

## Týden III

V tomto týdnu budeme generovat náhodná čísla z vybraných rozdění, dále je využijeme v simulačních úlohách.

První funkcí, kterou budeme pro generování náhodných čísel používat je funkce

```
sample(x, size, replace = FALSE, prob = NULL).
```

Tato funkce náhodně vylosuje z vektoru `x` výběr `size` prvků. Parametr `replace` říká, zda se mohou výsledky opakovat (`=TRUE`) či ne. Nakonec parametr `prob` umožňuje přiřadit jednotlivým prvkům vektoru `x` různé váhy.

Ukažme si několik příkladů:

```
set.seed(408849)
sample(1:6, 1) # Náhodné celé číslo 1-6

## [1] 3

sample(1:6, 6) # Náhodná permutace čísel 1-6

## [1] 2 4 6 1 3 5

sample(1:6, 6, replace = TRUE) # 6 náhodných čísel 1-6

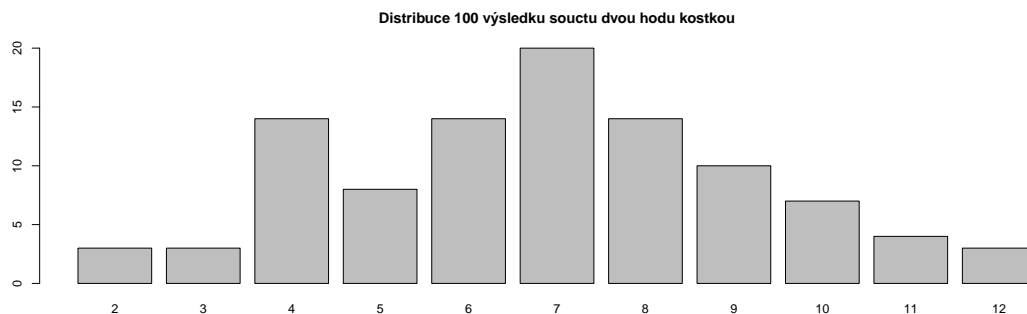
## [1] 5 2 1 1 6 2
```

Příkaz `set.seed()` nastaví generátor náhodných čísel, tzn. že všichni, kteří pustí kód se stejným seedem generátoru budou mít stejné výsledky. To se hodí pro odlazování kódu nebo při výuce, případně pro opravování domácích úkolů. Způsobuje, že vaše výsledky jsou zreprodukovatelné.

**Úkol 1.** Proveďte následující simulaci: hodte  $100 \times$  dvěma šestistěnnými kostkami a výsledky hodů sečtete. Sestrojte sloupcový graf četností (které jsou odhady pravděpodobností padnutí jednotlivých součtů). Jak odhadujete pravděpodobnost, že padne součet 11?

Pro spočítání četností výsledků se hodí funkce `table()`, pro graf četností `histogram()`.

```
set.seed(408849)
```



```
## [1] "Odhad pravděpodobnosti, že padne součet 11 je 0.04"
```

**Úkol 2** (Narozeninový paradox.). V místnosti je  $n \leq 365$  lidí. Jaká je pravděpodobnost, že se aspoň 2 z nich narodili ve stejný den (na roce nezáleží, přestupné roky neuvažujte). Výsledek mějte ve formě funkce `narozeniny(n, repeats)`, kde `n` říká počet lidí a `repeats` na základě kolika pokusů má být simulace provedena.

**Návod:** `repeats`× vygenerujte každému z `n` lidí den, kdy se narodil a zjistěte, zda došlo k aspoň jedné shodě. Může se hodit například funkce `unique(x)`. Poté podělte počet shod celkovým počtem simulací a máte odhad této pravděpodobnosti.

```
set.seed(408849)
narozeniny(5, 10**6)

## [1] 0.027084

narozeniny(25, 10**3)

## [1] 0.553

narozeniny(50, 10**3)

## [1] 0.978
```

**Úkol 3** (Nejjednodušší pojistné). Pojišťovna má klienty (jejich počet označíme jako `klienti`), kteří na začátku roku platí `pojistne`. V případě, že dojde k pojistné udalosti (ta nastane s pravděpodobností `p`), vyplácí pojišťovna pojistku (`pojistka`). Napište funkci `pojistovna(klienti, pojistne, p, pojistka)`, která pro hodnoty vstupních proměnných odsimuluje, jaký je zisk pojišťovny při těchto parametrech.

```
set.seed(408849)
pojistovna(10000, 500, 0.0030, 50000)

## [1] -1.2e+07

pojistovna(10000, 200, 0.0002, 50000)

## [1] 1950000

pojistovna(10000, 500, 0.0005, 200000)

## [1] 4600000
```

**Úkol 4** (Pokračování pojistného). Pojišťovna má 10000 klientů, na kterých potřebuje vydělat za rok alespoň 1 milion Kč (na provoz, platy atd.). Určete, jaká je nejmenší výše pojistného v celých stokorunách, při kterém v aspoň 99 případech ze 100 bude tento požadavek splněn. Zbylé parametry jsou pravděpodobnost pojistné události `p=0.05` % a vyplácená částka je 250000 Kč.

```
set.seed(408849)

## [1] "Minimální výše pojistného je 400"
```

**Úkol 5** (Pólyova urna). Pólyova urna je model, kterým se vysvětluje, proč často dojde k prostému ovládnutí trhu jedním mtypem výrobku (např. skladba klávesnice QWERTY) a jindy dojde k rozdělení mezi několika typů (např. operační systémy Windows/Linux/Mac). Více o tomto modelu zaznělo na přednášce. Předpokládejme tedy, že máme 2 konkurenční výrobky *A* a *B*. Postupně si jeden z těchto výrobků budou lidé kupovat, a to podle těchto pravidel:

- Na začátku byl prodán jeden výrobek *A* a jeden výrobek *B*.

