyrobí). Z tohoto produktu získá hráč i podíl p_i daný následovně:

$$p_i(y_1, y_2) = \begin{cases} 0 & \text{pokud } y_i < y_j \\ \frac{1}{2} & \text{pokud } y_i = y_j \\ 1 & \text{pokud } y_i > y_j \end{cases}$$

(tj. kdo dá víc na kriminální činnost sebere druhému veškerou jeho produkci). Najděte Nashovy rovnováhy v čistých strategiích.

5. Uvažujte hru kupování hlasů (viz průvodce k učebnici), ve které je k prosazení zákona potřeba výraznější většiny. Konkrétně předpokládejme 7 zákonodárců, přičemž ke schválení návrhu je potřeba hlasu 5 z nich. Skupina X si návrhu x cení na $V_X = 750$, skupina Y si svého návrhu cení na $V_Y = 400$. Pokud není schválen ani návrh x ani y, pak zůstává v platnosti dosavadní zákon, který si obě skupiny cení na 0. Skupina X uplácí první, poté uplácí skupina Y. Najděte SPE. Jsou na tom skupiny v rovnováze lépe než kdyby ke schválení stačila jen prostá většina 4 zákonodárců?