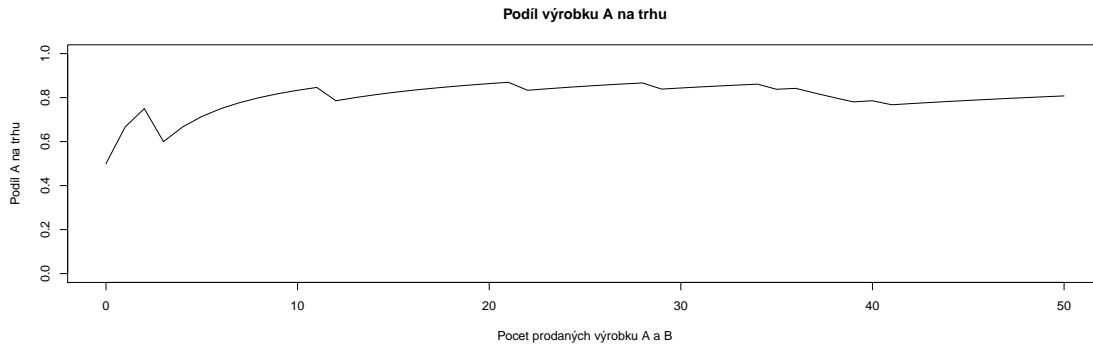
- Každý další člověk si koupí výrobek *A* s pravděpodobností přímo úměrnou počtu dosud prodaných výrobků *A*.
- Zajímá nás, zda dojde ke stabilizaci poměru prodaných výrobků *A* a *B*.

Druhé pravidlo říká, že čím více lidí v okolí má výrobek *A*, tím je větší pravděpodobnost, že si *A* koupí další člověk (tlak okolí). Pokud tedy bylo prozatím prodáno 7 výrobků *A* a 3 výrobky *B*, pak je pravděpodobnost, že si další člověk koupí výrobek *A* rovna  $\frac{7}{7+3} = 0.7$  a komplementárně, že to bude výrobek *B* 0.3.

Napište funkci `polyova_urna(n)`, která provede simulaci *n* prodaných výrobků, oznámí, jaký podíl *A* na trhu získal a vykreslí graf průběhu tohoto prodeje.

```
set.seed(408849)
polyova_urna(50)

## [1] "Podíl A na trhu je : 0.807692307692308"
```



## Domácí úlohy

**Domácí úloha 1** (1 bod). Napište funkci, která bude hrát naivní pexeso – `pexeso(n)`. Na stole je rozmístěno  $n$  párů kartiček. V každém kroku bude funkce volit náhodně dvě kartičky, pokud jsou stejné, odstraní je ze hry. Hra končí v okamžiku, kdy je odstraněn poslední pár.

```
set.seed(408849)
pexeso(1)

## [1] 1

pexeso(32)

## [1] 1200

pexeso(100)

## [1] 8639
```

Poté spočítejte, kolik průměrně tahů bude tento naivní hráč potřebovat, aby dohrál standardní hru s 32 páry. Volte dostatečně velký počet opakování ( $10^3$ ).

```
set.seed(408849)
pexeso_prumer(32, 10**3)

## [1] 1013.815
```

**Domácí úloha 2** (2 body). Letecká společnost prodává letenky na trase Praha-Londýn. Do Airbusu A300 se vejde 360 pasažérů. Nicméně v  $p$  procentech případů se pasažér nedostaví. Letecká společnost tedy může, s jistým rizikem, prodat více, než 360 letenek.

Vášim úkolem je odhadnout, kolik lístků může letecká společnost prodat, pokud se pasažér s pravděpodobností 2 % nedostaví. Letecká společnost je ochotná riskovat, že v 1 % případů dojde k situaci, kdy se dostaví na k letu více než 360 pasažérů.

Řešení vytvořte pomocí funkce `letadlo(p, r, l, n)`, která pro vstupní parametry  $p$  (pravděpodobnost, že daný pasažér se nedostaví),  $r$  (riziko, jaké je ochotna společnost tolerovat),  $l$  (počet fyzických míst v letadle) a  $n$  (počet pokusů v simulační studii). Poté spočítejte `letadlo(0.02, 0.01, 1000)`.

```
set.seed(408849)
letadlo(0.02, 0.01, 360, 1000)

## [1] "Společnost může prodat 363 letenek."

letadlo(0.01, 0.05, 750, 1000)

## [1] "Společnost může prodat 754 letenek."

letadlo(0.03, 0.10, 750, 1000)

## [1] "Společnost může prodat 768 letenek."
```